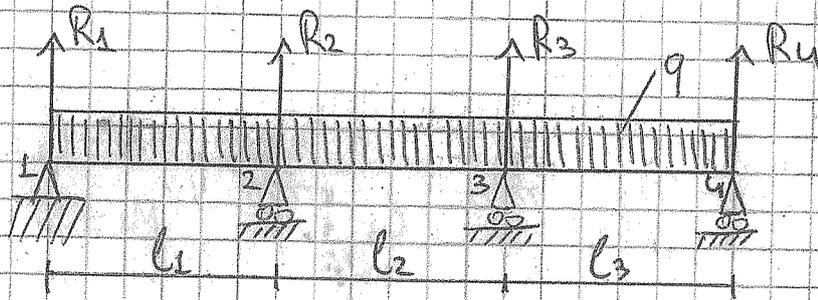


25/10/2014



$$M_1 = 0$$

$$M_2 = -\frac{1}{10} q \cdot l^2$$

$$M_3 = -\frac{1}{10} q \cdot l^2$$

$$M_4 = 0$$

$$M_2 = R_1 \cdot l_1 - (q \cdot l_1) \cdot \frac{l_1}{2}$$

$$\frac{1}{10} q \cdot l^2 = R_1 \cdot l_1 - (q \cdot l_1) \cdot \frac{l_1}{2}$$

$$R_1 \cdot l_1 = -\frac{1}{10} q \cdot l^2 + (q \cdot l_1) \cdot \frac{l_1}{2}$$

$$R_1 = \frac{-\frac{1}{10} q \cdot l^2 + (q \cdot l_1) \cdot \frac{l_1}{2}}{l_1}$$

$$R_1 = \frac{-\frac{1}{10} q \cdot l^2 + \frac{q \cdot l^2}{2}}{l_1} \rightarrow R_1 = \frac{-\frac{q \cdot l^2}{10} + \frac{5q \cdot l^2}{10}}{l_1}$$

$$R_1 = \frac{4q \cdot l^2}{5 \cdot l} \Rightarrow R_1 = \frac{2}{5} q \cdot l \text{ KN}$$

$$R_2 = \frac{11}{10} q \cdot l \text{ KN} \quad R_3 = \frac{11}{10} q \cdot l \text{ KN} \quad R_4 = \frac{2}{5} q \cdot l \text{ KN}$$

$$\frac{2}{5} q \cdot l + \frac{11}{10} q \cdot l + \frac{11}{10} q \cdot l + \frac{2}{5} q \cdot l = 3q \cdot l$$

$$\frac{4q \cdot l}{10} + \frac{11q \cdot l}{10} + \frac{11q \cdot l}{10} + \frac{4q \cdot l}{10} = 3q \cdot l$$

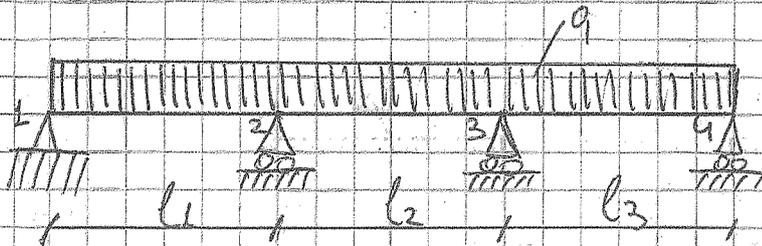
$$\frac{30}{10} q \cdot l = 3q \cdot l$$

$$3q \cdot l = 3q \cdot l$$

30/10/2014

- | | | |
|---------------------------------------|--------------------------|--------------------|
| 1) EQUAZIONE 3 MOMENTI NEGATIVI | 2) REAZIONI VINCOLARI | 3) TAGLIO NULLO |
| 4) $M_{max} +$ | 5) M_{nulli} | |

$q = 5 \text{ KN/m}$



$l_1 = l_2 = l_3 = 4 \text{ m}$

$M_1 = 0 \quad M_2 = -\frac{1}{10} q \cdot l^2 \quad M_3 = -\frac{1}{10} q \cdot l^2 \quad M_4 = 0$

$M_2 = -\frac{1}{10} 5 \cdot 4^2 \quad M_3 = -\frac{1}{10} 5 \cdot 4^2$
 $= 8 \text{ KN}\cdot\text{m} \quad = 8 \text{ KN}\cdot\text{m}$

$R_1 = \frac{2}{5} q \cdot l \Rightarrow \frac{2}{5} \cdot 5 \cdot 4 = 8 \text{ KN} \quad R_2 = \frac{11}{10} q \cdot l \Rightarrow \frac{11}{10} \cdot 5 \cdot 4 = 22 \text{ KN}$

$R_3 = \frac{11}{10} q \cdot l \Rightarrow \frac{11}{10} \cdot 5 \cdot 4 = 22 \text{ KN} \quad R_4 = \frac{2}{5} q \cdot l \Rightarrow \frac{2}{5} \cdot 5 \cdot 4 = 8 \text{ KN}$

$T_1 = R_1 \Rightarrow T_1 = 8 \text{ KN}$

$T_2(s) = R_1 - q \cdot l_1 \Rightarrow T_2 = 8 - 5 \cdot 4 \Rightarrow T_2 = -12 \text{ KN}$

$T_2(b) = R_1 - q \cdot l_1 + R_2 \Rightarrow T_2 = 8 - 20 + 22 = 10 \text{ KN}$

$T_3(s) = R_1 + R_2 - q \cdot 2l \Rightarrow T_3(s) = 8 + 22 - 5 \cdot 2 \cdot 4 \Rightarrow T_3(s) = -10 \text{ KN}$

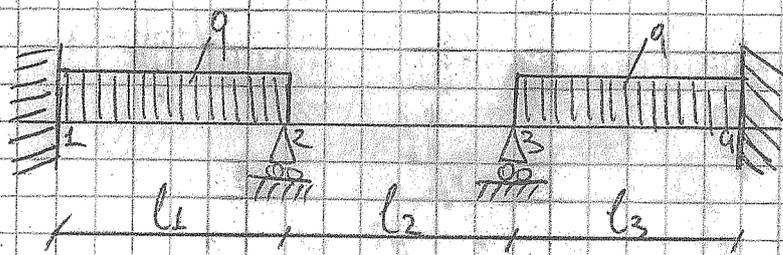
$T_3(b) = R_1 + R_2 + R_3 - q \cdot 2l \Rightarrow T_3(b) = 8 + 22 + 22 - 40 \Rightarrow T_3(b) = 12 \text{ KN}$

$T_4(s) = R_1 + R_2 + R_3 - q \cdot 3l \Rightarrow T_4(s) = 8 + 22 + 22 - 5 \cdot 3 \cdot 4 \Rightarrow T_4(s) = -8 \text{ KN}$

$T_4(b) = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 - q \cdot 3l \Rightarrow T_4(b) = 8 + 22 + 22 + 8 - 60$

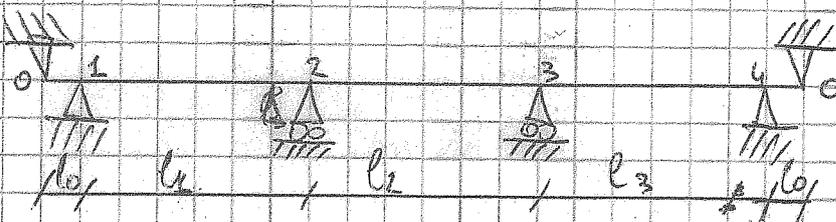
$T_4(b) = 0 \text{ KN}$

05/11/2014



$q = 2 \text{ KN/m}$

$l_1 = l_2 = l_3 = 4 \text{ m}$



$l_0 = 0$

- 1) $M(0-1-2)$
- 2) $M(1-2-3)$
- 3) $M(2-3-4)$
- 4) $M(3-4-0)$

1) $M_0 \cdot l_0 + 2M_1(l_0 + l_1) + M_2(l_1) = -6(B^* + A^*)$

$= 0 + 2M_1(0 + 4) + M_2 \cdot 4 = -6(0 + \frac{1}{24} \cdot 64)$

$2M_1 \cdot 4 + M_2 \cdot 4 = -32$

$M_1 = \frac{-M_2 \cdot 4 - 32}{8} \text{ KN}\cdot\text{m}$

2) $M_1 \cdot l_1 + 2M_2(l_1 + l_2) + M_3 \cdot l_2 = -6(B^* + A^*)$

$M_1 \cdot 4 + 2M_2(4 + 4) + M_3 \cdot 4 = -6(\frac{1}{24} \cdot 64 + 0)$

$M_1 \cdot 4 + 2M_2 \cdot 8 + M_3 \cdot 4 = -32$

$M_2 = \frac{-M_1 \cdot 4 - M_3 \cdot 4 - 32}{16} \text{ KN}\cdot\text{m}$

3)

$$M_2 \cdot l_2 + 2M_3(l_2 + l_3) + M_4 \cdot l_3 = -6(B^* + A^*)$$

$$M_2 \cdot 4 + 2M_3(4 + 4) + M_4 \cdot 4 = -6\left(0 + \frac{1}{24} \cdot 64\right)$$

$$M_2 \cdot 4 + 2M_3 \cdot 8 + M_4 \cdot 4 = -32$$

$$M_3 = \frac{-M_2 \cdot 4 - M_4 \cdot 4 - 32}{16} \text{ KN}\cdot\text{m}$$

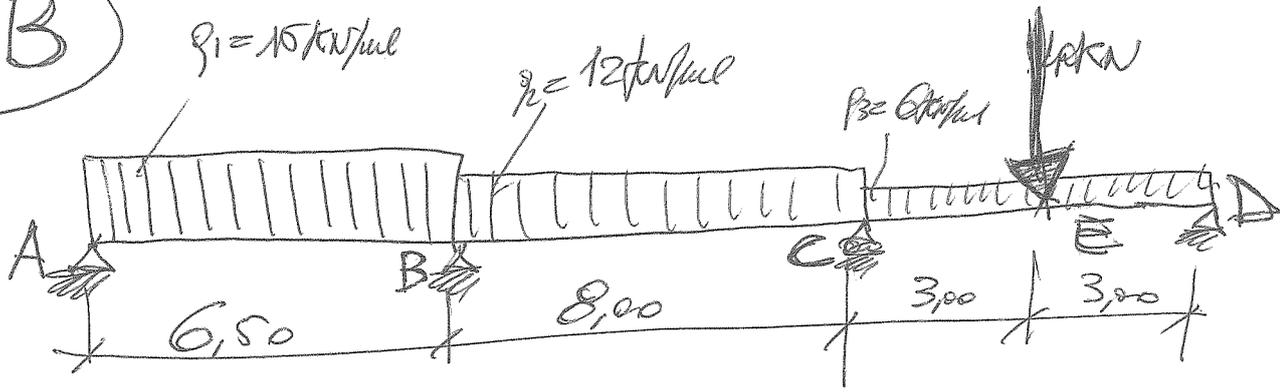
4)
$$M_3 \cdot l_3 + 2M_4(l_3 + l_0) + M_0 \cdot l_0 = -6(B^* + A^*)$$

$$M_3 \cdot 4 + 2M_4(4 + 0) + 0 = -6\left(\frac{1}{24} \cdot 64 + 0\right)$$

$$M_3 \cdot 4 + 2M_4 \cdot 8 = -32$$

$$M_4 = \frac{-M_3 \cdot 4 - 32}{8} \text{ KN}\cdot\text{m}$$

$L^a B$



$$\mathcal{H}_A \cdot 6,50 + 2 \mathcal{H}_B \cdot (6,50 + 8,00) + \mathcal{H}_C \cdot 8,00 = -6 \left(B_{AB}^{*} + A_{BC}^{*} \right)$$

$$\mathcal{H}_B \cdot 8,00 + 2 \mathcal{H}_C \cdot (8,00 + 6,00) + \mathcal{H}_D \cdot 6,00 = -6 \left(B_C^{*} + A^{*} \right) -$$

$$B_{AB}^{*} = \frac{1}{24} \cdot 16 \cdot 6,50^3 = 183,08$$

$$A_{BC}^{*} = \frac{1}{24} \cdot 12 \cdot 8,00^3 = 256$$

$$B_{CB}^{*} = \frac{1}{24} \cdot 12 \cdot 8,00^3 = 256$$

$$A_{(C-D)}^{*} = \left(\frac{1}{24} \cdot 6 \cdot 6^3 + \frac{1}{16} \cdot 40 \cdot 6^2 \right) = 144$$

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{H}_A \cdot 6,50 + 29 \mathcal{H}_B + \mathcal{H}_C \cdot 8,00 &= -6 \left(183,08 + 256 \right) \\ \mathcal{H}_B \cdot 8,00 + 28 \mathcal{H}_C + \mathcal{H}_D \cdot 6,00 &= -6 \left(256 + 144 \right) \end{aligned} \right\}$$

107

(2)

$$\begin{cases} 0 + 29M_B + M_C \cdot 8,00 = -2634,48 \\ M_B \cdot 8,00 + 28M_C + 0 = -2400 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_B = \frac{-M_C \cdot 8,00 - 2634,48}{29} \\ = \left(\frac{-M_C \cdot 8,00}{29} - \frac{2634,48}{29} \right) \cdot 8,00 + 28M_C = -2400 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_B = -0,276M_C - 90,84 \\ = (-0,276M_C - 90,84) \cdot 8,00 + 28M_C = -2400 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_B = -0,276M_C - 90,84 \\ (-0,276M_C \cdot 8,00) - (90,84 \cdot 8,00) + 28M_C = -2400 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_B = \text{---} \\ -2,21M_C - 726,72 + 28M_C = -2400 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_B = \text{---} \\ M_C(-2,21 + 28) = -2400 + 726,72 \end{cases}$$

108

3

$$\left\{ \begin{array}{l} M_B = \dots \\ 25,79 M_C = -1673,28 \end{array} \right.$$

$$M_C = -64,88 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_B = -0,276 M_C - 90,84 \\ = (-0,276 \cdot -64,88) - 90,84 \end{array} \right.$$

$$M_B = +17,91 - 90,84 = -72,93 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_B = -72,93 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\begin{array}{l} M_B = -72,93 \text{ kN}\cdot\text{m} \\ M_C = -64,88 \text{ kN}\cdot\text{m} \\ M_A = 0 \\ M_D = 0 \end{array}$$

109

REAZIONI VINCOLARI

④

$$R_A \cdot 6,50 - \frac{16 \cdot 6,50^2}{2} = M_B \rightarrow \text{NEGATIVO}$$

$$R_A = \left(\frac{16 \cdot 6,50^2}{2} - 72,93 \right) / 6,50 = \underline{\underline{40,78 \text{ kN}}}$$

$$R_{B(s)} = R_A - 9 \cdot 6,50 = 40,78 - 104 = 63,22 \text{ kN}$$

$$R_{B(D)} = M_B + R_B \cdot 8,00 - \frac{12 \cdot 8,00^2}{2} = M_C$$

$$R_{B(D)} = \frac{384 - 64,88 + 72,93}{8,00} = 49,00 \text{ kN}$$

$$R_{B(\text{TOTALE})} = 63,22 + 49,00 = 112,22 \text{ kN}$$

$$R_{C(s)} = 49,00 - (12 \cdot 8,00) = 47,00 \text{ kN}$$

$$R_D \cdot 6,00 - \frac{6 \cdot 6,00^2}{2} - (40 \cdot 3,00) = M_C$$

①①①

$$R_D = \frac{\frac{6 \cdot 6,00^2}{2} + 40,3}{6} = 64,88$$

(5)

$$R_D = 27,18 \text{ KN}$$

$$R_{C(TOTALE)} = R_A + R_B + R_D - (16 \times 6,50 + 8 \times 12 + 6 \times 6,00 + 40)$$

↓
276 KN

$$R_C = 40,78 + 112,22 + 27,18 - 276 = 95,82 \text{ KN}$$

$$R_{C(D)} = 95,82 - R_{C(S)} = 95,82 - 47,00 = 48,82 \text{ KN}$$

CALCOLO M_{MAX} POSITIVO TRA A-B
e B-C

e momento $M_{MAX} (+)$ nel punto E -

(11)

6

TASWA NUCLD =

$$R_A - q \cdot x = 0$$

$$x = \frac{R_A}{q} = \frac{40,78}{16} = 2,55 \text{ m}$$

$$M_{\text{MAX}}^{\oplus} (A-B) = (R_A \cdot 2,55) - \frac{16 \cdot 2,55^2}{2} = \left(40,78 \cdot 2,55 - \frac{16 \cdot 2,55^2}{2} \right)$$

$$M_{\text{MAX}}^{\oplus} (AB) = + 51,97 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{MAX}}^{\oplus} (B-c) = \frac{49,00}{12} = 4,08 \text{ m}$$

$$M_{\text{MAX}}^{\oplus} (B-c) = M_B + (R_{B(D)} \cdot 4,08) - \frac{12 \cdot 4,08^2}{2} =$$

$$= -72,93 + 49,00 \times 4,08 - \frac{12 \cdot 4,08^2}{2} =$$

$$= -72,93 + 199,92 - 99,88 = 27,11 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{MAX}}^{\oplus} (Bc) = + 27,11 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

112

(7)

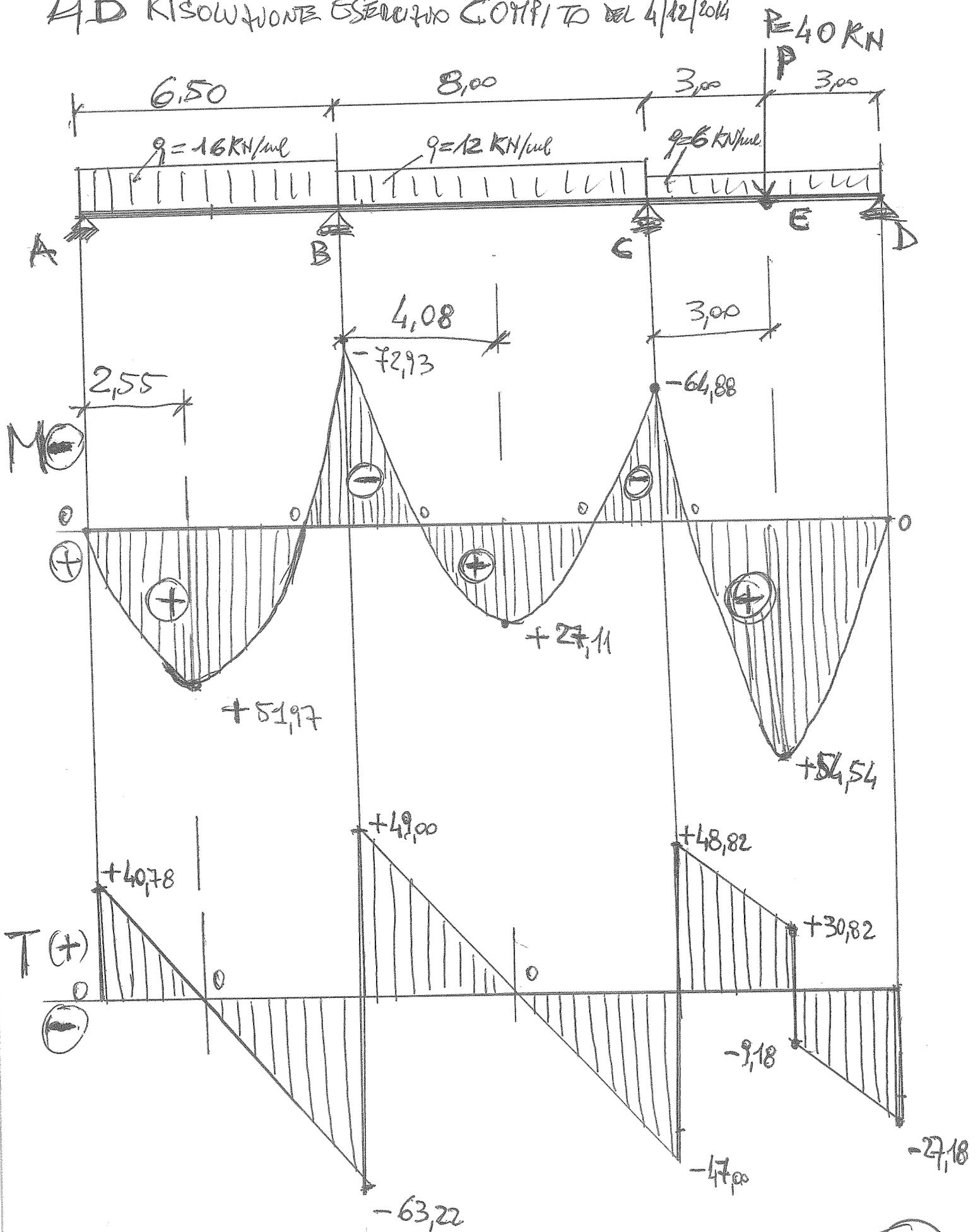
$$M_E = (R_D \cdot 3,00) - \frac{6 \times 3,00^2}{2} = (27,18 \cdot 3,00) - \left(\frac{6 \cdot 3,00^2}{2}\right)$$

$$M_E = 81,54 - 27 = 54,54 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_E = + 54,54 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

113

10
 AB RISORSAZIONE ESERCIZIO COMPLETO DEL 4/12/2014



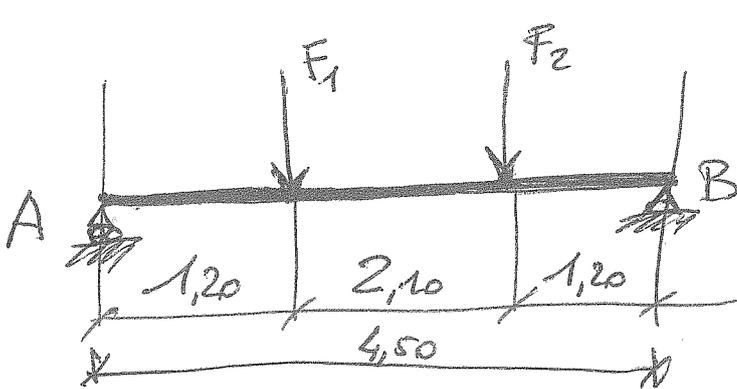
①



$M = 20 \text{ kN}\cdot\text{m}$
 $\alpha_B = ?$
 $f_{\text{MAX}} = ?$
 $R_A = ?$
 $D_A = ?$

DISSEGNARE DIAGRAMMI T/M TRAVE REALE -

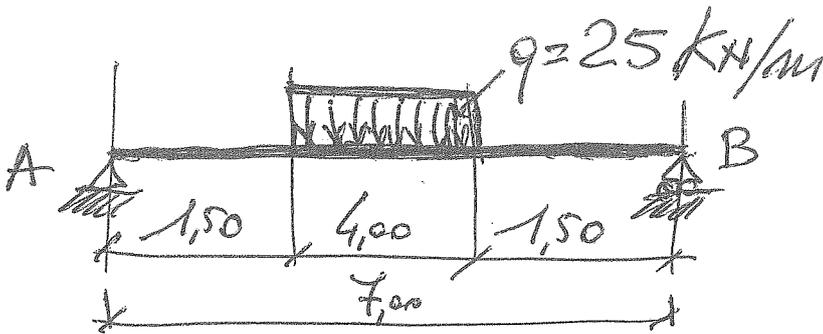
②



$R_A = ?$
 $R_B = ?$
 $\alpha_A = ?$
 $\alpha_B = ?$
 $F_1 = F_2 = 18 \text{ kN}$
 $f_{\text{MAX}} = ?$

DISSEGNARE DIAGRAMMI T/M RELE TRAVE REALE

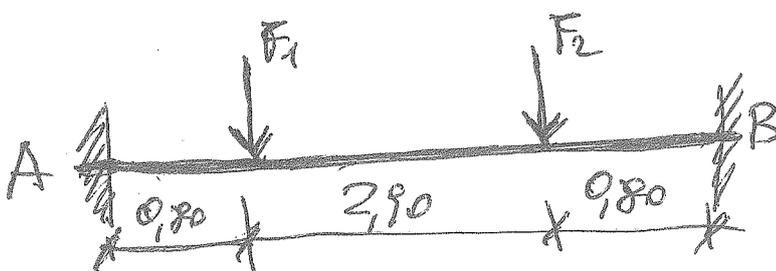
③



$q = 25 \text{ kN/m}$
 $\alpha_A = ?$
 $\alpha_B = ?$
 $f_{\text{MAX}} = ?$
 $R_A = ?$
 $R_B = ?$

DIAGRAMMI T/M RELE TRAVE REALE -

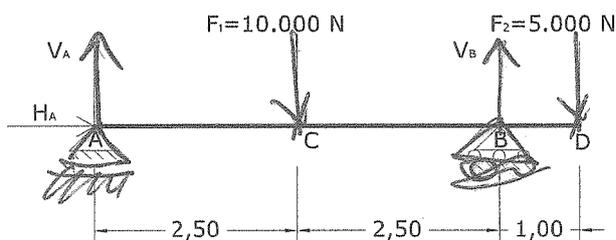
④



$F_1 = F_2 = 30 \text{ kN}$
 $f_{\text{MAX}} = ?$
 $R_A = ?$
 $R_B = ?$

DIAGRAMMI T/M RELE TRAVE REALE -

Esercizio n. 1



Scriviamo le equazioni di equilibrio della statica:

$$\sum H = 0 \rightarrow H_A = 0$$

$$\sum V = 0 \rightarrow V_A - 10.000 + V_B - 5.000 = 0$$

$$\sum M^A = 0 \rightarrow 10.000 \cdot 2,5 - V_B \cdot 5 + 5.000 \cdot 6 = 0$$

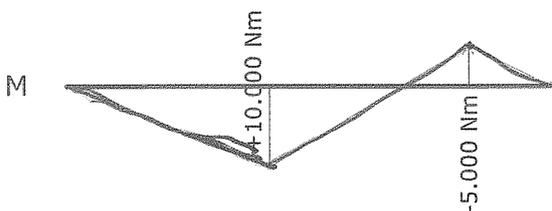
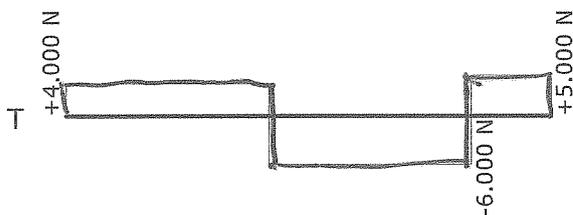
Dall'equilibrio alla rotazione si ottiene:

$$V_B = \frac{25.000 + 30.000}{5} = \frac{55.000}{5} = 11.000 \text{ N}$$

Sostituendo tale valore nella seconda equazione si ha:

$$V_A = 10.000 - 11.000 + 5.000 = 4.000 \text{ N}$$

§



Per le caratteristiche di sollecitazione:

$$T_A = V_A = 4.000 \text{ N}$$

$$T'_C = T_A$$

$$T''_C = T'_C - F_1 = 4.000 - 10.000 = -6.000 \text{ N}$$

$$T'_B = T''_C = -6.000 \text{ N}$$

$$T''_B = T'_B + 11.000 = -6.000 + 11.000 = 5.000 \text{ N}$$

$$T_D = T''_B = 5.000 \text{ N}$$

$$M_A = 0$$

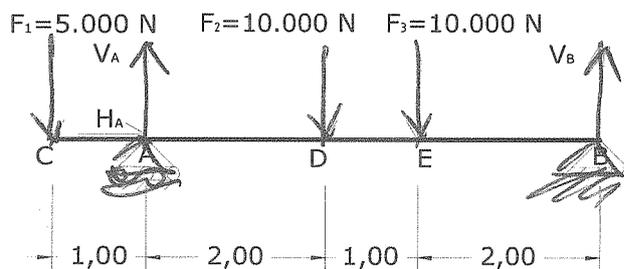
$$M_C = V_A \cdot 2,50 = 4.000 \cdot 2,50 = 10.000 \text{ Nm}$$

$$M_B = V_A \cdot 5 - F_1 \cdot 2,50 = 4.000 \cdot 5 - 10.000 \cdot 2,50 = -5.000 \text{ Nm}$$

$$M_D = -F_2 \cdot 1 = -5.000 \cdot 1 = -5.000 \text{ Nm}$$

$$M_D = 0$$

Esercizio n. 2



Scriviamo le equazioni di equilibrio della statica:

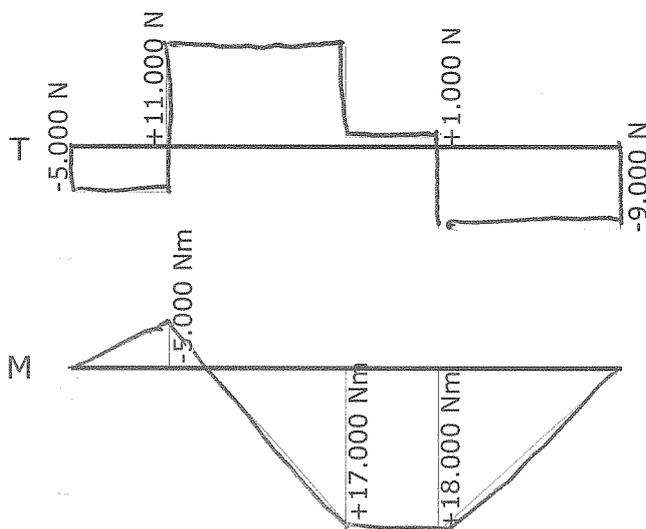
$$\sum H = 0 \rightarrow H_A = 0$$

$$\sum V = 0 \rightarrow$$

$$-5.000 + V_A - 10.000 - 10.000 + V_B = 0$$

$$\sum M^A = 0 \rightarrow$$

$$-5.000 \cdot 1 + 10.000 \cdot 2 + 10.000 \cdot 3 - V_B \cdot 5 = 0$$



Dall'equilibrio alla rotazione si ottiene:

$$V_B = \frac{-5.000 + 20.000 + 30.000}{5} = \frac{45.000}{5} =$$

$$= 9.000 \text{ N}$$

Sostituendo tale valore nella seconda equazione si ha:

$$V_A = 5.000 + 10.000 + 10.000 - 9.000 = 16.000 \text{ N}$$

§

Per le caratteristiche di sollecitazione:

$$T_C = -F_1 = -5.000 \text{ N}$$

$$T'_A = T_C$$

$$T''_A = T'_A + V_A = -5.000 + 16.000 = 11.000 \text{ N}$$

$$T'_D = T''_A$$

$$T''_D = T'_D - F_2 = 11.000 - 10.000 = 1.000 \text{ N}$$

$$T'_E = T''_D$$

$$T''_E = T'_E - F_3 = 1.000 - 10.000 = -9.000 \text{ N}$$

$$T_B = T''_E = -9.000 \text{ N}$$

$$M_C = 0$$

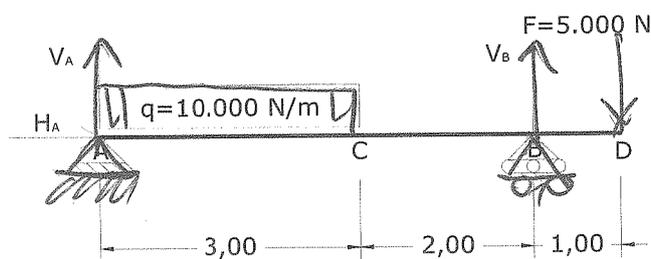
$$M_A = -F_1 \cdot 1 = -5.000 \cdot 1 = -5.000 \text{ Nm}$$

$$M_D = -F_1 \cdot 3 + V_A \cdot 2 = -5.000 \cdot 3 + 16.000 \cdot 2 = 17.000 \text{ Nm}$$

$$M_E = -F_1 \cdot 4 + V_A \cdot 3 - F_2 \cdot 1 = -5.000 \cdot 4 + 16.000 \cdot 3 - 10.000 \cdot 1 = 18.000 \text{ Nm}$$

$$M_B = 0$$

Esercizio n. 3



Scriviamo le equazioni di equilibrio della statica:

$$\sum H = 0 \rightarrow H_A = 0$$

$$\sum V = 0 \rightarrow V_A - 10.000 \cdot 3 + V_B - 5.000 = 0$$

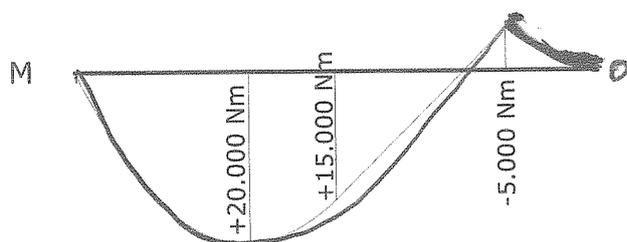
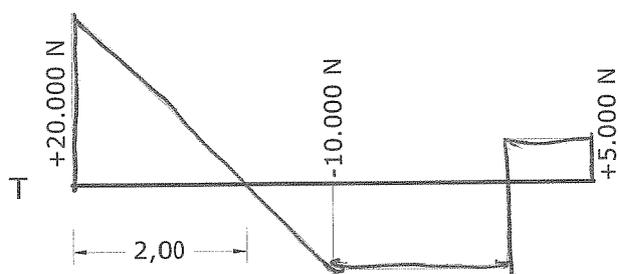
$$\sum M^A = 0 \rightarrow 10.000 \cdot 3 \cdot 1,5 - V_B \cdot 5 + 5.000 \cdot 6 = 0$$

Dall'equilibrio alla rotazione si ottiene:

$$V_B = \frac{45.000 + 30.000}{5} = \frac{75.000}{5} = 15.000 \text{ N}$$

Sostituendo tale valore nella seconda equazione si ha:

$$V_A = 30.000 - 15.000 + 5.000 = 20.000 \text{ N}$$



Per le caratteristiche di sollecitazione:

$$T_A = V_A = 20.000 \text{ N}$$

$$T(x) = 0 \text{ per } x = \frac{T_{\text{iniziale}}}{q} = \frac{20.000}{10.000} = 2.00 \text{ m}$$

$$T_C = T_A - q \cdot 3 = 20.000 - 10.000 \cdot 3 = -10.000 \text{ N}$$

$$T'_B = T_C$$

$$T''_B = T'_B + V_B = -10.000 + 15.000 = 5.000 \text{ N}$$

$$T_D = T''_B = 5.000 \text{ N}$$

$$M_A = 0$$

$$M_{\text{max}} = V_A \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} = 20.000 \cdot 2 - \frac{10.000 \cdot 2^2}{2} = 20.000 \text{ Nm}$$

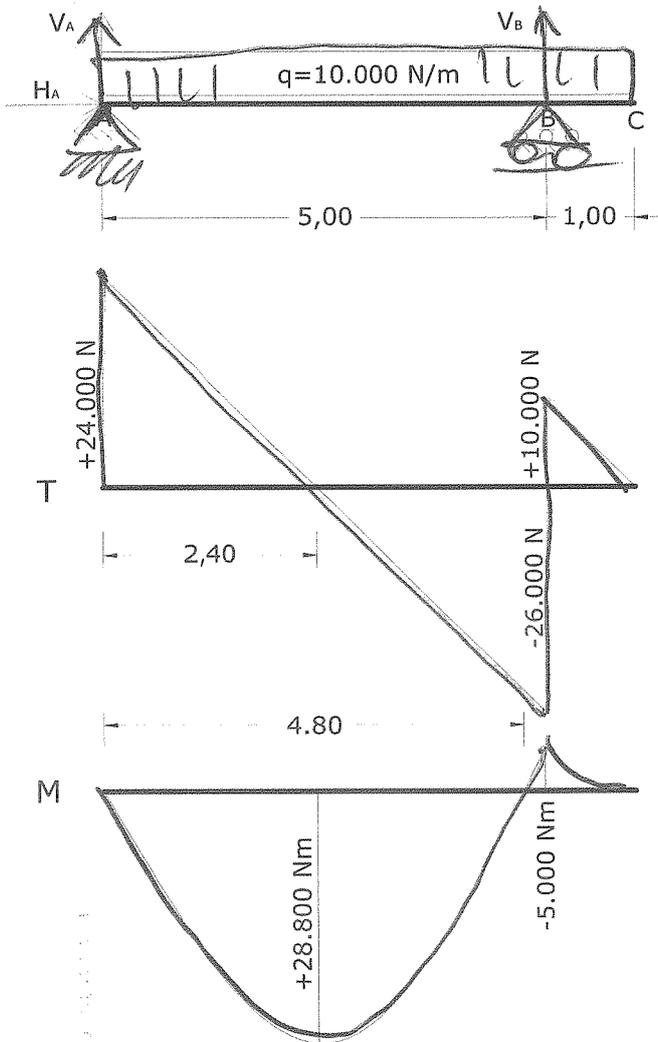
$$M_C = V_A \cdot 3 - \frac{q \cdot 3^2}{2} = 20.000 \cdot 3 - \frac{10.000 \cdot 3^2}{2} = 15.000 \text{ Nm}$$

$$M_B = -F \cdot 1 = -5.000 \cdot 1 = -5.000 \text{ Nm}$$

$$M_D = 0$$

§

Esercizio n. 4



Scriviamo le equazioni di equilibrio della statica:

$$\sum H = 0 \rightarrow H_A = 0$$

$$\sum V = 0 \rightarrow V_A - 10.000 \cdot 6 + V_B = 0$$

$$\sum M^A = 0 \rightarrow 10.000 \cdot 6 \cdot 3 - V_B \cdot 5 = 0$$

Dall'equilibrio alla rotazione si ottiene:

$$V_B = \frac{180.000}{5} = 36.000 \text{ N}$$

Sostituendo tale valore nella seconda equazione si ha:

$$V_A = 60.000 - 36.000 = 24.000 \text{ N}$$

§

Per le caratteristiche di sollecitazione:

$$T_A = V_A = 24.000 \text{ N}$$

$$T(x) = 0 \text{ per } x = \frac{T_{\text{iniziale}}}{q} = \frac{24.000}{10.000} = 2,40 \text{ m}$$

$$T'_B = T_A - q \cdot 5 = 24.000 - 10.000 \cdot 5 = -26.000 \text{ N}$$

$$T''_B = T'_B + V_B = -26.000 + 36.000 = 10.000 \text{ N}$$

$$T_D = T''_B - 10.000 \cdot 1 = 10.000 - 10.000 = 0$$

$$M_A = 0$$

$$M_{\text{max}} = V_A \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} = 24.000 \cdot 2,40 - \frac{10.000 \cdot 2,40^2}{2} = 28.800 \text{ Nm}$$

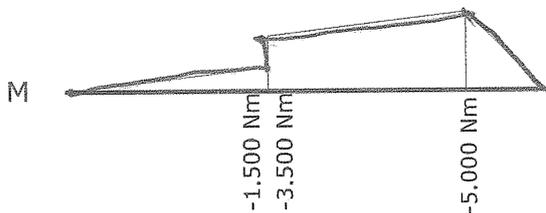
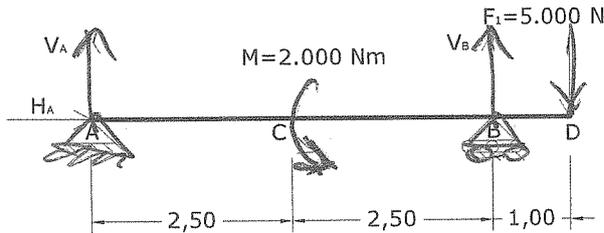
$$M_B = V_A \cdot 5 - \frac{q \cdot 5^2}{2} = 24.000 \cdot 5 - \frac{10.000 \cdot 5^2}{2} = -5.000 \text{ Nm}$$

$$M_B = -q \cdot 1 \cdot 0,50 = -10.000 \cdot 1 \cdot 0,50 = -5.000 \text{ Nm}$$

$$M_C = 0$$

$$M(x) = V_A \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} = 0 \text{ per } x = 0 \text{ e per } x = \frac{2 \cdot V_A}{q} = \frac{2 \cdot 24.000}{10.000} = 4,80 \text{ m}$$

Esercizio n. 5



Scriviamo le equazioni di equilibrio della statica:

$$\sum H = 0 \rightarrow H_A = 0$$

$$\sum V = 0 \rightarrow V_A - 5.000 + V_B = 0$$

$$\sum M^A = 0 \rightarrow -2.000 - V_B \cdot 5 + 5.000 \cdot 6 = 0$$

Dall'equilibrio alla rotazione si ottiene:

$$V_B = \frac{28.000}{5} = 5.600 \text{ N}$$

Sostituendo tale valore nella seconda equazione si ha:

$$V_A = 5.000 - 5.600 = -600 \text{ N}$$

Il fatto che V_A sia negativa significa che il verso ipotizzato è errato e che la reazione è rivolta verso il basso.

§

Per le caratteristiche di sollecitazione:

$$T_A = V_A = -600 \text{ N}$$

$$T_B' = T_A = -600 \text{ N}$$

$$T_B'' = T_B' + V_B = -600 + 5.600 = 5.000 \text{ N}$$

$$T_D = T_B'' = 5.000 \text{ N}$$

$$M_A = 0$$

$$M_C' = -600 \cdot 2,50 = -1.500 \text{ Nm}$$

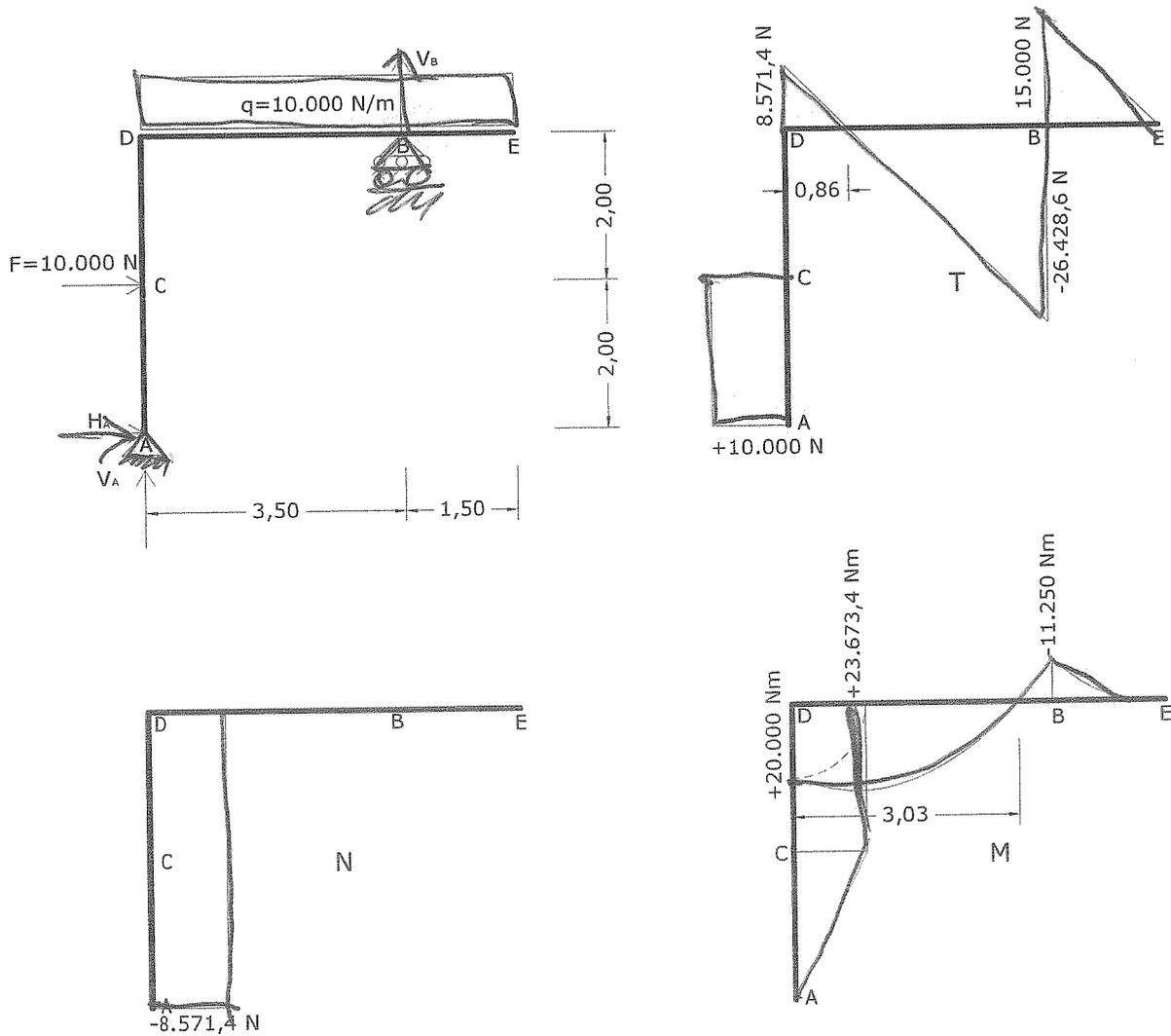
$$M_C'' = M_C' - 2.000 = -3.500 \text{ Nm}$$

$$M_B = -600 \cdot 5 - 2.000 = -5.000 \text{ Nm (guardando a sinistra della sezione)}$$

$$M_B = -5.000 \cdot 1 = -5.000 \text{ Nm (guardando a destra della sezione)}$$

$$M_C = 0$$

Esercizio n. 6



Scriviamo le equazioni di equilibrio della statica:

$$\sum H = 0 \rightarrow H_A + 10.000 = 0$$

$$\sum V = 0 \rightarrow V_A - 10.000 \cdot 5 + V_B = 0$$

$$\sum M^A = 0 \rightarrow 10.000 \cdot 2 + 10.000 \cdot 5 \cdot 2,50 - V_B \cdot 3,50 = 0$$

Dalla prima equazione di ricava:

$$H_A = -10.000 \text{ N}$$

Dall'equilibrio alla rotazione si ottiene:

$$V_B = \frac{145.000}{3,50} = 41.428,6 \text{ N}$$

Sostituendo tale valore nella seconda equazione si ha:

$$V_A = 50.000 - 41.428,6 = 8.571,4 \text{ N}$$

Il fatto che H_A sia negativa significa che il verso ipotizzato è errato e che la reazione è rivolta verso sinistra. Bisognerà tenerne debito conto nel calcolo delle sollecitazioni.

Per le caratteristiche di sollecitazione:

$$N_A \quad V_A \quad 8.571,4 \text{ N}$$

$$N'_D \equiv N_A = -$$

$$N''_D = N_B = N_E = 0$$

$$T_A = -H_A = 10.000 \text{ N}$$

$$T'_C = T_A$$

$$T''_C = T'_C - F = 10.000 - 10.000 = 0$$

$$T'_D = T''_C$$

$$T''_D = V_A = 8.571,4 \text{ N}$$

$$T(x) = 0 \text{ per } x = \frac{T_{\text{iniziale}}}{q} = \frac{8.571,4}{10.000} = 0,86 \text{ m}$$

$$T'_B = T''_D - 10.000 \cdot 3,50 = 8.571,4 - 35.000 = -26.428,6 \text{ N}$$

$$T''_B = T'_B + V_B = -26.428,6 + 41.428,6 = 15.000 \text{ N}$$

$$T_E = 0$$

$$M_A = 0$$

$$M_C = -H_A \cdot 2 = 10.000 \cdot 2 = 20.000 \text{ Nm}$$

$$M_D = -H_A \cdot 4 - F \cdot 2 = 10.000 \cdot 4 - 10.000 \cdot 2 = 20.000 \text{ Nm}$$

$$M_{\text{max}} = -H_A \cdot 4 - F \cdot 2 + V_A \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} =$$

$$= 10.000 \cdot 4 - 10.000 \cdot 2 + 8.571,4 \cdot 0,86 - \frac{10.000 \cdot 0,86^2}{2} = 23.673,4 \text{ Nm}$$

$$M_B = -H_A \cdot 4 - F \cdot 2 + V_A \cdot 3,50 - \frac{q \cdot 3,50^2}{2} = 10.000 \cdot 4 - 10.000 \cdot 2 + 8.571,4 \cdot 3,50 - \frac{10.000 \cdot 3,50^2}{2} =$$

$$= -11.250 \text{ Nm (guardando a sinistra della sezione)}$$

$$M_B = -q \cdot 1,50 \cdot 0,75 = -10.000 \cdot 1,50 \cdot 0,75 = -11.250 \text{ Nm (guardando a destra della sezione)}$$

$$M_C = 0$$

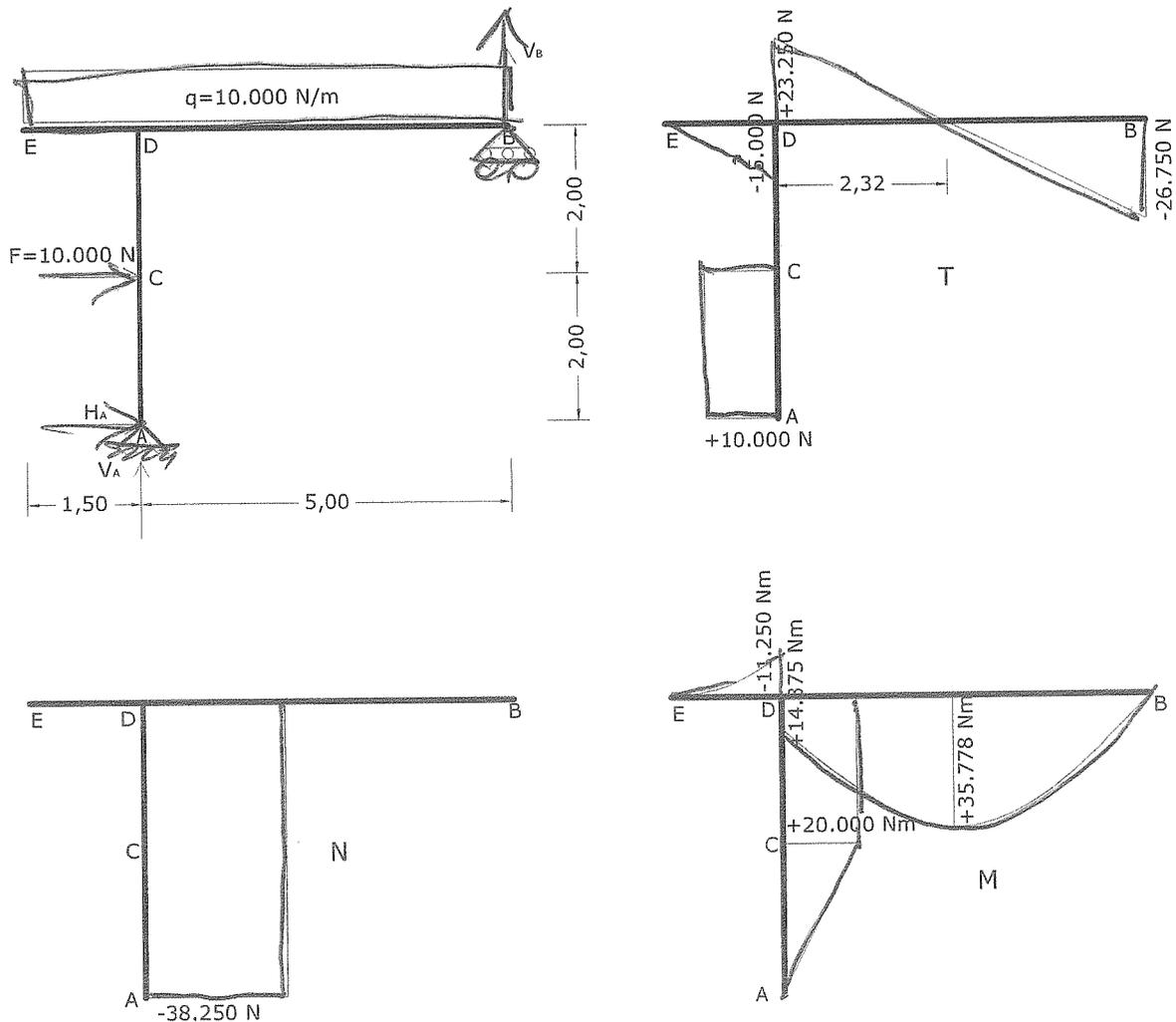
$$M(x) = -H_A \cdot 4 - F \cdot 2 + V_A \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} = 20.000 + 8.571,4 \cdot x - \frac{10.000 \cdot x^2}{2} = 0$$

per

$$x = \frac{8.571,4 \pm \sqrt{8.571,4^2 + 4 \cdot 5.000 \cdot 20.000}}{2 \cdot 5.000}; \quad x_1 = -1,32 \text{ m}, \quad x_2 = 3,03 \text{ m}$$

Ovviamente la radice negativa ha solo significato matematico.

Esercizio n. 7



Scriviamo le equazioni di equilibrio della statica:

$$\sum H = 0 \rightarrow H_A + 10.000 = 0$$

$$\sum V = 0 \rightarrow V_A - 10.000 \cdot 6,50 + V_B = 0$$

$$\sum M^A = 0 \rightarrow 10.000 \cdot 2 + 10.000 \cdot 6,50 \cdot 1,75 - V_B \cdot 5 = 0$$

Dalla prima equazione si ricava:

$$H_A = -10.000 \text{ N}$$

Dall'equilibrio alla rotazione si ottiene:

$$V_B = \frac{133.750}{5} = 26.750 \text{ N}$$

Sostituendo tale valore nella seconda equazione si ha:

$$V_A = 65.000 - 26.750 = 38.250 \text{ N}$$

Il fatto che H_A sia negativa significa che il verso ipotizzato è errato e che la reazione è rivolta verso sinistra. Bisognerà tenerne debito conto nel calcolo delle sollecitazioni.

Per le caratteristiche di sollecitazione:

$$N_A = V_A = 38.250 \text{ N}$$

$$N_{DA} = N_A = -$$

$$N_E = N_{DE} = N_{DB} = N_B = 0$$

$$T_A = -H_A = 10.000 \text{ N}$$

$$T_{CA} = T_A$$

$$T_{CD} = T_{CA} - F = 10.000 - 10.000 = 0$$

$$T_{DC} = T_{CD}$$

$$T_E = 0$$

$$T_{DE} = -q \cdot 1,50 = -15.000 \text{ N}$$

$$T_{DB} = T_{DE} + V_A = -15.000 + 38.250 = 23.250 \text{ N}$$

$$T(x) = 0 \text{ per } x = \frac{T_{\text{iniziale}}}{q} = \frac{23.250}{10.000} = 2,32 \text{ m}$$

$$T_B = T_{DB} - q \cdot 5 = -V_B = 23.250 - 10.000 \cdot 5 = -26.750 \text{ N}$$

$$M_A = 0$$

$$M_C = -H_A \cdot 2 = 10.000 \cdot 2 = 20.000 \text{ Nm}$$

$$M_{DC} = -H_A \cdot 4 - F \cdot 2 = 10.000 \cdot 4 - 10.000 \cdot 2 = 20.000 \text{ Nm}$$

$$M_E = 0$$

$$M_{DE} = -10.000 \cdot 1,50 \cdot 0,75 = -11.250 \text{ Nm}$$

$$M_{DB} = M_{DC} + M_{DE} = 8.750 \text{ Nm}$$

$$M_{\text{max}} = -H_A \cdot 4 - F \cdot 2 + V_A \cdot x - \frac{q \cdot (x + 1,50)^2}{2} =$$

$$= 10.000 \cdot 4 - 10.000 \cdot 2 + 38.250 \cdot 2,32 - \frac{10.000 \cdot (2,32 + 1,50)^2}{2} = 35.778 \text{ Nm}$$

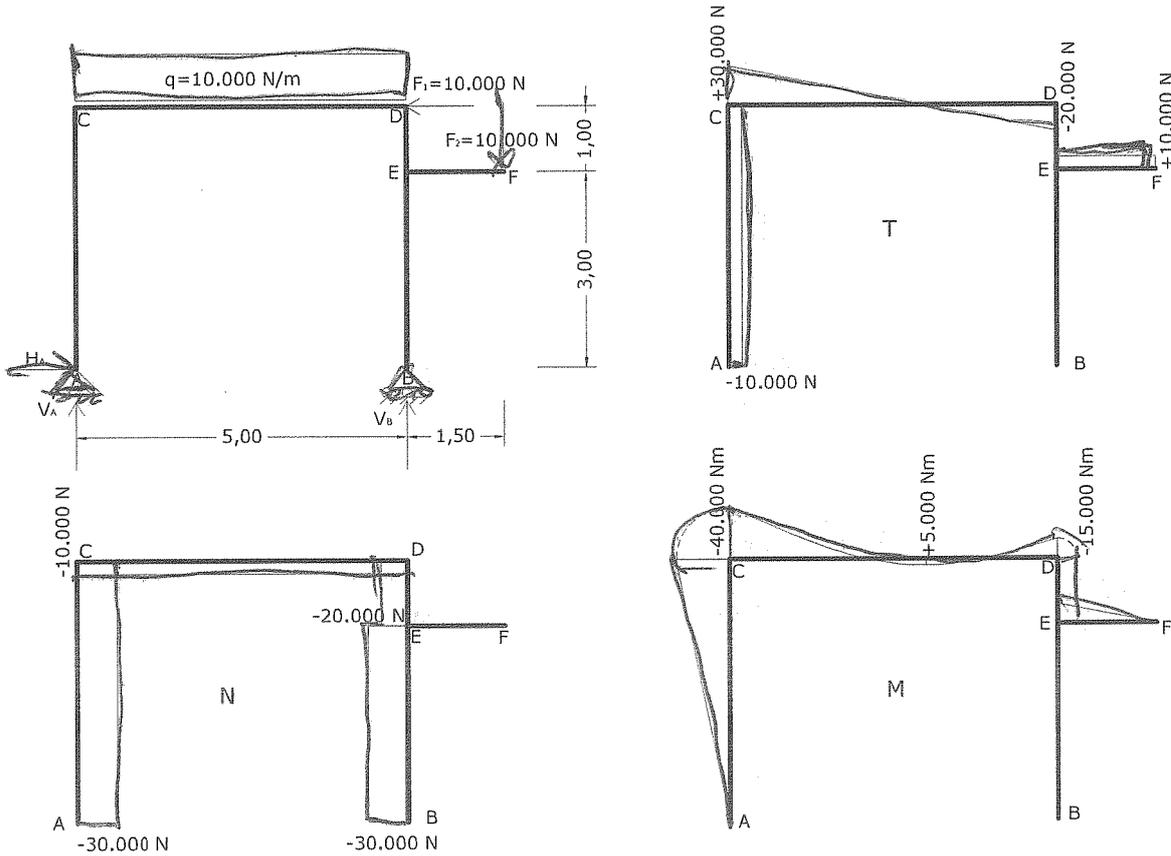
(guardando a sinistra della sezione)

$$M_{\text{max}} = V_B \cdot (5 - x) - \frac{q \cdot (5 - x)^2}{2} = 26.750 \cdot (5 - 2,32) - \frac{10.000 \cdot (5 - 2,32)^2}{2} = 35.778 \text{ Nm}$$

(guardando a destra della sezione)

$$M_B = 0$$

Esercizio n. 8



Scriviamo le equazioni di equilibrio della statica:

$$\sum H = 0 \rightarrow H_A - F_1 = H_A - 10.000 = 0$$

$$\sum V = 0 \rightarrow V_A - q \cdot 5 - F_2 + V_B = V_A - 10.000 \cdot 5 - 10.000 + V_B = 0$$

$$\begin{aligned} \sum M^A = 0 &\rightarrow q \cdot 5 \cdot 2,50 - F_1 \cdot 4 + F_2 \cdot 6,50 - V_B \cdot 5 = \\ &= 10.000 \cdot 5 \cdot 2,50 - 10.000 \cdot 4 + 10.000 \cdot 6,50 - V_B \cdot 5 = 0 \end{aligned}$$

Dalla prima equazione si ricava:

$$H_A = 10.000 \text{ N}$$

Dall'equilibrio alla rotazione si ottiene:

$$V_B = \frac{150.000}{5} = 30.000 \text{ N}$$

Sostituendo tale valore nella seconda equazione si ha:

$$V_A = 60.000 - 30.000 = 30.000 \text{ N}$$

Per le caratteristiche di sollecitazione:

$$N_A = V_A = 30.000 \text{ N}$$

$$N_{CA} = -N_A = -$$

$$N_{CD} = -H_A = -10.000 \text{ N}$$

$$N_{DC} = N_{CD}$$

$$N_{DE} = V_A - q \cdot 5 = 30.000 - 10.000 \cdot 5 = -20.000 \text{ N (guardando prima della sezione)}$$

$$N_{DE} = -V_B + F_2 = -30.000 + 10.000 = -20.000 \text{ N (guardando dopo la sezione)}$$

$$N_{ED} = N_{DE}$$

$$N_{EB} = N_{ED} - F_2 = -20.000 - 10.000 = -30.000 \text{ N}$$

$$T_A = -H_A = -10.000 \text{ N}$$

$$T_{CA} = T_A$$

$$T_{CD} = V_A = 30.000 \text{ N}$$

$$T(x) = 0 \text{ per } x = \frac{T_{iniziale}}{q} = \frac{30.000}{10.000} = 3,00 \text{ m}$$

$$T_{DC} = T_{CD} - q \cdot 5 = 30.000 - 10.000 \cdot 5 = -20.000 \text{ N}$$

$$T_{DE} = H_A - F_1 = 10.000 - 10.000 = 0$$

$$T_{DB} = T_{DE} = T_B$$

$$T_{DF} = V_A - q \cdot 5 + V_B = 30.000 - 50.000 + 30.000 = 10.000 \text{ N}$$

$$T_F = T_{DF}$$

$$M_A = 0$$

$$M_C = -H_A \cdot 4 = 10.000 \cdot 4 = -40.000 \text{ Nm}$$

$$M_{\max} = -H_A \cdot 4 + V_A \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} = -10.000 \cdot 4 + 30.000 \cdot 3,00 - \frac{10.000 \cdot 3^2}{2} = 5.000 \text{ Nm}$$

$$M_D = -H_A \cdot 4 + V_A \cdot 5 - \frac{q \cdot 5^2}{2} = -10.000 \cdot 4 + 30.000 \cdot 5,00 - \frac{10.000 \cdot 5^2}{2} = -15.000 \text{ Nm}$$

(guardando a sinistra della sezione)

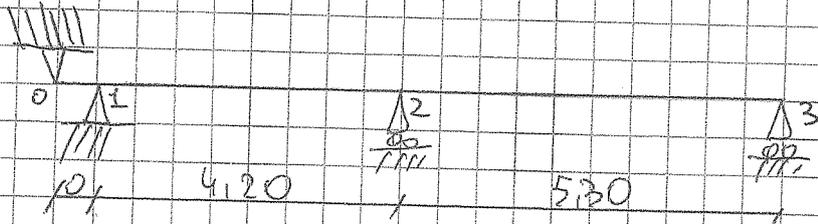
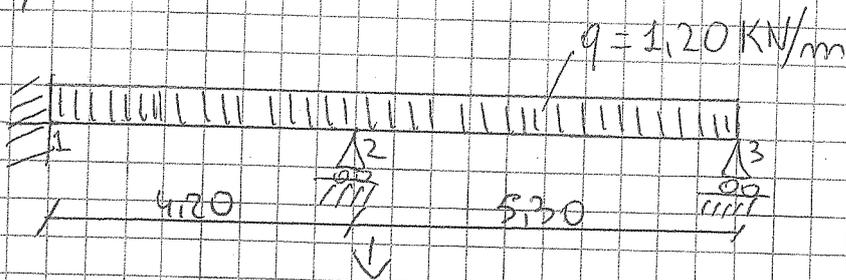
$$M_D = -F_2 \cdot 1,50 = -10.000 \cdot 1,50 = -15.000 \text{ Nm}$$

(guardando a destra della sezione)

$$M_E = -F_2 \cdot 1,50 = -10.000 \cdot 1,50 = -15.000 \text{ Nm}$$

$$M_F = M_B = 0$$

07/11/2014



M (0-1-2)

$$M_0 \cdot 0 + 2M_1(0+4,20) + M_2 \cdot 4,20 = -6 \left(0 + \frac{1}{24} \cdot 1,2 \cdot (4,20)^3 \right)$$

$$0 + M_1 \cdot 8,40 + M_2 \cdot 4,20 = -22,22$$

$$M_1 = \frac{-M_2 \cdot 4,20 - 22,22}{8,40} \text{ KN}\cdot\text{m}$$

M (1-2-3)

$$M_1 \cdot 4,20 + 2M_2(4,20+5,30) + M_3 \cdot 5,30 = -6 \left(\frac{1}{24} \cdot 1,2 \cdot (4,20)^3 + \frac{1}{24} \cdot 1,2 \cdot (5,30)^3 \right)$$

$$M_1 \cdot 4,20 + M_2 \cdot 19 + 0 = -22,22 - 44,66$$

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= \frac{-M_2 \cdot 4,20 - 22,22}{8,40} \\ M_1 \cdot 4,20 + M_2 \cdot 19 &= -66,88 \end{aligned} \right\}$$

$$M_1 \cdot 4,20 + M_2 \cdot 19 = -66,88$$

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= \frac{-M_2 \cdot 4,20 - 22,22}{8,40} \\ \left(\frac{-M_2 \cdot 4,20 - 22,22}{8,40} \right) \cdot 4,20 + M_2 \cdot 19 &= -66,88 \end{aligned} \right\}$$

$$\left(\frac{-M_2 \cdot 4,20 - 22,22}{8,40} \right) \cdot 4,20 + M_2 \cdot 19 = -66,88$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_1 = \frac{-M_2 \cdot 4,20 - 22,22}{8,40} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -M_2 \cdot 17,64 - 93,32 + M_2 \cdot 19 = -66,88 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_1 = \frac{-M_2 - 4,20 - 22,22}{8,40} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -M_2 \cdot 17,64 - 93,32 + M_2 \cdot 159,60 = -561,792 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_1 = \frac{-M_2 \cdot 4,20 - 22,22}{8,40} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_2 = \frac{93,32 + 561,792}{141,96} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_1 = \frac{-M_2 \cdot 4,20 - 22,22}{8,40} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_2 = -3,30 \end{array} \right.$$

$$M_1 = \frac{-3,30 \cdot 4,20 - 22,22}{8,40}$$

$$M_1 = -4,30 \text{ KN}\cdot\text{m}$$

$$M_2 = -3,30 \text{ KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{2(s)} = M_1 + R_1 \cdot 4,20 - 1,20 \cdot 4,20 \cdot 2,10$$

$$-3,30 = \overset{-4,30}{+} R_1 \cdot 4,20 - 10,58$$

$$R_1 = \frac{-3,30 + 10,58 + 4,30}{4,40} = 2,63 \text{ KN}$$

$$M_{2(b)} = M_3 + R_3 \cdot 5,30 - 1,20 \cdot 5,30 \cdot 2,65$$

$$-3,30 = 0 + R_3 \cdot 5,30 - 16,85$$

$$R_3 = \frac{-3,30 + 16,85}{5,30} = 2,55 \text{ KN}$$

$$M_1 = M_3 + M_2 + R_3 \cdot 9,50 + R_2 \cdot 4,20 - 1,20 \cdot 9,50 \cdot 4,75$$

$$-4,30 = 0 - 3,30 + 2,55 \cdot 9,50 + R_2 \cdot 4,20 - 54,15$$

$$R_2 = \frac{-4,30 + 3,30 - 24,22 + 54,15}{4,20}$$

$$R_2 = 6,87 \text{ KN}$$

13/11/2014

$$kN = 1000 N$$

$$MN = 10^6 N$$

$$\gamma = \frac{P}{V} \left(\frac{N}{m^3} \right)$$

$$C_s \text{ (acqua, inerti, cemento)} = 2400 \text{ Kg}/m^3$$

$$2400 \text{ Kg}/m^3 = 24 \text{ kN}/m^3$$

$$C.a. = 25 \text{ kN}/m^3$$

$$F_e = 78,50 \text{ kN}/m^3$$

$$\text{Legno} = 5-7 \text{ kN}/m^3$$

$$\text{Malta} = 20 \text{ kN}/m^3$$

$$\text{Mattone pieno} = 15 \text{ kN}/m^3$$

$$\text{Mattone forato} = 8 \text{ kN}/m^3$$

$$\text{Tufo} = 17 \text{ kN}/m^3$$

$$\text{Materiali isolanti} = 0,4 \text{ kN}/m^3$$

$$\text{Pavimenti in ceramica} = 10 \text{ kN}/m^3$$

$$\text{Pavimenti in marmo} = 20 \text{ kN}/m^3$$

$$\text{Guaine} = 20 \text{ kN}/m^3$$

$$\text{Muratura in pietra} = 27 \text{ kN}/m^3$$

Carichi accidentali

Fabbricati residenziali

2 KN/m²

Fabbricati per uffici: privati
pubblici

2 KN/m²

3 KN/m²

Fabbricati per edifici pubblici: scuole

Superiori 4 KN/m²
Elementari 3 KN/m²

ospedali : 4 KN/m²

depositi archivi : 6 KN/m²

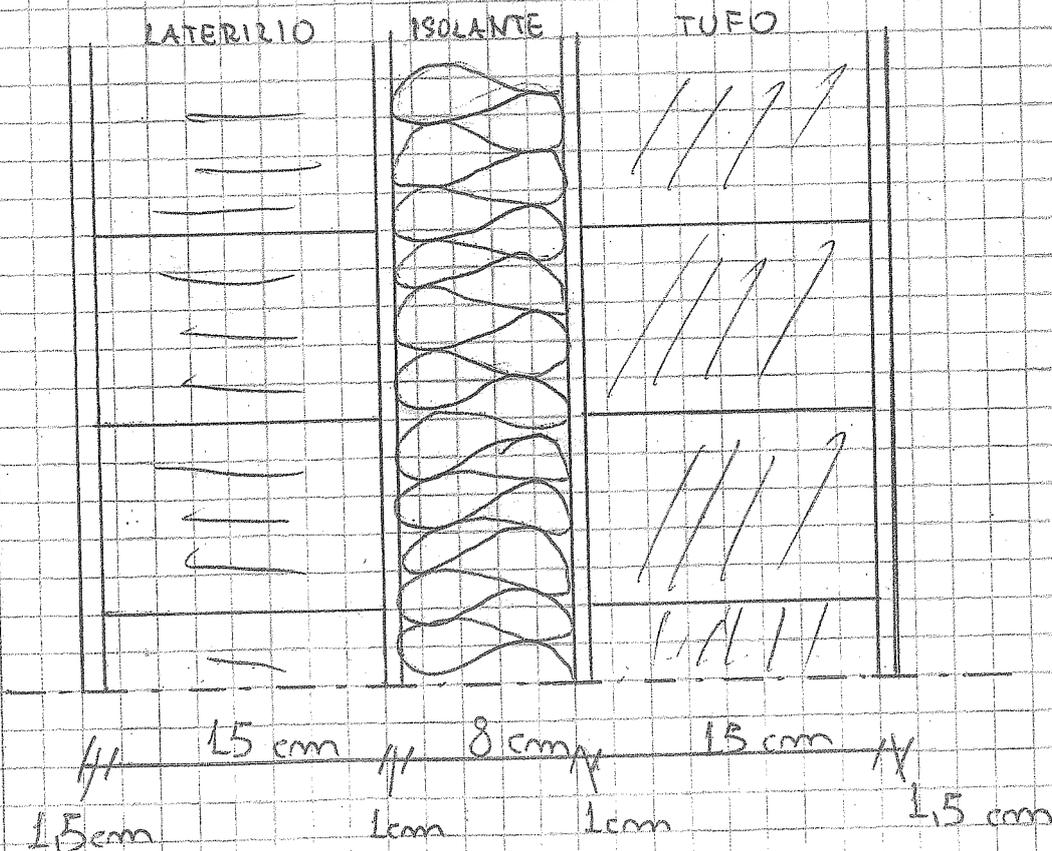
piccoli negozi : 4 KN/m²

grossi supermercati : 5 KN/m²

rampe per macchine : 2,5 KN/m²

garage per macchine : 5-10 KN/m²

coperture : 1 KN/m²



$$\text{INTONACO} = 15 \text{ KN/m}^3 \text{ } \cdot \text{ } =$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot 15 \text{ KN/m}^3 \cdot 0,015 \text{ m} = 0,225$$

$$\text{LATERIZIO FORATO: } 8 \text{ KN/m}^3 =$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot 8 \text{ KN/m}^3 \cdot 0,15 \text{ m} = 1,2 \text{ KN/m}$$

$$\text{RINZAFFO} = 20 \text{ KN/m}^3 =$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot 20 \text{ KN/m}^3 \cdot 0,01 \text{ m} = 0,2 \text{ KN/m}$$

$$\text{ISOLANTE} = 0,4 \text{ KN/m}^3 =$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot 0,4 \text{ KN/m}^3 \cdot 0,08 \text{ m} = 0,032 \text{ KN/m}$$

$$\text{TUFO} = 17 \text{ KN/m}^3 =$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot 17 \text{ KN/m}^3 \cdot 0,15 \text{ m} = 2,55 \text{ KN/m}$$

$$\text{INTONACO INTERNO} = 15 \text{ KN/m}^3 =$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot 15 \text{ KN/m}^3 \cdot 0,015 \text{ m} = 0,225 \text{ KN}$$

4,43 t

$$4,43 - 2,90 = 12,85 \text{ KN/m}$$

altezza
muratura

$$\text{KN/m}^2 \cdot \text{m} = \text{KN/m}$$

Q

15/11/2014

Programma 4° anno

1) Analisi carichi

2) Calcolo solai

3) Calcolo travi

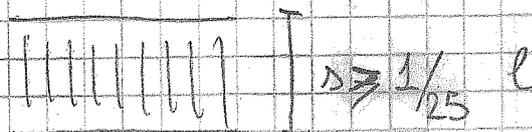
4) Calcolo pilastri

5) Fondazioni

Solaio

D.M. 14/01/2008

Decreto ministeriale
sulle normative e
tecniche di costruzioni



in elementi prefabbricati $\geq \frac{1}{30} l$

$$l = 650 \text{ cm}$$

$$\Delta = \frac{1}{25} \cdot 650 = 26 \text{ cm}$$

$$\text{in elementi prefabbricati} = \frac{1}{30} \cdot 650 = 21,66 \text{ cm}$$

pignatte : dimensioni altezza

dimensioni commerciali :

1) 12 cm

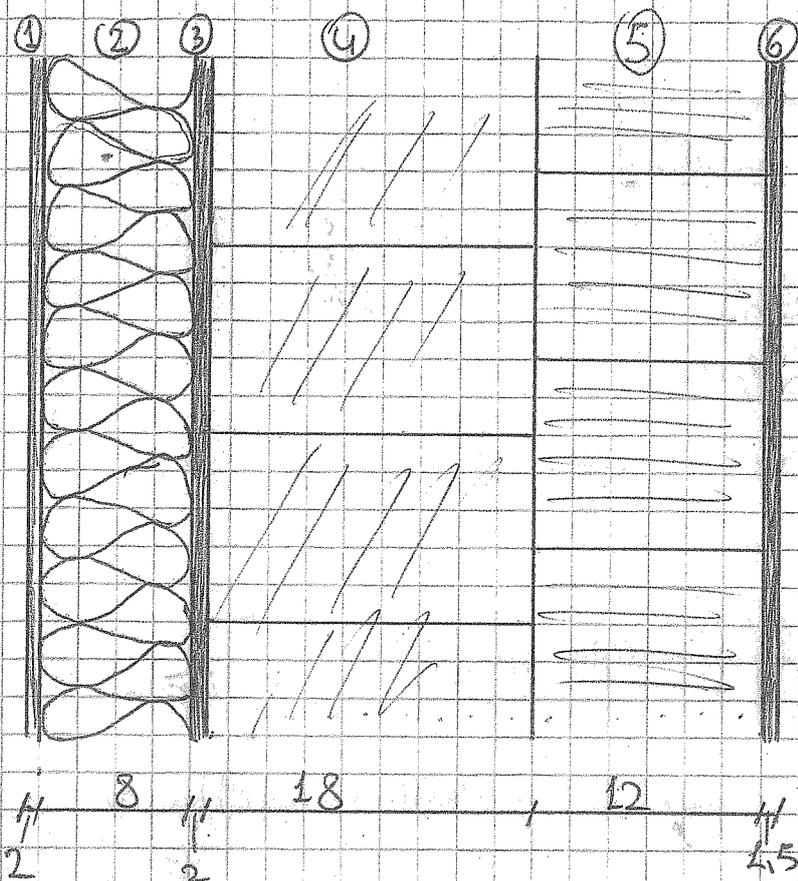
2) 16 cm

3) 20 cm

4) 24 cm

5) 26 cm

} più utilizzate



$$1) = 1 \cdot 1 \cdot 0,02 \text{ m} \cdot 15 \text{ KN/m}^3 = 0,30 \text{ KN/m}^2$$

$$2) = 1 \cdot 1 \cdot 0,08 \text{ m} \cdot 0,4 \text{ KN/m}^3 = 0,032 \text{ KN/m}^2$$

$$3) = 1 \cdot 1 \cdot 0,02 \text{ m} \cdot 15 \text{ KN/m}^3 = 0,30 \text{ KN/m}^2$$

$$4) = 1 \cdot 1 \cdot 0,18 \text{ m} \cdot 8 \text{ KN/m}^3 = 1,44 \text{ KN/m}^2$$

$$5) = 1 \cdot 1 \cdot 0,12 \text{ m} \cdot 17 \text{ KN/m}^3 = 2,04 \text{ KN/m}^2$$

$$6) = 1 \cdot 1 \cdot 0,015 \text{ m} \cdot 15 \text{ KN/m}^3 = 0,225 \text{ KN/m}^2$$

$$4,34 \text{ KN/m}^2$$

$$4,34 \cdot 2,90 = 12,586 \text{ KN/m}$$

18/11/2014

1) p.p. Azioni permanenti G_1

2) Azioni permanenti non strutturali G_2 $\left\{ \begin{array}{l} \text{massetto} \\ \text{pavimento} \\ \text{intonaco} \\ \text{tramezzi} \end{array} \right.$

3) Carichi accidentali Q

4) Neve

5) Vento

6) SISMICA

20/11/2014

Peso neve

Divisione in tre zone

La prima zona è divisa in due sottozone

Bari fa parte della zona due

in un'altezza inferiore a 200m
il q_k vale 1

Formula effetto neve

$$q_{\text{neve}}^{\text{suolo}} = q_k \cdot \mu \cdot C_E \cdot C_T$$

$$q_k = 0,85 \cdot \left(1 + \left(\frac{z}{481} \right)^2 \right) =$$

$$= 0,85 \cdot \left(1 + \left(\frac{484}{481} \right)^2 \right) = \textcircled{1,71} \rightarrow 1,70$$

$$q_{\text{neve}}^{\text{suolo}} = 1,70 \cdot 0,80 \cdot 1 \cdot 1 = 1,36 \text{ KN/m}^2$$

$q_k = q$ caratteristico

$\mu =$ pendenza copertura

$C_E =$ coefficiente di esposizione

$C_T =$ coefficiente termico

Altamura = 484m a livello del mare

μ se la pendenza è compreso fra 0° e $35^\circ = 0,80$

Vento

Per il vento l'isola è stata divisa in 9 zone

Altamura appartiene alla zona 3

$$27 \text{ m/s}$$

$$27 \cdot 3,6 = 97,20 \text{ km/h}$$

Effetto vento

$$q_v = \frac{1}{2} \rho \cdot v^2$$

densità
aria

$$q_v = \frac{1}{2} \cdot 1,25 \cdot (27)^2 = 455,62 \text{ N/m}^2$$

27/11/2014

Relazione di calcolo di una tettoia

DATI

PILASTRI : (30×30) cm

IMPALCATO/ASSITO : $s = 3$ cm

MASSETTO : $s = 10$ cm

PAVIMENTO CERAMICA : $s = 1$ cm

TRAVE SECONDARIA : (10×16) cm

LOCALITÀ : GRAVINA $q_m = 1,20$ KN/m²

QACCIDENTALE PER MANUTENZIONI :

1 KN/m²

$$p \cdot p = 0,10 \cdot 0,16 \cdot 7 = 0,112 \text{ KN/m}$$

$$p \cdot \text{IMPALCATO} = 0,05 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 7 = 0,35 \text{ KN/m}^2$$

$$p \cdot \text{MASSETTO} = 0,10 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 20 = 2,00 \text{ KN/m}^2$$

$$p \cdot \text{CERAMICA} = 0,01 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 10 = 0,1 \text{ KN/m}^2$$

$$q_{\text{NEVE}} = 1,2 \text{ KN/m}^2$$

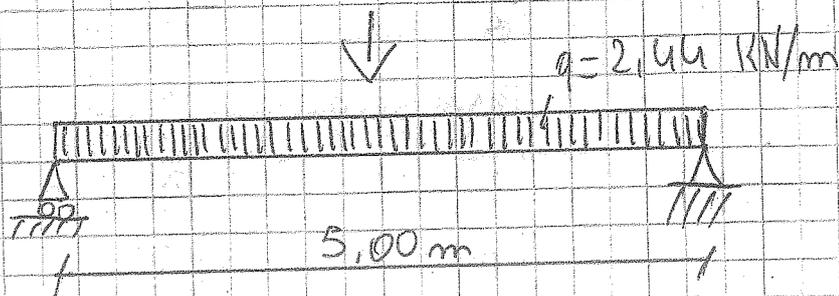
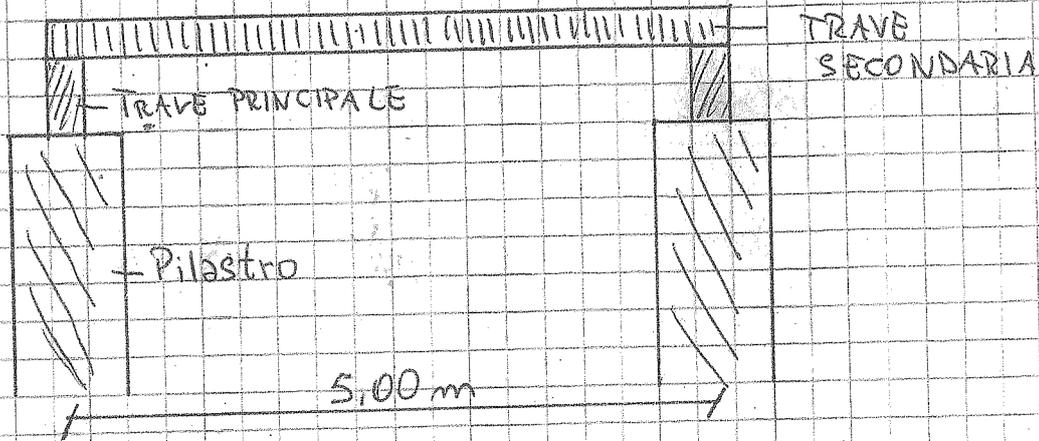
$$q_{\text{PERSONE}} = 1 \text{ KN/m}^2$$

$$4,65 \text{ KN/m}^2 + 0,112 \text{ KN/m}$$

$$4,65 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,50 \text{ m} = 2,325 \text{ KN/m} + 0,112 \text{ KN/m}$$

interasse

$$2,44 \text{ KN/m}$$



$$M = \frac{1}{8} q \cdot l^2 = \frac{1}{8} \cdot 2,44 \cdot 5^2 = 7,625 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

lunghezza calcolo = o lunghezza netta + 5% flessione + taglio
o interasse

Sollecitazione:

Tensione/Flessione $\sigma = \frac{M}{I}$

$$\sigma = \frac{M}{W} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

Taglio
puro

$$\tau = \frac{I}{A} \text{ taglio}$$

A sezione

Taylor

$$\tau = \frac{I \cdot s}{I \cdot b}$$

$$s = A \cdot d \Rightarrow s = \left(b \cdot \frac{h}{2} \right) \cdot \frac{h}{4} = \frac{b \cdot h^2}{8}$$

$$I = A \cdot d^2 \Rightarrow I = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

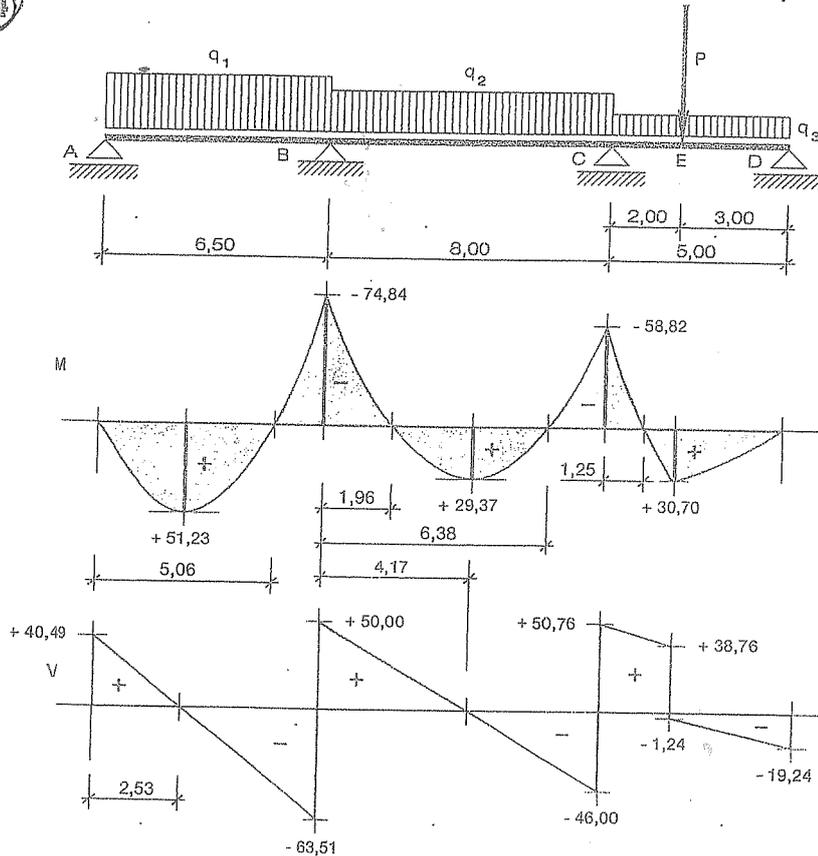
$$\tau = \frac{I \cdot b \cdot h^2 \cdot \frac{h^3}{8}}{\frac{8}{2} \cdot b \cdot h^3 \cdot b} = \frac{3}{2} \frac{I}{A} \text{ N/mm}^2$$

04/12/2014

Travi continue COMPITO DI COSTRUZIONI 27/11/2014 - 4° B



DATI



$q_1 = 16 \text{ kN/m}$
 $q_2 = 12 \text{ kN/m}$
 $q_3 = 6 \text{ kN/m}$
 $P = 40 \text{ kN}$

Momenti:

$$B_1^* = \frac{16 \times 6,50^3}{24} \approx 183,08 \text{ kNm}^2;$$

$$B_2^* = C_1^* = \frac{12 \times 8,00^3}{24} = 256 \text{ kNm}^2;$$

$$C_2^* = \frac{6 \times 5,00^3}{24} + \frac{40 \times 3,00}{30} \times (5,00^2 - 3,00^2) = 95,25 \text{ kNm}^2;$$

$$\begin{cases} 2 \cdot M_B \cdot (6,50 + 8,00) + 8,00 \cdot M_C = -6 \times (183,08 + 256) \\ 8 \cdot M_B + 2 \cdot M_C \cdot (8,00 + 5,00) = -6 \times (256 + 95,25) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 29 \cdot M_B + 8 \cdot M_C = -2634,48 \\ 8 \cdot M_B + 26 \cdot M_C = -2107,50 \end{cases}$$

$$29 \cdot M_B + 8 \cdot M_C = -2634,48$$

$$8 \cdot M_B + 26 \cdot M_C = -2107,50$$

$$M_C = -3,625 \cdot M_B - 329,31;$$

$$8 \cdot M_B - 94,25 \cdot M_B - 8562,06 = -2107,50$$

$$-86,25 \cdot M_B = +6454,56 \quad M_B = -\frac{6454,56}{86,25} \approx -74,84 \text{ kNm};$$

$$M_C = -3,625 \times (-74,84) - 329,31 \approx -58,82 \text{ kNm}$$

Taglio:
 $M_B = M_A + V_A^d \cdot 6,50 - q_1 \cdot \frac{6,50^2}{2}; \quad V_A^d = -\frac{74,84}{6,50} + 16 \times \frac{6,50}{2} \approx +40,49 \text{ kN};$

$$V_B^s = +40,49 - 16 \times 6,50 = -63,51 \text{ kN};$$

$$M_C = M_B + V_B^d \cdot 8,00 - q_2 \cdot \frac{8,00^2}{2}; \quad V_B^d = \frac{-58,82 + 74,84}{8,00} + 12 \times \frac{8,00}{2} \approx 50,00 \text{ kN};$$

$$V_C^s = 50,00 - 12 \times 8,00 = -46,00 \text{ kN};$$

$$M_D = M_C + V_C^d \cdot 5,00 - 6 \times \frac{5,00^2}{2} - 40 \times 3,00;$$

$$V_C^d = \frac{58,82}{5,00} + 6 \times \frac{5,00}{2} + 40 \times \frac{3,00}{5,00} \approx +50,76 \text{ kN};$$

$$V_E^s = 50,76 - 6 \times 2,00 = +38,76 \text{ kN}; \quad V_E^d = 38,76 - 40 = -1,24 \text{ kN};$$

$$V_D^s = -1,24 - 6 \times 3,00 = -19,24 \text{ kN};$$

• campata AB: $V = 0$ per: $x_A = \frac{40,49}{16} \approx 2,53 \text{ m};$

• campata BC: $V = 0$ per: $x_B = \frac{50,00}{12} \approx 4,17 \text{ m};$

• campata CD: $V = 0$ per: $x_C = 2,00 \text{ m}$

Reazioni:

$$R_A = 40,49 \text{ kN}; \quad R_B = 50 + 63,51 = 113,51 \text{ kN};$$

$$R_C = 46 + 50,76 = 96,76 \text{ kN}; \quad R_D = 19,24 \text{ kN}$$

Momenti in campata:

$$M_{AB} = 40,49 \times 2,53 - 16 \times \frac{2,53^2}{2} \approx 51,23 \text{ kNm};$$

$$M_{BC} = -74,84 + 50 \times 4,17 - 12 \times \frac{4,17^2}{2} \approx 29,37 \text{ kNm};$$

$$M_{CD} = -58,82 + 50,76 \times 2,00 - 6 \times \frac{2,00^2}{2} = 30,70 \text{ kNm}$$

Ascisse di momento nullo:

• campata AB: $40,49 \cdot x - 16 \cdot \frac{x^2}{2} = 0 \quad x \cdot (8 \cdot x - 40,49) = 0 \quad x = \frac{40,49}{8} \approx 5,06 \text{ m};$

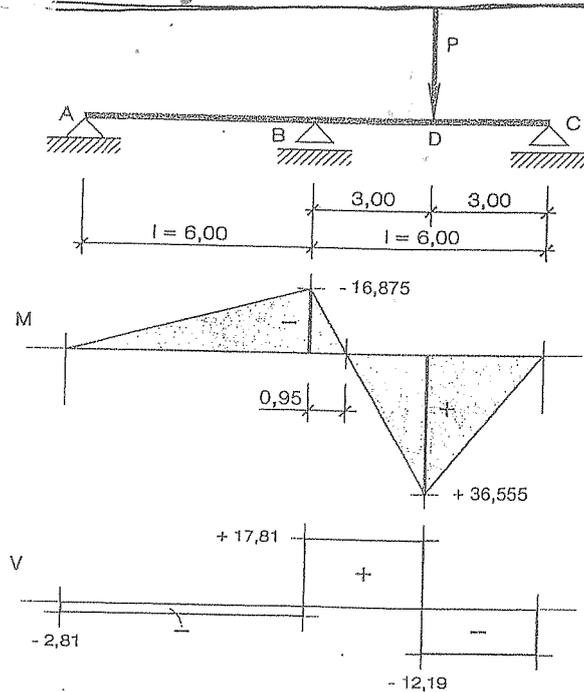
• campata BC: $-74,84 + 50 \cdot x - 12 \cdot \frac{x^2}{2} = 0 \quad 6 \cdot x^2 - 50 \cdot x + 74,84 = 0$

$$x = \frac{50 \pm \sqrt{50^2 - 24 \times 74,84}}{12}; \quad x_1 \approx 6,38 \text{ m}; \quad x_2 \approx 1,96 \text{ m};$$

• campata CD: $-58,82 + 50,76 \cdot x - 6 \cdot \frac{x^2}{2} = 0 \quad 3 \cdot x^2 - 50,76 \cdot x + 58,82 = 0$

$$x = \frac{50,76 \pm \sqrt{50,76^2 - 12 \times 58,82}}{6} \quad x \approx 1,25 \text{ m}$$

141



DATI
 $P = 30 \text{ kN}$

$$B_2^* = \frac{P \cdot b}{6 \cdot l} \cdot (l^2 - b^2) = \frac{30 \times 3,00}{6 \times 6,00} \times (6,00^2 - 3,00^2) = 67,50 \text{ kNm}^2;$$

$$2 \cdot M_B \cdot 12,00 = -6 \times 67,50 \quad M_B = -\frac{405}{24} = -16,875 \text{ kNm};$$

$$-16,875 = V_A^d \cdot 6,00 \quad V_A^d = V_B^s = -\frac{16,875}{6,00} \approx -2,81 \text{ kN};$$

$$M_C = -16,875 + V_B^d \cdot 6,00 - 30 \times 3,00;$$

$$V_B^d = V_D^s = \frac{16,875}{6,00} + \frac{30 \times 3,00}{6,00} \approx +17,81 \text{ kN};$$

$$V_D^d = V_C^s = +17,81 - 30 = -12,19 \text{ kN}$$

Reazioni:

$$R_A = -2,81 \text{ kN}; \quad R_B = 17,81 + 2,81 = +20,62 \text{ kN}; \quad R_C = 12,19 \text{ kN};$$

$$* M_D = -16,875 + 17,81 \times 3,00 = 36,555 \text{ kNm}; \quad \approx 36,57$$

$$M = 0 \text{ per: } 16,875 : x_B = 36,555 : (3,00 - x_B)$$

$$50,625 - 16,875 \cdot x_B = 36,555 \cdot x_B \quad x_B = \frac{50,625}{53,43} \approx 0,95 \text{ m}$$

APPUNTI COSTRUZIONI 4^o BITE
A.S. 2014/2015

LA PROGETTAZIONE
STRUTTURALE

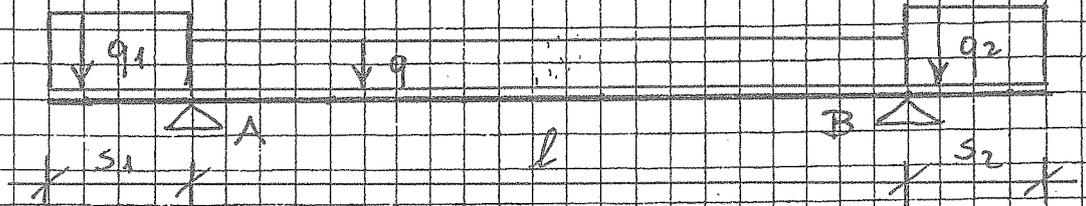
- 1) I PRINCIPI BASE
- 2) LA TRAVE APPOGGIATA CON SBALZI
- 3) LE TRAVI CONTINUE

LA PROGETTAZIONE STRUTTURALE

1) I PRINCIPI BASE

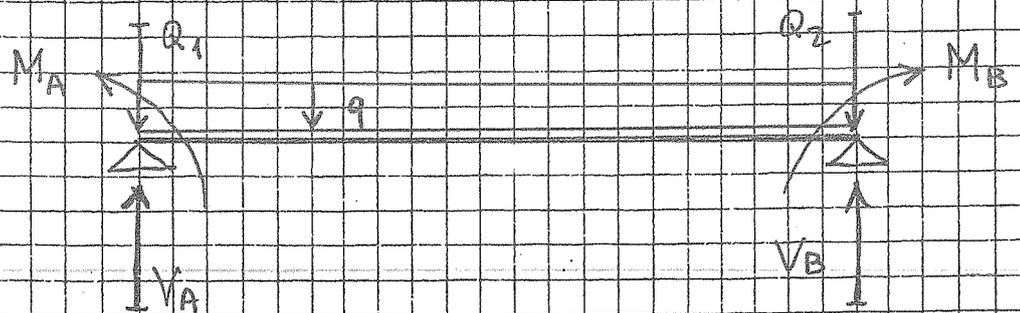
- ANALISI DEI CARICHI
- SCELTA DELLO SCHEMA STATICO
- RISOLUZIONE DELLO SCHEMA STATICO
- CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE (N, T, M)
- PROGETTO
- VERIFICHE

2) LA TRAVE APPOGGIATA-APPOGGIATA CON SBALZI



$$Q_1 = q_1 s_1 \quad M_A = Q_1 \frac{s_1}{2}$$

$$Q_2 = q_2 s_2 \quad M_B = Q_2 \frac{s_2}{2}$$



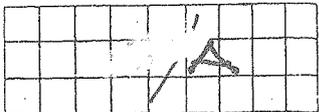
Determiniamo le reazioni vincolari V_A e V_B applicando le equazioni fondamentali della statica di corpi rigidi:

$$\begin{cases} \sum F_v = 0 \\ \sum F_o = 0 \\ \sum M = 0 \end{cases}$$

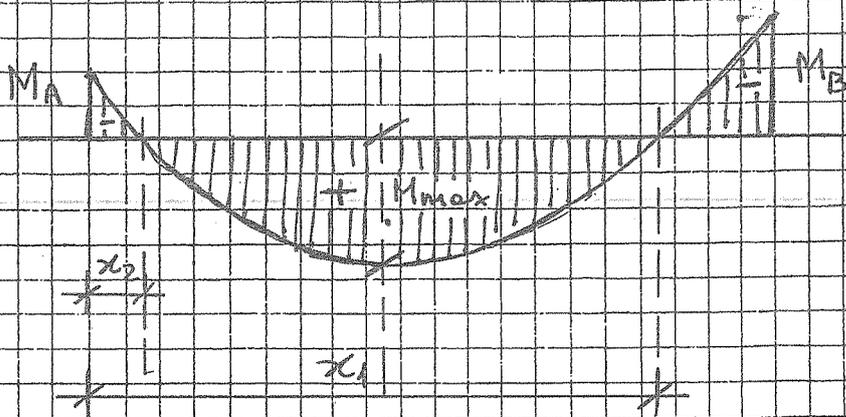
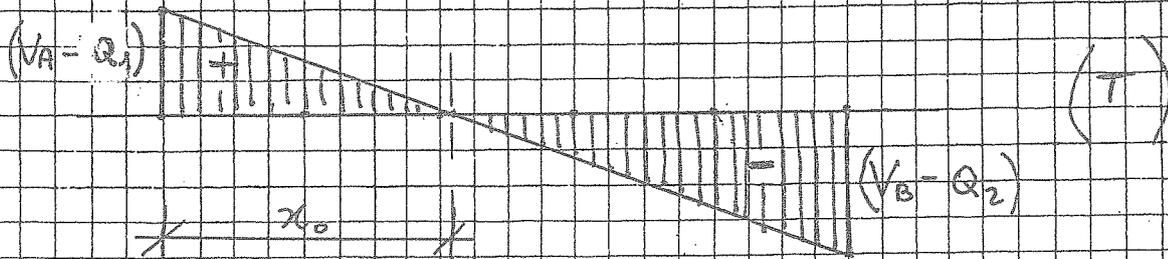
Nel caso in esame risulta:

$$V_A = \frac{ql}{2} + Q_1 - \frac{(M_B - M_A)}{l}$$

$$V_B = \frac{ql}{2} + Q_2 + \frac{(M_B - M_A)}{l}$$



DIAGRAMMI DELLE CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE E :



ESERCIZIO

$$l = 5,00 \text{ m}$$

$$s_1 = 1,20 \text{ m}$$

$$s_2 = 1,60 \text{ m}$$

$$q = 4000 \text{ daN/m}$$

$$q_1 = 4200 \text{ daN/m}$$

$$q_2 = 4500 \text{ daN/m}$$

Determiniamo le azioni esercitate dagli sbalzi sugli appoggi adiacenti:

Appoggio A

$$Q_1 = q_1 s_1 = 5040 \text{ daN}$$

$$M_A = Q_1 \times \frac{s_1}{2} = 3024 \text{ daNm}$$

Appoggio B

$$Q_2 = q_2 s_2 = 7200 \text{ daN}$$

$$M_B = Q_2 \times \frac{s_2}{2} = 5760 \text{ daNm}$$

Calcoliamo le reazioni vincolari applicando le equazioni fondamentali della statica dei corpi rigidi:

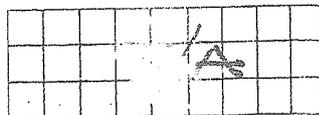
$$V_A = \frac{ql}{2} + Q_1 - \frac{(M_B - M_A)}{l} = 10000 + 5040 - 547 = 14493 \text{ daN}$$

$$V_B = \frac{ql}{2} + Q_2 + \frac{(M_B - M_A)}{l} = 10000 + 7200 + 547 = 17747 \text{ daN}$$

Per disegnare i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione occorre determinare la sezione x_0 di taglio nullo a cui corrisponde il momento minimo positivo e le sezioni x_1 e x_2 di momento nullo.

$$T(x_0) = V_A - Q_1 - qx_0 = 0 \quad x_0 = \frac{V_A - Q_1}{q} = 2,36 \text{ m}$$

$$M_{\text{min}}^+ = (V_A - Q_1)x_0 - M_A - \frac{qx_0^2}{2} = 8146 \text{ daNm}$$



Per ricavare i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione occorre ricavare la sezione x_0 di taglio nullo a cui corrisponde il momento massimo in campo e le sezioni x_1 e x_2 di momento nullo.

Leggi di variazione del Taglio e del Momento:

$$T(x) = (V_A - Q_1) - qx$$

$$M(x) = (V_A - Q_1)x - M_A - \frac{qx^2}{2}$$

Sezione x_0 (di taglio nullo)

$$V_A - Q_1 - qx_0 = 0$$

$$x_0 = \frac{(V_A - Q_1)}{q}$$

$$M_{\max} = (V_A - Q_1)x_0 - M_A - \frac{qx_0^2}{2}$$

Sezioni x_1 e x_2 (di momento nullo)

$$(V_A - Q_1)x - M_A - \frac{qx^2}{2} = 0$$

$$\frac{q}{2}x^2 - (V_A - Q_1)x + M_A = 0 \quad (\text{equazione di 2° grado})$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

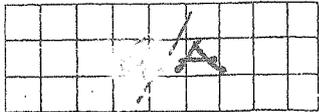
$$a = \frac{q}{2}$$

$$b = -(V_A - Q_1)$$

$$c = M_A$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \Delta}{2a}$$

$$\Delta = \sqrt{b^2 - 4ac} \quad (\text{discriminante})$$



$$M = (V_A - Q_1)x - M_A - \frac{qx^2}{2} \quad (\text{legge di variazione del momento})$$

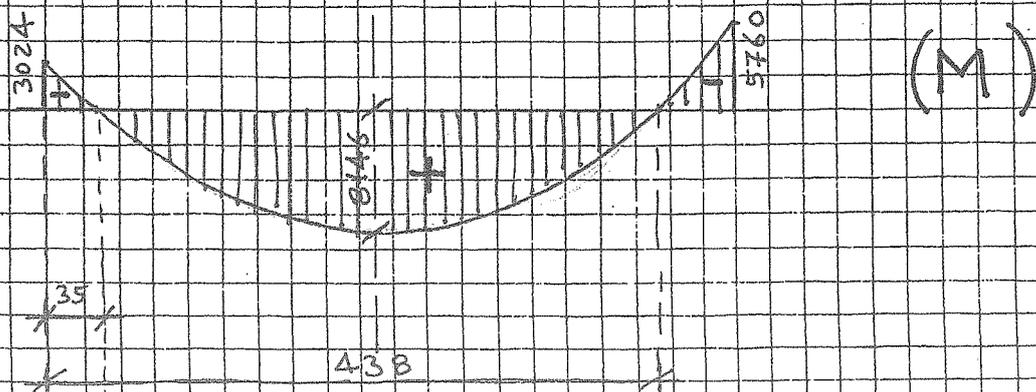
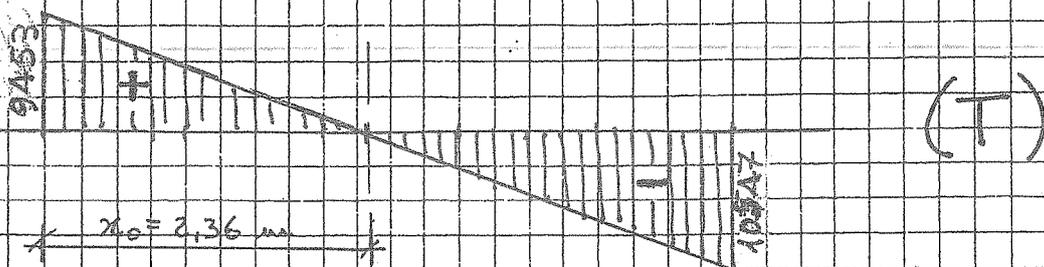
$$\frac{q}{2}x^2 + (V_A - Q_1)x + M_A = 0$$

$$2000x^2 - 9453x + 3024 = 0$$

(a) (b) (c)

$$\Delta = \sqrt{b^2 - 4ac} = 8072 \quad (\text{discriminante})$$

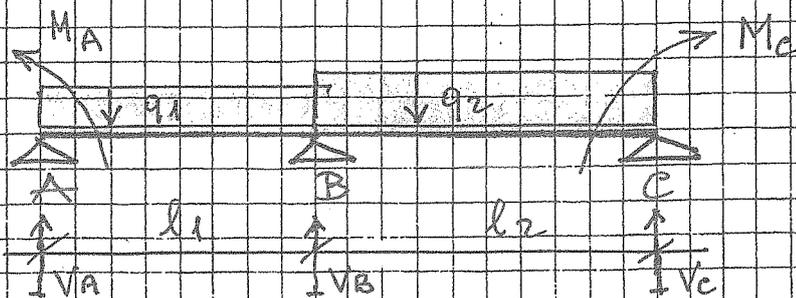
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \Delta}{2a} = \begin{cases} x_1 = 0,35 \text{ m} \\ x_2 = 4,38 \text{ m} \end{cases}$$



3) LE TRAVI CONTINUE (IPERSTATICHE)

TRAVE CONTINUA A 2 CAMPATE (1 volta iperstatica)

Consideriamo una trave continua a 2 campate soggetta a carichi uniformemente distribuiti e con momenti alle estremità:



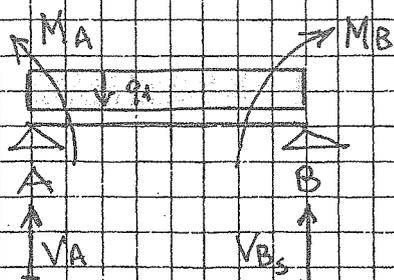
Elementi noti:

q_1, q_2, M_A, M_C

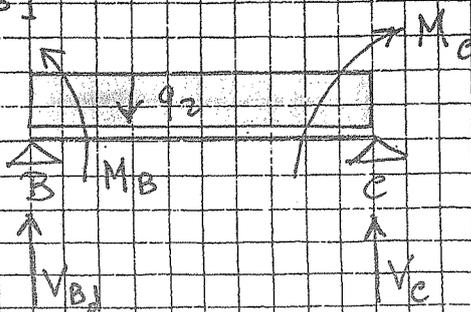
Incognite:

V_A, V_B, V_C

Lo schema statico assegnato è possibile da comporre in schemi isostatici in cui compare il momento incognito M_B sull'appoggio intermedio che si genera per effetto della continuità.

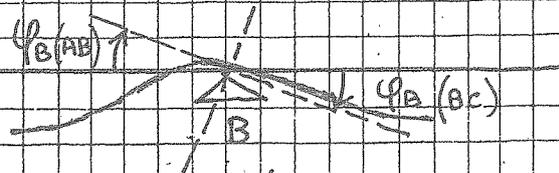


$$V_B = V_{B3} + V_{B1}$$



Per effetto della continuità la sezione terminale della campata AB deve coincidere con la sezione iniziale della campata BC.

Per determinare l'incognita iperstatica M_B dobbiamo imporre l'equilibrio in valore assoluto ma di segno contrario delle rotazioni della sezione B considerate prima come sezione terminale della campo AB e poi come sezione iniziale della campo BC.



$$\left\{ \begin{aligned} \phi_B(AB) &= - \phi_B(BC) \end{aligned} \right.$$

EQUAZIONE AUSILIARIA DI CONGUENZA

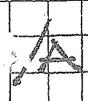
Ripetiamo i valori delle rotazioni alle estremità di una Trave (ricavati con i teoremi di MOHR) per le condizioni di carico più significative:

1)

$$\left\{ \begin{aligned} \phi_A &= \frac{ql^3}{24EJ} \\ \phi_B &= \frac{ql^3}{24EJ} \end{aligned} \right.$$

2)

$$\left\{ \begin{aligned} \phi_A &= \frac{M_A l}{3EJ} + \frac{M_B l}{6EJ} \\ \phi_B &= \frac{M_A l}{6EJ} + \frac{M_B l}{3EJ} \end{aligned} \right.$$



Nel caso della Trave continua a 2 campate preso in esame esplicitiamo l'equazione ausiliaria di congruenza delle rotazioni: $\varphi_B(AB) = -\varphi_B(BC)$

$\varphi_B(AB)$ = rotazione in B considerata la campata AB
 $\varphi_B(BC)$ = " " B " " " BC

$$\frac{q_1 l_1^3}{24 E J} - \frac{M_A l_1}{6 E J} - \frac{M_B l_1}{3 E J} = - \left(\frac{q_2 l_2^3}{24 E J} - \frac{M_B l_2}{3 E J} - \frac{M_C l_2}{6 E J} \right)$$

$$\frac{q_1 l_1^3}{24} - \frac{M_A l_1}{6} - \frac{M_B l_1}{3} = - \frac{q_2 l_2^3}{24} + \frac{M_B l_2}{3} + \frac{M_C l_2}{6}$$

Moltiplichiamo tutti i membri dell'equazione per 24

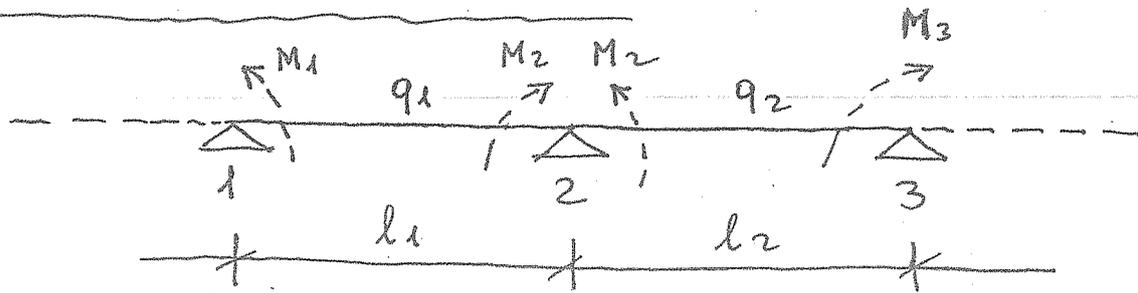
$$q_1 l_1^3 - 4 M_A l_1 - 8 M_B l_1 = -q_2 l_2^3 + 8 M_B l_2 + 4 M_C l_2$$

$$(*) \left\{ 8 M_B (l_1 + l_2) = q_1 l_1^3 + q_2 l_2^3 - 4 M_A l_1 - 4 M_C l_2 \right\}$$

Dall'espressione in riportata si ricava l'incognita iperstatica " M_B " dopo di che sarà possibile risolvere le singole campate ricorrendo alle equazioni fondamentali della statica dei corpi rigidi.

(*) Tale espressione dell'equazione dei 3 momenti è valida per travi a sezione costante con carichi uniformemente distribuiti.

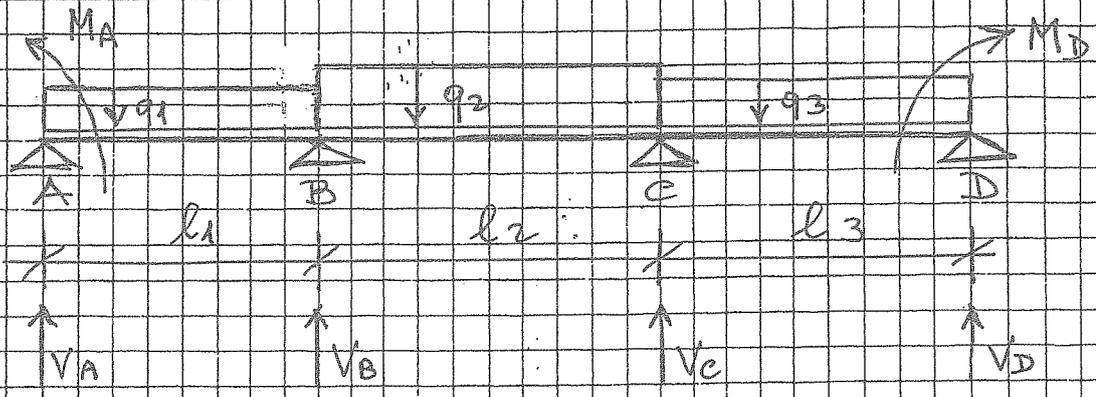
EQUAZIONE DEI 3 MOMENTI



Nell'ipotesi di trave a sezione costante con carichi uniformemente distribuiti l'equazione (basata sulle condizioni di congruenza che imporgano sull'appoggio intermedio 2 l'equaglianza in valore assoluto delle rotazioni) assume la seguente formulazione:

$$8 M_2 (l_1 + l_2) = q_1 l_1^3 + q_2 l_2^3 - 4 M_1 l_1 - 4 M_3 l_2$$

TRAVE CONTINUA A 3 CAMPATE (2 volte iperstatica)



Elementi noti : q_1, q_2, q_3, M_A, M_D

Incognite : V_A, V_B, V_C, V_D

Anche in questo caso è possibile considerare ogni singola campata isolata dal contesto purché siano noti i momenti alle estremità -

Nel caso in esame occorre determinare i valori dei momenti in corrispondenza degli appoggi intermedi B e C -

Incognite iperstatiche : M_B e M_C

Per determinare i valori di M_B e M_C ricorriamo alle equazioni ausiliarie di congruenza esaminando le coppie di campate adiacenti :

$$\begin{cases} \varphi_B(AB) = -\varphi_B(BC) \\ \varphi_C(BC) = -\varphi_C(CD) \end{cases}$$

esplicitiamo le 2 equazioni di congruenza analogie a quanto visto per la trave a 2 campate

Appoggio B (compatte AB + BC)

$$8M_B(l_1+l_2) = q_1 l_1^3 + q_2 l_2^3 - 4M_A l_1 - 4M_C l_2$$

Appoggio C (compatte BC + CD)

$$8M_C(l_2+l_3) = q_2 l_2^3 + q_3 l_3^3 - 4M_B l_2 - 4M_D l_3$$

Da definitiva otteniamo un sistema di 2 equazioni nelle 2 incognite M_B e M_C -

Risolto il sistema e determinati i valori di M_B (incognite iperstatiche) è possibile risolvere le n compatte ricorrendo alle equazioni fondamentali della dei capi rigidi

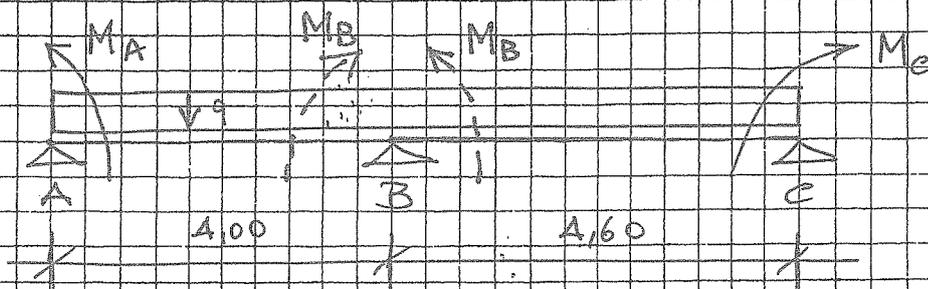
TRAVE CONTINUA A N CAMPATE

Nella situazione di trave continua a "n" campate le incognite iperstatiche (momenti negli appoggi interni) risultano pari a : $n-1$ -

Ocorre quindi risolvere un sistema di $(n-1)$ equazioni in $(n-1)$ incognite -

Le equazioni si impostano ricorrendo alle equazioni di congruenza esplicitate per gli $(n-1)$ appoggi intermedi della trave continua -

ESERCIZIO PER TRAVE A 2 CAMPATE



$$M_A = 2500 \text{ daNm}$$

$$M_C = 3500 \text{ "}$$

$$q = 4000 \text{ daN/m}$$

$$l_1 = 4,00 \text{ mt}$$

$$l_2 = 4,60 \text{ mt}$$

appliciamo l'equazione di congruenza nella sezione B (appoggio intermedio) per determinare l'incognita iperstatica M_B

$$8 M_B (4,00 + 4,60) = 4000 \times 4,00^3 + 4000 \times 4,60^3 - 4 \times 2500 \times 4,00 - 4 \times 3500 \times 4,60$$

$$8 \times 8,60 M_B = 540944$$

$$M_B = \frac{540944}{8 \times 8,60} = \underline{\underline{7862 \text{ daNm}}}$$

$$\begin{cases} 68,8 M_B + 18,4 M_c = 605344 \\ 68,8 M_B + 266,2 M_c = 2452017 \end{cases}$$

Sottraendo la 1^a equazione alla 2^a equazione risulta:

$$247,8 M_c = 1846673$$

$$M_c = \underline{7452} \text{ daNm}$$

Sostituiamo il valore M_c determinato nella 1^a equazione e ricaviamo M_B

$$68,8 M_B = 605344 - 18,4 \times 7452$$

$$M_B = \underline{6805} \text{ daNm}$$

4.1.2.1.1 *Resistenze di calcolo dei materiali*

In accordo con il Cap. 11, le resistenze di calcolo f_d indicano le resistenze dei materiali calcestruzzo ed acciaio, ottenute mediante l'espressione:

$$f_d = f_k / \gamma_M \quad (4.1.3)$$

dove:

f_k sono le resistenze caratteristiche del materiale;

γ_M sono i coefficienti parziali per le resistenze, comprensivi delle incertezze del modello e della geometria, che possono variare in funzione del materiale, della situazione di progetto e della particolare verifica in esame.

4.1.2.1.1.1 *Resistenza di calcolo a compressione del calcestruzzo*

Per il calcestruzzo la resistenza di calcolo a compressione, f_{cd} , è:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_C \quad (4.1.4)$$

dove:

α_{cc} è il coefficiente riduttivo per le resistenze di lunga durata;

γ_C è il coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo;

f_{ck} è la resistenza caratteristica cilindrica a compressione del calcestruzzo a 28 giorni.

Il coefficiente γ_C è pari ad 1,5.

Il coefficiente α_{cc} è pari a 0,85.

Nel caso di elementi piani (solette, pareti, ...) gettati in opera con calcestruzzi ordinari e con spessori minori di 50 mm, la resistenza di calcolo a compressione va ridotta a $0,80f_{cd}$.

Il coefficiente γ_C può essere ridotto da 1,5 a 1,4 per produzioni continuative di elementi o strutture soggette a controllo continuativo del calcestruzzo dal quale risulti un coefficiente di variazione (rapporto tra scarto quadratico medio e valor medio) della resistenza non superiore al 10%. Le suddette produzioni devono essere inserite in un sistema di qualità di cui al § 11.8.3.

4.1.2.1.1.2 *Resistenza di calcolo a trazione del calcestruzzo*

La resistenza di calcolo a trazione, f_{ctd} , vale:

$$f_{ctd} = f_{ctk} / \gamma_C \quad (4.1.5)$$

dove:

γ_C è il coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo già definito al § 4.1.2.1.1.1;

f_{ctk} è la resistenza caratteristica a trazione del calcestruzzo (§ 11.2.10.2).

Il coefficiente γ_C assume il valore 1,5.

Nel caso di elementi piani (solette, pareti, ...) gettati in opera con calcestruzzi ordinari e con spessori minori di 50 mm, la resistenza di calcolo a trazione va ridotta a $0,80f_{ctd}$.

Il coefficiente γ_C può essere ridotto, da 1,5 a 1,4 nei casi specificati al § 4.1.2.1.1.1.

4.1.2.1.1.3 Resistenza di calcolo dell'acciaio

La resistenza di calcolo dell'acciaio f_{yd} è riferita alla tensione di snervamento ed il suo valore è dato da:

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s \quad (4.1.6)$$

dove:

γ_s è il coefficiente parziale di sicurezza relativo all'acciaio;

f_{yk} per armatura ordinaria è la tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio (v. § 11.3.2), per armature da precompressione è la tensione convenzionale caratteristica di snervamento data, a seconda del tipo di prodotto, da f_{pyk} (barre), $f_{p(0,1)k}$ (fili), $f_{p(1)k}$ (trefoli e trecce); si veda in proposito la Tab. 11.3.VII.

Il coefficiente γ_s assume sempre, per tutti i tipi di acciaio, il valore 1,15.

3) Classi di resistenza del calcestruzzo

| CLASSE DI RESISTENZA | CATEGORIA CALCESTRUZZO | PRESCRIZIONI PARTICOLARI |
|----------------------|------------------------|---|
| C 8/10 | Non strutturale | Nessuna |
| C 12/15 | | |
| C 16/20 | Ordinario | Obbligo Certificazione FPC se prodotto all'esterno del cantiere |
| C 20/25 | | |
| C 25/30 | | |
| C 28/35 | | |
| C 32/40 | | |
| C 35/45 | | |
| C 40/50 | | |
| C 45/55 | | |
| C 50/60 | Alte prestazioni | Obbligo sperimentazione preventiva + Certificazione FPC |
| C 55/67 | | |
| C 60/75 | | |
| C 70/85 | Alta resistenza | Obbligo di sperimentazione e autorizzazione del Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici |
| C 80/95 | | |
| C 90/105 | | |

4) Classi di resistenza dell'acciaio da armatura

| PROPRIETA' | B450A | B450C |
|---|----------------|---------------------------------|
| Limite di snervamento f_y | ≥ 450 MPa | ≥ 450 MPa |
| Limite di rottura f_t | ≥ 540 MPa | ≥ 540 MPa |
| Allungamento totale al carico massimo Agt | $\geq 3\%$ | $\geq 7\%$ |
| Rapporto f_t / f_y | $\geq 1,05\%$ | $1,13 \leq f_t / f_y \leq 1,35$ |

Quindi l'acciaio B450C è più duttile ed ha un limite di incrudimento superiore.

5) Classi di servizio, di durata e fattori di sicurezza per il legno

Tabella 4.4.II - *Classi di servizio*

| | |
|----------------------|---|
| Classe di servizio 1 | È caratterizzata da un'umidità del materiale in equilibrio con l'ambiente a una temperatura di 20°C e un'umidità relativa dell'aria circostante che non superi il 65%, se non per poche settimane all'anno. |
| Classe di servizio 2 | È caratterizzata da un'umidità del materiale in equilibrio con l'ambiente a una temperatura di 20°C e un'umidità relativa dell'aria circostante che superi l'85% solo per poche settimane all'anno. |
| Classe di servizio 3 | È caratterizzata da umidità più elevata di quella della classe di servizio 2. |

I valori di calcolo per le proprietà del materiale a partire dai valori caratteristici si assegnano quindi con riferimento combinato alle classi di servizio e alle classi di durata del carico.

Il valore di calcolo X_d di una proprietà del materiale (o della resistenza di un collegamento) viene calcolato mediante la relazione:

$$X_d = \frac{k_{\text{mod}} X_k}{\gamma_M} \quad (4.4.1)$$

dove:

X_k è il valore caratteristico della proprietà del materiale, come specificato al § 11.7, o della resistenza del collegamento. Il valore caratteristico X_k può anche essere determinato mediante prove sperimentali sulla base di prove svolte in condizioni definite dalle norme europee applicabili;

γ_M è il coefficiente parziale di sicurezza relativo al materiale, i cui valori sono riportati nella Tab. 4.4.III;

k_{mod} è un coefficiente correttivo che tiene conto dell'effetto, sui parametri di resistenza, sia della durata del carico sia dell'umidità della struttura. I valori di k_{mod} sono forniti nella Tab. 4.4.IV. Se una combinazione di carico comprende azioni appartenenti a differenti classi di durata del carico si dovrà scegliere un valore di k_{mod} che corrisponde all'azione di minor durata.

Tabella 4.4.III - *Coefficienti parziali γ_M per le proprietà dei materiali*

| Stati limite ultimi | γ_M |
|---|------------|
| - combinazioni fondamentali | |
| legno massiccio | 1,50 |
| legno lamellare incollato | 1,45 |
| pannelli di particelle o di fibre | 1,50 |
| compensato, pannelli di scaglie orientate | 1,40 |
| unioni | 1,50 |
| - combinazioni eccezionali | 1,00 |

| Materiale | Riferimento | | Classe di servizio | Classe di durata del carico | | | | |
|--|------------------------|---------------------|--------------------|-----------------------------|-------|-------|-------|------------|
| | | | | Permanente | Lunga | Media | Breve | Istantanea |
| Legno massiccio Legno lamellare incollato | EN 14081-1 EN 14080 | | 1 | 0,60 | 0,70 | 0,80 | 0,90 | 1,00 |
| | | | 2 | 0,60 | 0,70 | 0,80 | 0,90 | 1,00 |
| | | | 3 | 0,50 | 0,55 | 0,65 | 0,70 | 0,90 |
| Compensato | EN 636 | Parti 1, 2, 3 | 1 | 0,60 | 0,70 | 0,80 | 0,90 | 1,00 |
| | | Parti 2, 3 | 2 | 0,60 | 0,70 | 0,80 | 0,90 | 1,00 |
| | | Parte 3 | 3 | 0,50 | 0,55 | 0,65 | 0,70 | 0,90 |
| Pannello di scaglie orientate (OSB) | EN 300 | OSB/2 | 1 | 0,30 | 0,45 | 0,65 | 0,85 | 1,00 |
| | | OSB/3 - OSB/4 | 1 | 0,40 | 0,50 | 0,70 | 0,90 | 1,00 |
| | | | 2 | 0,30 | 0,40 | 0,55 | 0,70 | 0,90 |
| Pannello di particelle (truciolare) | EN 312 | Parti 4, 5 | 1 | 0,30 | 0,45 | 0,65 | 0,85 | 1,00 |
| | | Parte 5 | 2 | 0,20 | 0,30 | 0,45 | 0,60 | 0,80 |
| | | Parti 6, 7 | 1 | 0,40 | 0,50 | 0,70 | 0,90 | 1,00 |
| | | Parte 7 | 2 | 0,30 | 0,40 | 0,55 | 0,70 | 0,90 |
| Pannello di fibre, alta densità | EN 622-2 | HB.LA, HB.HLA 1 o 2 | 1 | 0,30 | 0,45 | 0,65 | 0,85 | 1,00 |
| | | HB.HLA 1 o 2 | 2 | 0,20 | 0,30 | 0,45 | 0,60 | 0,80 |
| Pannello di fibre, media densità (MDF) | EN 622-3 | MBH.LA1 o 2 | 1 | 0,20 | 0,40 | 0,60 | 0,80 | 1,00 |
| | | MBH.HLS1 o 2 | 1 | 0,20 | 0,40 | 0,60 | 0,80 | 1,00 |
| | | | 2 | - | - | - | 0,45 | 0,80 |
| | EN 622-5 | MDF.LA, MDF.HLS | 1 | 0,20 | 0,40 | 0,60 | 0,80 | 1,00 |
| | | MDF.HLS | 2 | - | - | - | 0,45 | 0,80 |

6) Classi di resistenza del legno lamellare

Classi di resistenza per il lamellare di conifera

| Valori caratteristici per le proprietà di resistenza in N/mm ² | | LEGNO LAMELLARE (UNI EN 1194) | | | | | |
|---|--------------|----------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | GL 24c | GL 24h | GL 28c | GL 28h | GL 32c | GL 36c |
| resistenza a flessione | $f_{m,k}$ | 24 | 24 | 28 | 28 | 32 | 36 |
| resistenza a trazione parallela alla fibratura | $f_{t,0,k}$ | 14 | 16,5 | 16,5 | 19,5 | 19,5 | 22,5 |
| resistenza a trazione perpendicolare alla fibratura | $f_{t,90,k}$ | 0,35 | 0,4 | 0,4 | 0,45 | 0,45 | 0,5 |
| resistenza a compressione parallela alla fibratura | $f_{c,0,k}$ | 21 | 24 | 24 | 26,5 | 26,5 | 29 |
| resistenza a compressione perpendicolare alla fibratura | $f_{c,90,k}$ | 2,4 | 2,7 | 2,7 | 3,0 | 3,0 | 3,3 |
| resistenza a taglio | $f_{v,k}$ | 2,2 | 2,7 | 2,7 | 3,2 | 3,2 | 3,8 |

| Valori caratteristici per le proprietà di massa volumica in kg/m ³ | | LEGNO LAMELLARE (UNI EN 1194) | | | | | |
|---|---------------|----------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | GL 24c | GL 24h | GL 28c | GL 28h | GL 32c | GL 36c |
| modulo di elasticità medio parallelo alla fibratura | $E_{0,mean}$ | 11.600 | 11.600 | 12.600 | 12.600 | 13.700 | 14.700 |
| modulo di elasticità parallelo alla fibratura | $E_{0,05}$ | 9.400 | 9.400 | 10.200 | 10.200 | 11.100 | 11.900 |
| modulo di elasticità medio perpendicolare alla fibratura | $E_{90,mean}$ | 320 | 390 | 390 | 420 | 420 | 460 |
| modulo di taglio medio | G_{mean} | 590 | 720 | 720 | 780 | 780 | 850 |
| massa volumica | ρ_k | 350 | 380 | 380 | 410 | 410 | 430 |

Con l'entrata in vigore del D.M. del 14 gennaio 2008 gli acciai da carpenteria (laminati a caldo con profili a sezione aperta) devono appartenere al grado da S 235 a S 460 secondo le UNI EN 10025 - 95 (il numero alla destra della S indica la tensione caratteristica di snervamento espressa in MPa). Nel caso di laminati a caldo con profili a sezione cava l'acciaio viene indicato come nel caso precedente con l'aggiunta finale di H: es. S235H. Qui di seguito è riportata una tabella comparativa degli acciai:

| Classe | Tensione di <u>snervamento</u> caratteristica | Tensione a rottura caratteristica |
|-------------|---|-----------------------------------|
| Fe 360/S235 | 235 <u>MPa</u> | 360 MPa |
| Fe 430/S275 | 275 MPa | 430 MPa |
| Fe 510/S355 | 355 MPa | 510 MPa |

La resistenza di calcolo da utilizzare nei dimensionamenti delle strutture metalliche è ottenuta dividendo la resistenza caratteristica per opportuni coefficienti di sicurezza del materiale e di modello.

RESISTENZA DEI MATERIALI - SCHEDA DI LEZIONE

Abbandonando l'ipotesi di corpo rigido, una qualsiasi struttura vincolata, sottoposta a delle forze esterne, per l'effetto di tali forze e delle reazioni vincolari si deforma. Tali deformazioni che tendono ad allungare o ad accorciare o a fare scorrere il materiale, fanno nascere all'interno del materiale delle reazioni elastiche (TENSIONI INTERNE) che contrastano le deformazioni. Ad una situazione di sollecitazione esterna si oppone uno stato di tensione interna.

SOLLECITAZIONI ESTERNE: sono le azioni compiute dall'insieme dei carichi esterni e delle reazioni vincolari.

DEFORMAZIONE: è la variazione di forma della struttura causata dalle sollecitazioni esterne.

TENSIONI UNITARIE INTERNE: sono forze di reazione elastica che nascono in ogni punto all'interno del materiale, tendenti ad opporsi alla deformazione; vengono dette unitarie perché sono riferite all'unità di superficie (1 mm^2).

In generale, le tensioni interne hanno direzione qualsiasi, ma si può pensare di scomporre ogni tensione in due componenti: una perpendicolare (normale) al piano della sezione della struttura, l'altra secondo il piano della sezione.

TENSIONI NORMALI: sono le componenti delle tensioni perpendicolari al piano della sezione, tendenti ad opporsi agli allungamenti/accorciamenti; vengono indicate con la lettera greca σ (sigma) e hanno l'unità di misura di una forza su una superficie (N/mm^2).

TENSIONI TANGENZIALI: sono le componenti delle tensioni che giacciono sul piano della sezione, tendenti ad opporsi agli scorrimenti; vengono indicate con la lettera greca τ (tau) e hanno l'unità di misura di una forza su una superficie (N/mm^2).

LEGGE DI HOOKE: le deformazioni sono proporzionali alle forze che le hanno prodotte.

CONDIZIONI DI VALIDITÀ: la legge di Hooke esprime un legame di tipo lineare (equazione di una retta) tra deformazioni e tensioni interne, ma perché sia valida deve accadere.

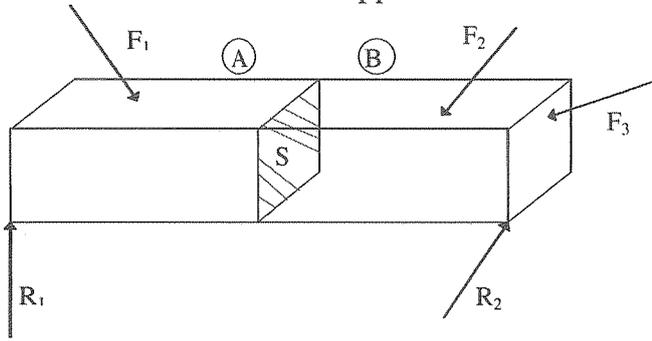
- il materiale deve lavorare in regime elastico proporzionale, cioè al cessare dei carichi che hanno prodotto la deformazione, riprende la configurazione indeformata, quindi non devono esserci deformazioni permanenti nel materiale;
- il materiale deve essere omogeneo, cioè presenta in ogni punto le stesse caratteristiche;
- il materiale deve essere isotropo, cioè avere le stesse caratteristiche in qualsiasi direzione.

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI: l'effetto prodotto da più forze è equivalente alla somma degli effetti prodotti dalle singole forze agendo separatamente.

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONI: sono gli effetti, in ogni sezione della struttura, prodotti dalle sollecitazioni esterne; possono essere considerate come le azioni (forze generalizzate: forze e momenti) trasmesse attraverso una sezione generica S di una delle parti della struttura idealmente tagliata lungo la sezione S per garantire l'equilibrio di ogni singola parte.

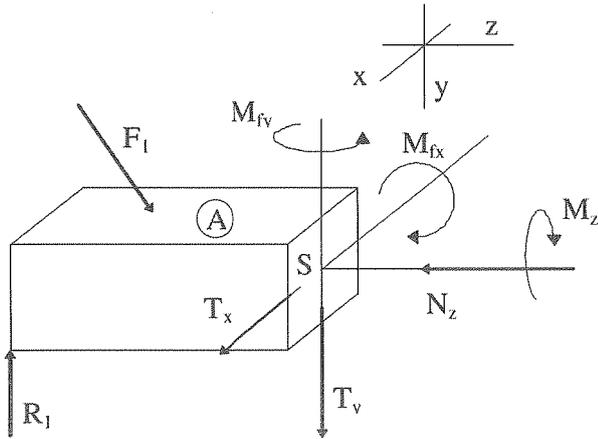
TRAVE: solido di materiale elastico, omogeneo, isotropo, generato dalla traslazione lungo un asse di una figura piana di forma qualsiasi, di area costante o gradualmente variabile. La trave è il modello di calcolo utilizzato nella verifica o nel progetto di una qualsiasi struttura in cui la misura di una delle dimensioni è prevalente rispetto alle altre due.

CASO SPAZIALE: le forze applicate alla struttura giacciono su piani diversi.



Immaginiamo di spezzare idealmente la struttura lungo la sezione S ottenendo i due tronchi A e B. Poiché la struttura nel complesso è in equilibrio, anche ogni sua parte lo deve essere; in particolare il tronco A da solo sarà in equilibrio se aggiungiamo le azioni che, lungo la sezione S, il tronco B trasmette al tronco A. Tali azioni sono proprio le caratteristiche della sollecitazione che nel caso spaziale sono 6 (3 forze + 3 momenti):

$$N_z, T_x, T_y, M_x, M_y, M_z$$



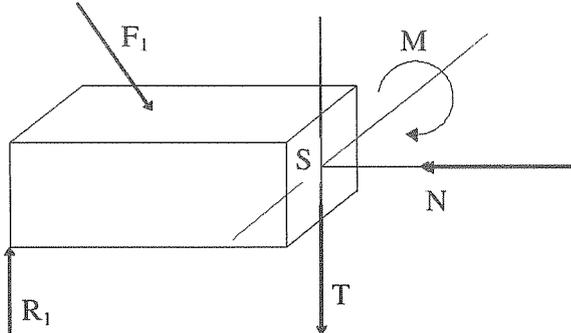
N_z sforzo normale diretto lungo l'asse della trave.

T_x, T_y sforzi di taglio diretti lungo gli assi tangenti al piano della sezione.

M_x, M_y momenti flettenti che provocano inflessioni della struttura sui piani verticale e orizzontale.

M_z momento torcente che provoca scorrimenti angolari tra le sezioni.

CASO PIANO: le forze applicate alla struttura giacciono tutte sullo stesso piano contenente l'asse della trave, per esempio quello verticale contenente l'asse della trave. In questo caso le caratteristiche della sollecitazione sono 3 (2 forze + 1 momento): N, T, M.

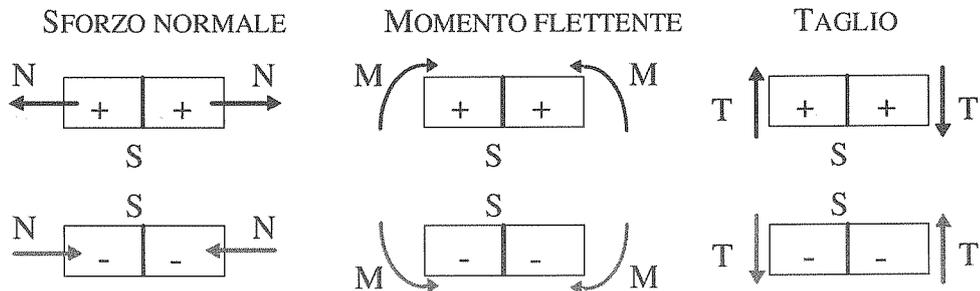


N SFORZO NORMALE

T SFORZO DI TAGLIO

M MOMENTO FLETTENTE.

CONVENZIONE SUI SEGNI: viene adottata la seguente convenzione sui segni delle caratteristiche delle sollecitazioni.



Esempio: guardando a destra della sezione considerata S si ha: sforzo normale positivo se la forza ha verso che si allontana dalla sezione; momento flettente positivo se ha verso antiorario; taglio positivo se la forza ha verso verso il basso.

Guardando a sinistra della sezione considerata S si ha: sforzo normale negativo se la forza ha verso che si avvicina dalla sezione; momento flettente negativo se ha verso orario; taglio negativo se la forza ha verso verso il basso.

CARICO UNITARIO DI ROTTURA: è la tensione che provoca la rottura del materiale quando viene sottoposto a trazione o a compressione; si misura in N/mm^2 .

CARICO UNITARIO DI SICUREZZA: è la massima tensione a cui il materiale può essere sottoposto entro i limiti di sicurezza. Si calcola dividendo il carico unitario di rottura per un coefficiente chiamato grado di sicurezza:

$$\sigma_{am} = \frac{\sigma_R}{a} \left(\frac{N}{mm^2} \right) \begin{cases} a = 2,5 \div 3 & \text{per acciai e leghe leggere prodotti con lavorazioni plastiche} \\ a = 3 \div 4 & \text{per acciai prodotti per fusione} \\ a = 5 \div 8 & \text{per ghisa e materiali fragili prodotti per fusione.} \end{cases}$$

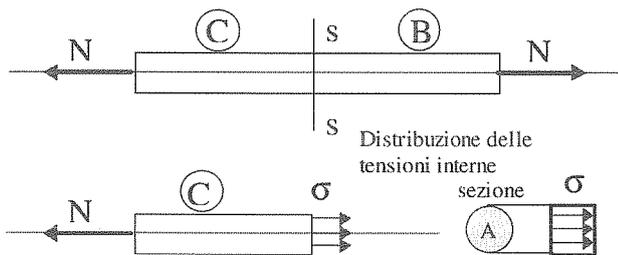
La tensione massima ammissibile σ_{am} è il riferimento per i calcoli di verifica e di progetto.

GRADO DI SICUREZZA $a = \frac{\sigma_R}{\sigma_{am}}$: è il rapporto tra il carico unitario capace di provocare la rottura o intollerabili deformazioni della struttura e il carico unitario massimo prevedibile su di essa.

SFORZO NORMALE

Un corpo è sollecitato a sforzo normale quando le forze agenti su di esso (carichi esterni + reazioni vincolari) hanno la direzione dell'asse del corpo. Nel caso di forze che provocano allungamenti lo sforzo normale si chiama **TRAZIONE** (caratteristica della sollecitazione assunta convenzionalmente positiva); nel caso di forze che provocano accorciamenti lo sforzo normale si chiama **COMPRESSIONE** (caratteristica della sollecitazione assunta convenzionalmente negativa).

Nello sforzo normale la distribuzione delle deformazioni è uniforme (considerando valida l'ipotesi di sezioni che si conservano piane) e quindi è uniforme anche la distribuzione delle tensioni interne sulla sezione. La forma della sezione non ha influenza sul calcolo delle deformazioni e delle tensioni.



Le tensioni interne sono solo di tipo σ e con le forze esterne applicate nel tronco C formano un sistema di forze equilibrato; quindi per l'equilibrio del tronco A si ha: **EQUAZIONE DI STABILITÀ**

$$N = \sigma \cdot A \begin{cases} N & \text{sollecitazione di sforzo normale (N)} \\ \sigma & \text{tensione normale interna } \left(\frac{N}{mm^2} \right) \\ A & \text{area della sezione resistente (mm}^2) \end{cases}$$

CALCOLO DI VERIFICA

Sono note le dimensioni geometriche (sezione) e si accerta per confronto che la tensione effettiva sulla sezione risulti entro i limiti di sicurezza, fissati con il carico unitario ammissibile.

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \sigma_{am} \begin{cases} N & \text{sforzo normale nella sezione più sollecitata (N)} \\ A & \text{area della sezione resistente (mm}^2) \\ \sigma & \text{tensione interna nella sezione più sollecitata } \left(\frac{N}{mm^2} \right) \end{cases}$$

CALCOLO DI PROGETTO

Scelto il materiale della struttura si calcola l'area minima necessaria (condizione di economia) imponendo alle tensioni interne il massimo valore ammissibile (condizione di sicurezza).

$$A = \frac{N}{\sigma_{am}} \begin{cases} N & \text{sforzo normale nella sezione più sollecitata (N)} \\ \sigma_{am} & \text{tensione massima ammissibile per il materiale utilizzato } \left(\frac{N}{mm^2} \right) \\ A & \text{area minima della sezione resistente (mm}^2) \end{cases}$$

CALCOLO DELLA DEFORMAZIONE

Si tratta di allungamenti nel caso di trazione e di accorciamenti nel caso di compressione. Per la legge di Hooke nel caso di tensioni normali si ha:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \left\{ \begin{array}{l} E \text{ modulo di elasticità longitudinale del materiale } \left(\frac{N}{mm^2} \right) \\ \varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \text{ allungamento unitario} \end{array} \right.$$

ma si ha:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma = \frac{N}{A} \\ \varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{N}{A} = E \cdot \frac{\Delta L}{L} \Rightarrow \Delta L = \frac{N \cdot L}{E \cdot A}$$

La deformazione è proporzionale allo sforzo normale e alla lunghezza iniziale; è inversamente proporzionale all'area della sezione resistente e al modulo di elasticità longitudinale del materiale.

PROCEDURA PER IL CALCOLO, SEZIONE PER SEZIONE, DELLA SOLLECITAZIONE DI SFORZO NORMALE (DIAGRAMMA DI SOLLECITAZIONE DI SFORZO NORMALE).

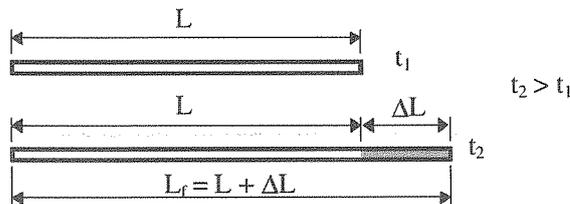
- 1) Si calcolano le reazioni vincolari.
- 2) Si calcola per ogni sezione il valore dello sforzo normale considerando tutte e solo le forze che danno sforzo normale (forze con linea d'azione coincidente o parallela all'asse della struttura) che stanno a destra o a sinistra della sezione considerata; per le sezioni dove sono applicate forze, è necessario calcolare lo sforzo normale in una sezione immediatamente a sinistra e in una immediatamente a destra del punto di applicazione della forza.
- 3) Si disegna il diagramma della caratteristica della sollecitazione di sforzo normale riportando su una linea di riferimento parallela all'asse della struttura i valori dello sforzo normale calcolati; si assume, convenzionalmente, positivo e si rappresenta sopra la linea di riferimento lo sforzo normale di trazione; si assume, convenzionalmente, negativo e si rappresenta sotto la linea di riferimento lo sforzo normale di compressione.

COMPRESSIONE PER DILATAZIONE TERMICA LINEARE IMPEDITA

DILATAZIONE TERMICA LINEARE: è il fenomeno fisico per cui un corpo monodimensionale se riscaldato si allunga e se raffreddato si accorcia.

COEFFICIENTE DI DILATAZIONE TERMICA LINEARE: è l'allungamento che subisce una barretta di lunghezza unitaria quando la sua temperatura aumenta di 1 °C.

Ogni materiale ha un suo coefficiente di dilatazione termica lineare.



| MATERIALE | COEFF. DILATAZIONE TERMICA LINEARE |
|-----------|--|
| acciaio | $a = 0,000012 \text{ } 1/^\circ\text{C}$ |
| rame | $a = 0,000017 \text{ } 1/^\circ\text{C}$ |
| alluminio | $a = 0,000024 \text{ } 1/^\circ\text{C}$ |

$$\Delta L = \alpha \cdot L \cdot (t_2 - t_1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta L \text{ allungamento o accorciamento } \text{ mm} \\ \alpha \text{ coeff. dilatazione termica lineare } \frac{\text{mm}}{\text{mm}^\circ\text{C}} \\ L \text{ lunghezza iniziale } \text{ mm} \\ t_2 \text{ temperatura finale } \text{ } ^\circ\text{C} \\ t_1 \text{ temperatura iniziale } \text{ } ^\circ\text{C} \end{array} \right. \quad L_f = L + \Delta L$$

L'allungamento causato da un aumento di temperatura ΔT vale:

$$\Delta L = \alpha L \Delta T$$

FLESSIONE RETTA

Una struttura è soggetta a flessione semplice quando i carichi esterni sono costituiti da due coppie uguali e opposte di momento M giacenti in un piano che contiene l'asse longitudinale della struttura.

PIANO DI SOLLECITAZIONE: è il piano su cui giacciono i carichi che provocano flessione.

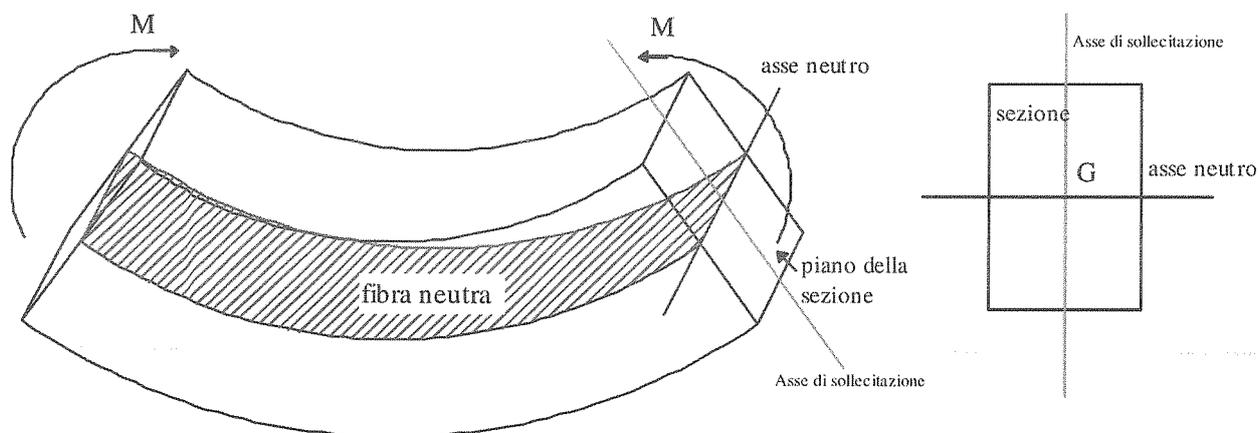
ASSE DI SOLLECITAZIONE: è la retta intersezione tra il piano di sollecitazione e il piano della sezione della struttura.

FLESSIONE RETTA: se la sezione ha un asse di simmetria e l'asse di sollecitazione coincide con esso. La sollecitazione di flessione provoca un incurvamento della trave: le sezioni ruotano, restando piane; le fibre in parte si allungano, in parte si accorciano, quindi ci sarà uno strato che non subirà alcuna deformazione.

STRATO NEUTRO: è lo strato di fibre che non subisce deformazioni.

ASSE NEUTRO: è l'asse generato dall'intersezione dello strato neutro con il piano delle sezione; attorno a tale asse ruota ogni sezione e le fibre collocate su di esso non subiscono né allungamenti né accorciamenti.

Nella flessione retta, asse di sollecitazione e asse neutro sono perpendicolari e si intersecano nel baricentro della sezione.



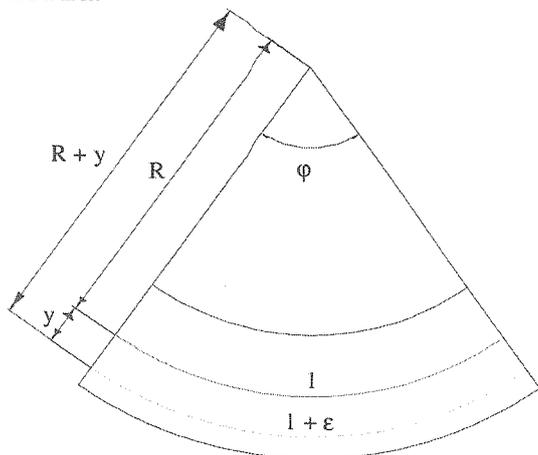
DEFORMAZIONI

L'incurvamento della trave fa sì che il suo asse e ogni sua fibra diventino archi di circonferenza.

Consideriamo un tratto di trave deformata di lunghezza unitaria (la lunghezza si mantiene unitaria solo lungo il piano neutro).

Sia y la distanza di una fibra generica dalla fibra neutra.

neutra.



$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \frac{l}{R} \\ \varphi &= \frac{l + \varepsilon}{R + y} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{l + \varepsilon}{R + y} = \frac{l}{R} ; 1 + \varepsilon = \frac{R + y}{R} ; \varepsilon = \frac{R + y}{R} - 1$$

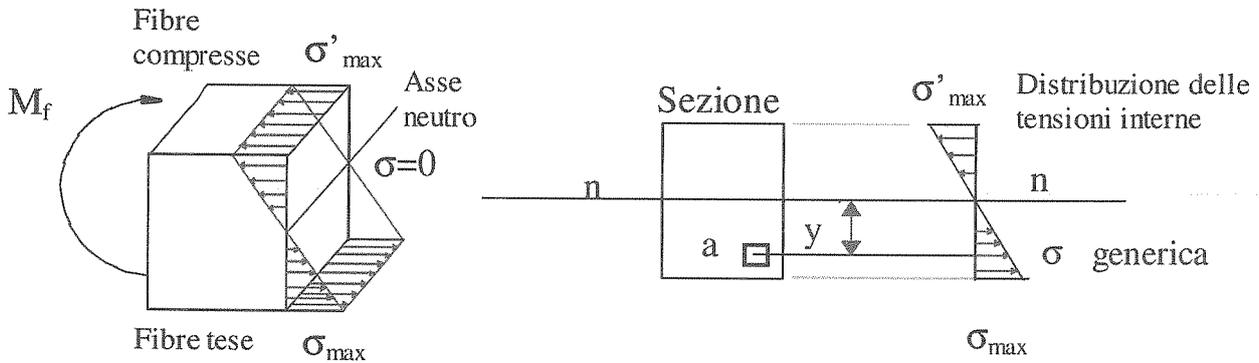
$$\varepsilon = \frac{y}{R}$$

La deformazione unitaria di allungamento o accorciamento delle varie fibre è proporzionale alla distanza y dall'asse neutro e alla curvatura $1/R$ dell'asse deformato della trave (LINEA ELASTICA).

TENSIONI

La sollecitazione di flessione provoca in ogni sezione tensioni normali (σ), verificandosi nella struttura deformazioni di allungamento (trazione) e deformazioni di accorciamento (compressione). Dette tensioni sono massime negli strati più lontani dall'asse neutro perché sono massime le deformazioni e nulle in corrispondenza dell'asse neutro perché sono nulle le deformazioni.

Per l'equilibrio tra tensioni interne e sollecitazioni si ha:



Per l'equilibrio alla traslazione:

$$\sum \sigma \cdot a = 0 \quad \text{ma} \quad \sigma = E \cdot \varepsilon = E \cdot \frac{y}{R} \quad \text{sostituendo}$$

$$\sum E \cdot \frac{y}{R} \cdot a = 0 \quad ; \quad \frac{E}{R} \cdot \sum y \cdot a = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum y \cdot a = 0 \quad \text{ciò vuol dire che il momento statico della sezione rispetto all'asse neutro vale zero, quindi l'asse neutro è baricentrico.}$$

Per l'equilibrio alla rotazione:

$$\sum \sigma \cdot a \cdot y = M \quad \text{ma} \quad \sigma = E \cdot \frac{y}{R} \quad \text{sostituendo}$$

$$\sum E \cdot \frac{y}{R} \cdot a \cdot y = M \quad ; \quad \frac{E}{R} \cdot \sum a \cdot y^2 = M \quad \text{ma} \quad \sum a \cdot y^2 = J_n \quad \text{momento d'inerzia della sezione rispetto all'asse neutro}$$

$$\frac{E}{R} \cdot J_n = M \quad ; \quad \frac{1}{R} = \frac{M}{E \cdot J_n} \quad \text{equazione di deformazione ; sostituendo tale espressione si ha:}$$

$$\sigma = E \cdot \frac{y}{R} = E \cdot y \cdot \frac{M}{E \cdot J_n} = M \cdot \frac{y}{J_n}$$

$$\sigma = M \cdot \frac{y}{J_n} \quad \text{equazione che esprime il valore della tensione in un punto della sezione a distanza } y \text{ dall'asse neutro}$$

$$\sigma_{\max} = M \cdot \frac{y_{\max}}{J_n} \quad \text{tensione massima nella sezione}$$

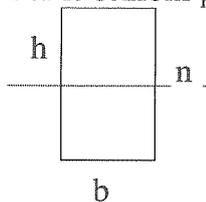
MODULO DI RESISTENZA A FLESSIONE: è dato dal rapporto tra il momento d'inerzia della sezione rispetto all'asse neutro e la distanza dall'asse neutro delle fibre più tese o più compresse: dipende solo dalla geometria della sezione ed ha le dimensioni di una lunghezza al cubo (mm^3).

$$W_f = \frac{J_n}{y_{\max}} \quad (\text{mm}^3)$$

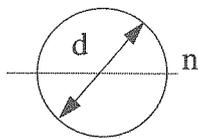
Quindi

$$\sigma_{\max} = M \cdot \frac{y_{\max}}{J_n} = \frac{M}{W_f}$$

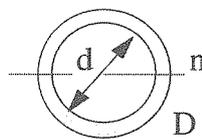
Per le sezioni più ricorrenti si calcolano:



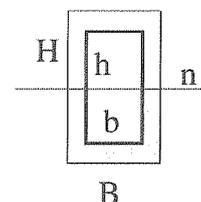
$$W_f = \frac{b \cdot h^2}{6}$$



$$W_f = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$



$$W_f = \frac{\pi \cdot (D^3 - d^3)}{32}$$



$$W_f = \frac{B \cdot H^3 - b \cdot h^3}{6H}$$

CALCOLO DI VERIFICA

Sono note le dimensioni geometriche (sezione e lunghezza) e si accerta per confronto che la tensione effettiva sulla sezione risulti entro i limiti di sicurezza, fissati con il carico unitario ammissibile.

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_f} \leq \sigma_{am.} \quad \text{tensione massima di trazione}$$

$$\sigma'_{\max} = \frac{M}{W'_f} \leq \sigma'_{am.} \quad \text{tensione massima di compressione}$$

CALCOLO DI PROGETTO

Scelto il materiale della struttura si calcola l'area minima necessaria (condizione di economia) imponendo alle tensioni interne il massimo valore ammissibile (condizione di sicurezza).

$$W_f = \frac{M}{\sigma_{am.}} \quad \text{noto il valore di } W_f \text{ si calcolano le dimensioni della sezione}$$

Per la verifica e per il progetto si considera sempre la sezione più sollecitata, cioè la sezione dove è massimo il momento flettente. Quindi risulta necessario conoscere quanto vale la sollecitazione di momento flettente in ogni sezione della struttura. Ciò è possibile rappresentando il diagramma della sollecitazione di momento flettente della struttura.

PROCEDURA PER IL CALCOLO, SEZIONE PER SEZIONE, DELLA SOLLECITAZIONE DI MOMENTO FLETTENTE (DIAGRAMMA DI SOLLECITAZIONE DEL MOMENTO FLETTENTE).

- 1) Si calcolano le reazioni vincolari.
- 2) Si calcola per ogni sezione il valore del momento flettente considerando tutte e solo le forze che danno momento che stanno a destra o a sinistra della sezione considerata; per le sezioni dove sono applicati momenti, è necessario calcolare il momento flettente in una sezione immediatamente a sinistra e in una immediatamente a destra del punto di applicazione della coppia.
- 3) Si disegna il diagramma della caratteristica della sollecitazione di momento flettente riportando su una linea di riferimento parallela all'asse della struttura i valori dei momenti calcolati; si assume, convenzionalmente, positivo e si rappresenta sotto la linea di riferimento il momento flettente che tende le fibre inferiori; si assume, convenzionalmente, negativo e si rappresenta sopra la linea di riferimento il momento flettente che comprime le fibre superiori.

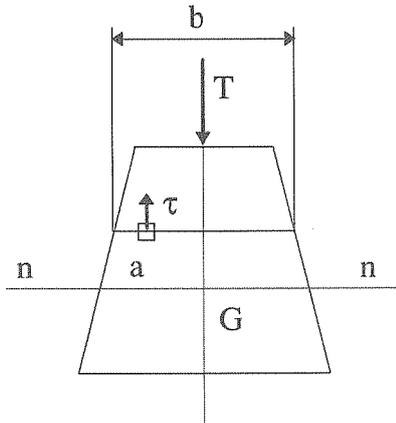
TAGLIO

Si ha sollecitazione di taglio quando sulla struttura sono applicate forze con direzione perpendicolare al suo asse, giacenti sul piano della sezione e passanti per il suo baricentro. La sollecitazione di taglio produce uno scorrimento (traslazione) fra sezioni contigue. Le tensioni interne, dovendo opporsi a tale deformazione, giacciono sul piano della sezione, quindi sono delle tensioni tangenziali τ . La sollecitazione di taglio è normalmente accompagnata dalla flessione.

Considerata una sezione qualsiasi di una struttura soggetta a taglio T , per l'equilibrio alla traslazione verticale deve accadere che

$$\sum \tau \cdot a = T$$

Si dimostra che le tensioni interne τ lungo una corda di lunghezza b parallela all'asse neutro, hanno valore



$$\tau = \frac{T \cdot S_n^*}{b \cdot J_n} \quad \text{EQUAZIONE DI STABILITA'}$$

τ tensione tangenziale sulle areole "a" della sezione lungo la corda di lunghezza b .

T sollecitazione di taglio nella sezione.

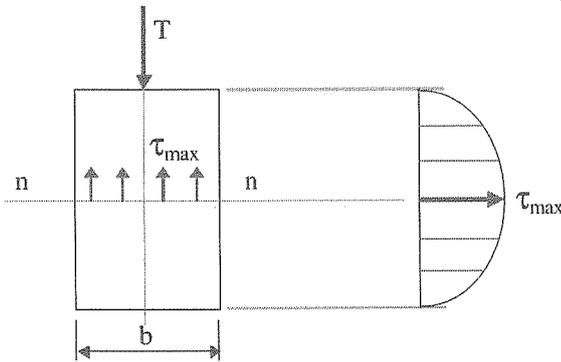
S_n^* momento statico, rispetto all'asse neutro, della parte di sezione che sta al di sopra o al di sotto della corda considerata.

b larghezza della sezione all'altezza dell'areola "a".

J_n momento d'inerzia della sezione rispetto all'asse neutro.

Le tensioni non sono distribuite in modo uniforme sulla sezione; la distribuzione delle τ sulla sezione è di tipo parabolico per sezioni rettangolari e circolari. Si dimostra che per

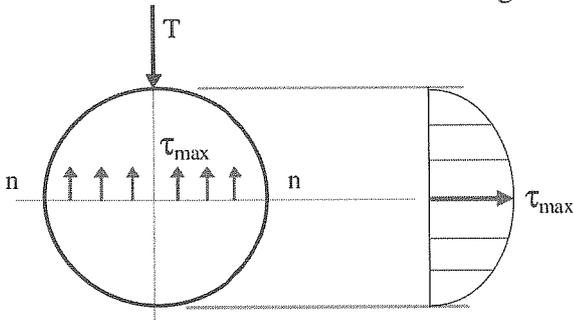
SEZIONE RETTANGOLARE: la tensione di taglio è massima lungo l'asse neutro e si dimostra che vale



$$\tau_{\max} = \frac{3 T}{2 A} \quad \left\{ \begin{array}{l} T \text{ sforzo di taglio nella sezione (N)} \\ A \text{ area della sezione resistente (mm}^2\text{)} \end{array} \right.$$

$$\frac{T}{A} = \tau_{\text{media}} \quad \text{tensione media di taglio nella sezione}$$

SEZIONE CIRCOLARE: la tensione di taglio è massima lungo l'asse neutro e si dimostra che vale



$$\tau_{\max} = \frac{4 T}{3 A} \quad \left\{ \begin{array}{l} T \text{ sforzo di taglio nella sezione (N)} \\ A \text{ area della sezione resistente (mm}^2\text{)} \end{array} \right.$$

$$\frac{T}{A} = \tau_{\text{media}} \quad \text{tensione media di taglio nella sezione}$$

Le tensioni da taglio hanno generalmente un'importanza secondaria in presenza di altre tensioni, per cui non è in base ad essa che vengono dimensionati gli organi meccanici. E' sufficiente una verifica confrontando la τ_{\max} con la τ_{am} .

$$\tau_{\max} \leq \tau_{am} \quad \text{con} \quad \tau_{am} = \frac{\sigma_{am}}{\sqrt{3}}$$

Nei pochi casi di strutture soggette a taglio puro (chiodature, collegamenti con linguetta), si introduce l'ipotesi semplificativa di distribuzione uniforme delle tensioni da taglio sulla sezione, ciò

equivale a considerare la $\tau_{\text{media}} = \frac{T}{A}$ e quindi per la VERIFICA: $\tau_{\text{media}} = \frac{T}{A} \leq \tau_{am}$.

PROGETTO: $A = \frac{T}{\tau_{am}}$

171

AZIONI SULLE COSTRUZIONI

Questa lezione è in larga parte incentrata sul capitolo 3 del D.M. 2008 "NORME TECNICHE SULLE COSTRUZIONI", ossia le "AZIONI SULLE COSTRUZIONI".

Le azioni sulle costruzioni, generalmente, vengono definite CARICHI

ed è, un aspetto, il primo aspetto, di cui un ingegnere deve tener conto per poter comprendere la propria struttura e per poter comprendere come questa deve essere dimensionata per sopportare i carichi cui verrà assoggettata per tutta la sua vita, e perciò una proiezione per tutta la vita della struttura dei carichi che agiranno su quella costruzione.

Quando noi progettiamo una struttura, non lo facciamo perché questa deve sopportare un carico, ma ovviamente lo progettiamo per uno scopo, di cui i carichi sono solo una conseguenza.

Quindi L'UTILITÀ DI UNA STRUTTURA, costituisce la principale differenza tra STRUTTURA E SCULTURA.

Quindi per esempio, progettiamo una pensilina per uno stadio, per proteggere parzialmente delle persone dalle intemperie, progettiamo un ponte per collegare due punti non uniti, o progettiamo una diga per contenere delle forze naturali. La prima cosa dobbiamo comprendere, perciò, è cosa serve una determinata struttura, dove agirà, perché se non siamo in grado di fare questa analisi, non saremo neanche in grado di risalire i carichi che dovrà sopportare.

SBAGLIARE L'ANALISI DEI CARICHI SIGNIFICA DIMENSIONARE UNA STRUTTURA CHE NON RISPONDE AI REQUISITI PER CUI È STATA PENSATA:

dimmenticare dei carichi (in normativa identifichiamo i "carichi" con le "azioni") significa dimmenticare una sollecitazione a cui la struttura sarà sottoposta.

Una prima distinzione dei carichi che bisogna fare, è fra quei carichi che agiscono

✓ PERMANENTEMENTE: (un pavimento sul solaio)

✓ OCCASIONALMENTE: (degli studenti su un'aula)
(DI FREQUENTE)

✓ OCCASIONALEMENTE: (azione sismica)
(DI RARO)

La normativa ci viene incontro, perché già stabilisce quali sono i carichi che hanno un utilizzo più diffuso. Infatti?

Vedremo come nelle case di civile abitazione, i carichi sono già più standardizzati: quindi quando devo progettare un edificio, so che devo assegnare 200 DN/mq come carico variabile, quando devo dimensionare il balcone di quell'edificio, devo assegnare 100 [DN/mq] come carico variabile, quando devo dimensionare lo solaio, devo assegnare 400 DN/mq come carico variabile, quando devo dimensionare un

edificio aperto al pubblico, deve assegnare 300 DN/m^2 (per esempio una scuola, precedentemente dimensionata a 350 DN/m^2 , oppure un ufficio amagrate), oppure una biblioteca, che ha un carico particolare, prevede una analisi aerea, la normativa da valori riconoscibili in circostanze nuove, la normativa vi scarica e vi scarichiamo sempre delle responsabilità. La normativa impone un carico convenzionale.

PER ESEMPIO: per dimensionare un salotto di civile abitazione, considero distribuito uniformemente 200 DN/m^2 , così non è, perché questo è un carico convenzionale, che non capitemi mai, nello stato di quell'edificio, per tutti i secoli, potrà capitare in un salotto un giorno in cui c'è stato una festa, ma sono per sempre o eventualmente occasionali: 300 DN/m^2 significa più o meno 4 persone in un quadrato di $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$.

Quindi è un carico convenzionale, in cui comprendiamo anche il carico di esercizio dovuto a quei carichi mobili (a traverso cui intendiamo le persone, ma anche una libreria che un giorno viene messa in un posto, un giorno in un altro).

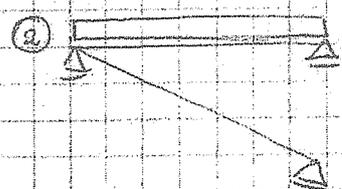
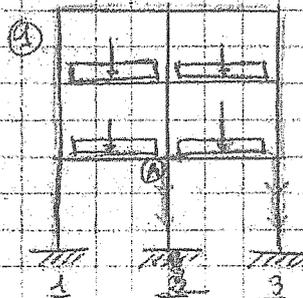
RIASSUNDO

Il valore del carico di esercizio imposto dalle norme risulta essere un carico convenzionale, e nel caso dei secoli ha un valore costante $/\text{m}^2$. È un valore convenzionale in quanto QUASI MAI NESSUN SOALIO sarà MAI sottoposto ad un carico uniformemente ripartito.

Anche il vento la normativa ci fa calcolare in maniera convenzionale, ci dà infatti (tramite per situazioni particolari tipo strutture reticolari molto alte, a cui viene data una forza molto alta per lo trasporto dell'energia elettrica, come Eifel) un carico costante distribuito con una leggera variabilità in funzione dell'altezza, ma in realtà il vento è un carico pseudo costante, perché è un carico che pulsa, agisce a raffiche con intensità variabile, però la normativa ce lo traduce in carico equivalente, ma ci permette questo, nel momento in cui stiamo parlando di edifici normali e ordinari, di altezze medie, ma per edifici con configurazioni particolari o situazioni di pericolo come il famoso crollo del ponte TACOMA, dovuto alla forte intensità del vento, la normativa ci obbliga a fare uno studio AD HOC.

L'AZIONE è di vario tipo. Può essere:

- ✓ UNA FORZA: (peso, pressione del vento, spinta della terra o di un liquido)
- ✓ SPOSTAMENTI IMPRESSI: (posso prevedere per una determinata situazione un cedimento, che indirettamente su una struttura iperstatica diventa una forza, su una isostatica no, perché la struttura iperstatica si muoverebbe di corpo rigido; quindi il cedimento non fa nascere una sola azione ma fa ruotare o spostare l'elemento.



173

①
Necess. prima struttura, che è una struttura iperstatica, il pilastro 2 è soggetto a compressione per via del carico che migra nel modo rappresentato in figura dal tratto verde chiaro, che genera sforzo normale sul pilastro; immaginiamo ora un cedimento di fondazione, rappresentato in figura dal tratto rosso, quell'elemento subisce un collasso e viene giù: questo cedimento si traduce in una forza verso il basso, che trascina il pilastro, quindi il pilastro da PUNTO (cedimento elementare a compressione), viene sollevato in trazione.

La parte di trazione rappresentata nel tratto in giallo circa di un'azione nulla, il modo (A) viene tirato giù per via del cedimento di fondazione, e l'elemento in posizione 2 va in trazione, o quanto meno può essere decompresso a compressione, perché se la trazione è minore della compressione, resta sempre in compressione, ma in minore intensità.

Quindi un'azione che è uno spostamento ^{verso} su una struttura iperstatica, fa nascere uno stato di sollecitazione diverso.

Se invece abbiamo la struttura iperstatica (2), se il punto B viene giù non succede nulla, perché l'asta è un corpo rigido e questa relazione non fa nascere uno stato di sollecitazione.

✓ DEFORMAZIONI DEI MATERIALI DOVUTE A FATTORI ESTERNI (variazioni di temperatura) O FATTORI INTERNI (ritiro del cls, oppure allo scorrimento viscoso che avviene nel cls che fa deformare la struttura); in una struttura iperstatica questo si traduce sempre in azioni che determinano uno stato di sollecitazioni aggiuntivo o diverso da quello di partenza.

✓ AZIONI CHIMICHE determinano un deterioramento, che per esempio, da CARBONATAZIONE, fenomeno per cui il cls si deteriora per via dell'aggressione della CO_2 , e quindi cambia il suo pH, il che fa sì che si spacci facilmente una struttura "fa sì" che il cls non ha più azione passivante sull'acciaio, l'acciaio si ossida, si ha un incremento di volume con conseguente rottura del cls, quindi vi sono azioni sul cls diverse da delle forze che comunque determinano uno stato diverso all'interno della struttura.

✓ FUOCO: Immaginiamo l'acciaio che viene investito da delle fiamme, ciò che è successo alle TORRI GEMELLE, quindi l'acciaio va in rammedamento quindi la struttura cede perché si ha una forte perdita delle caratteristiche meccaniche dell'acciaio.

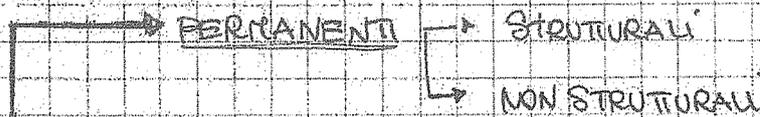
Tanto le azioni le possiamo dividere in azioni statiche e azioni dinamiche. STATICHE: variano lentamente nel tempo rendendo trascurabile gli effetti dinamici.

AZIONI DINAMICHE: (carichi che mutano rapidamente o applicati improvvisamente)

Generalmente quando tutte le azioni sono dinamiche, la differenza fra quello che noi facciamo tra statica e dinamica è il tempo in cui questa azione agisce; per esempio: la vostra presenza in quest'aula è un'azione statica, perché la vostra azione del carico avviene lentamente; un motore spostato da una parte all'altra è un'azione dinamica, ma dura 5 minuti rispetto la vita dell'edificio che sarà di 50 anni, quindi possiamo considerarlo statico; un'azione sismica è un'azione dinamica: è un'azione di grande intensità e agisce non con una forza costantemente applicata, ma ad impulso e varia molto velocemente nel tempo.

La normativa nei 300k che ha assegnato per questa aula, ha tenuto conto della azione esercitata da voi: lo scalo perché viene dimensionato secondo un carico convenzionale di 400 DN/m²? Perché noi lo consideriamo staticamente, però immaginale lo scalo di una scuola: lo scalo generalmente è uno di quelle strutture che vengono tutte caricate (più capitate che si crei una coda sulla scala) inoltre possiamo immaginare su di esso anche un'azione dinamica perché scendendo la marciapiede in occasione. Perché a un balcone la normativa assegna 400 DN/m²? Immaginiale che a casa vostra c'è una festa, che per strada avviene un incidente e tutti corrono sul balcone: il balcone è tutto caricato, vi è azione dinamica; la normativa quindi tiene conto di eventualità che possono verificarsi, che numeri non sono casuali, badate dovessero essere condizionali particolari siete voi a dover pensare.

I CARICHI



I carichi PERMANENTI agiscono per tutta la vita utile della struttura, o quasi;

VARIABILI dipendono dalla destinazione d'uso. La permanenza dell'esempio di prima avrebbe avuto come possibile carico caratteristico il carico neve, il carico vento, non avrebbe avuto il carico di persone. ⊕ → vedi sotto la pagina

AZIONE SISMICA: la normativa dedica un intero paragrafo all'azione sismica.

AZIONE DEL VENTO

AZIONI DELLA NEVE

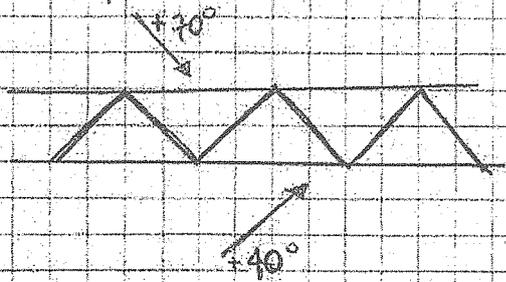
AZIONI DELLA TEMPERATURA:

AZIONI ECCEZIONALI: incendio, esplosioni, urti.

⊕ CARICHI VARIABILI ⇒ VERTICALI UNIFORMEMENTE DISTRIBUITI q_k [KN/m²]
⇒ VERTICALI MAI CONCENTRATI Q_k [KN]
⇒ ORIZZONTALI LINEARI H_k [KN/m]

Le azioni della temperatura sono fondamentali perché generalmente nei nostri edifici ormai non sono più un problema con tali sistemi di isolamento, ma immaginare su un ponte o un viadotto, dove avere sopra le zone che baia e sotto le zone che non c'è, quindi possiamo avere notevoli escursioni termiche, sopra per esempio 60° , sotto 30° , un $\Delta T = 30^\circ$ interessa un acciaio bitemperato, o a ferraglia, come carico termico, che può indurre anche effetti flessionali.

Provare ad immaginare una grande copertura di 30-40m di l.a., immaginiamo ad una struttura reticolare dove le zone baia su, magari



in estate, alla temperatura di $60^\circ-70^\circ$ e sotto invece di ambiente e raffreddato con aria condizionata che vi porta la temperatura a 30° , avere un ΔT di 30° , che fa nascere delle flessioni importanti: sopra le fibre e all'incastro di una certa quantità pari circa a $\Delta T \cdot L$, la fibra di sotto è allungata di una quantità inferiore perché il coefficiente α è lo stesso se il materiale

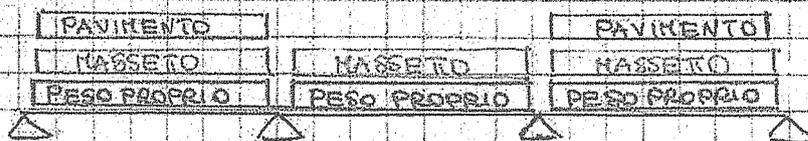
è uguale, L è la lunghezza dell'elemento che è la stessa, ΔT è più piccolo. Quindi le fibre inferiori si accorciano ed abbiamo trazione sopra, compressione sotto, esattamente FLESSIONE.

Quindi formiamo ai carichi:
CARICHI PERMANENTI

I carichi permanenti mi sono costituiti dal peso proprio della struttura (N.T.C. 2008 p.10 3.1.2) quindi una trave in cls armato 30×50 avrà il peso $0.3 \times 0.5 \times \text{peso specifico}$, e così avremo le cariche a tutto andare, ed i carichi non strutturali (N.T.C. 2008 p.10 3.1.3) non rimovibili durante il normale esercizio della costruzione di cui fanno parte: la superficie di visori laterali, pannelli, pannelli, infornate, impianti, acustici soffitti;

Quando dobbiamo progettare, dobbiamo fare la valutazione dei carichi andando a considerare sempre la condizione più sfavorevole; condizione sfavorevole non significa trave sempre caricata, (questo vale per una trave appoggiata-appoggiata) ma per una trave incastrata a sono le combinazioni di carico, bisogna perciò cercare le condizioni di carico più sfavorevoli.

Non è esempio mi segue per esempio, questa combinazione di carico a dare il max momento positivo nella 1° campata e il massimo momento positivo nell'ultima campata.



Quando abbiamo fatto l'analisi dei carichi da carichi permanenti non dobbiamo vedere questi ultimi sempre agenti; sicuramente un carico sempre agente sono il peso proprio della struttura, ma tutti gli altri carichi permanenti quando cerchiamo le condizioni sfavorevoli non saranno costantemente presenti (nella struttura sopra non sono stati ancora messi i carichi di esercizio, quindi il carico variabile).

Quindi non è vero che i carichi permanenti agiscono sempre tutti favorevolmente o sfavorevolmente sulla struttura, per la determinazione delle

sollecitazioni. Quindi per stabilire le condizioni sfavorevoli non devo caricare una trave con tutte le azioni possibili ed immaginabili e per pensare "peggio di così non si può".

E' necessario considerare le situazioni transitorie in cui i carichi permanenti non siano presenti. I carichi permanenti vanno valutati considerando le dimensioni effettive delle opere e dei pesi dell'unità di volume dei materiali costituenti, vanno assunti per i loro valori effettivi - se note le scelte progettuali.

Per i carichi permanenti, quando non abbiano indicazioni precise sui materiali, la normativa ci dà una serie di pesi specifici, sono però pesi di volume convenzionali che non possiamo assumere quando stiamo progettando perché non sapremo mai quanto peserà precisamente il ds. Questi dati perciò li possiamo usare in fase di progettazione quando non abbiamo indicazioni precise. Ma se io ho l'indicazione precisa e so che utilizzerò un ds strutturale alleggerito e so che questo ds alleggerito per esigenze mi è pesa esattamente 1750 DN/mc io nella mia relazione di calcolo scriverò esattamente 1750 DN/mc perché l'ho stabilito io.

Quindi i carichi permanenti vanno valutati considerando le dimensioni effettive delle opere e dei pesi dell'unità di volume dei materiali costituenti, vanno assunti per i loro valori effettivi se note le scelte progettuali.

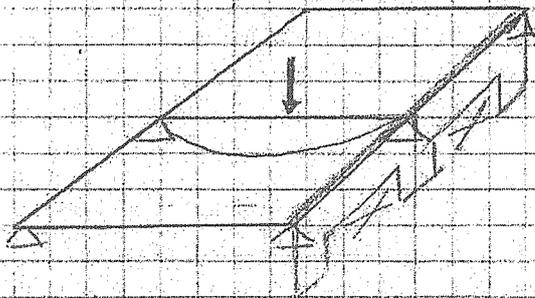
Anche i tramezzi non sono un carico distribuito, sono quasi concentrato e invece però la normativa ci permette di trasformarlo in carico distribuito, ma questo è possibile soltanto quando lo scalo annuo è una ripartizione trasversale di carichi. Ora in presenza di orizzontamenti con ordinata unidirezionale ma con capacità di ripartizione trasversale, i carichi possono essere assunti come uniformemente ripartiti, e l'esempio sono proprio i tramezzi, se applicati su soletti in calce-cemento con soletta di ripartizione.

Strutturalmente il soletto è fatto più o meno così:



| MATERIALI | PESO UNITA DI VOLUME [kN/m ³] |
|---|---|
| Calcestruzzi cementizi e malte | |
| Calcestruzzo ordinario | 24,0 |
| Calcestruzzo armato (e/o precompresso) | 25,0 |
| Calcestruzzi "leggeri": da determinarsi caso per caso | 14,0+20,0 |
| Calcestruzzi "pesanti": da determinarsi caso per caso | 28,0+50,0 |
| Malta di calce | 18,0 |
| Malta di cemento | 21,0 |
| Calce in polvere | 10,0 |
| Cemento in polvere | 14,0 |
| Sabbia | 17,0 |
| Metalli e leghe | |
| Acciaio | 78,5 |
| Chisa | 72,5 |
| Alluminio | 27,0 |
| Materiale lapideo | |
| Tufo vulcanico | 17,0 |
| Calcare compatto | 26,0 |
| Calcare tenero | 22,0 |
| Gesso | 13,0 |
| Granito | 27,0 |
| Laterizio (pieno) | 18,0 |
| Legnami | |
| Canifere e pino | 4,0+6,0 |
| Lanfoglie (escluso pino) | 6,0+8,0 |
| Sostanze varie | |
| Acqua dolce (chiaro) | 9,81 |
| Acqua di mare (chiaro) | 10,1 |
| Carta | 10,0 |
| Vetro | 25,0 |
| Per materiali non compresi nella tabella si potrà far riferimento a specifiche indagini sperimentali o a normative di comprovata validità assumendo i valori nominali come valori caratteristici. | |

una struttura a T con delle pignalle in mezzo; nel calcolo del soletto, questo, ha comportamento unidirezionale, in realtà, però, il soletto non ha propriamente comportamento unidirezionale, perché? C'è l'elemento superiore, la caldaia che collega fra loro tutti i travetti, per cui, quando il carico agisce come in figura, se me va una parte una parte, un po' dall'altra. (vedi tratto in rosso.)



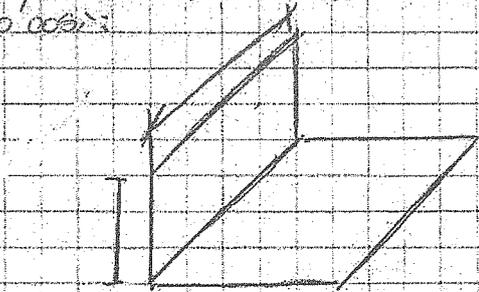
Alla quando il carico agisce qui (tratto in rosso) l'antissimo di quel carico se so prende il travetto carico, ma una parte del carico se me va anche sull'altro travetto. Perché?

Immaginando questo a un soletto che vada da una trave all'altra (in assonometria)

Immaginiamo che il travetto venga caricato:

se il travetto è isolato si abbassa per i fatti suoi, se fosse appoggiato appoggiato con un carico uniformemente distribuito la freccia sarebbe $\frac{5}{384} \frac{q l^4}{EI}$; nel momento in cui ho una soletta di

ripartizione, quest'altro travetto non è più libero di muoversi e di abbassarsi come vuole perché attraverso questo elemento trasversale di collegamento (dovrebbe essere quello marcato in arancione) si instaura un collegamento fra travetti e chiama in causa parte di quella freccia, perché la freccia è un po' più piccola. Significa che il soletto ha un carico bidirezionale e che ho ripartizione trasversale di carichi e quindi se un carico agisce direttamente su un travetto, il travetto in questione si prende la maggior parte del carico, ma il carico si distribuisce, seppure in una porzione ristretta, agli altri travetti contigui, e anche in funzione dei materiali e delle sue rigidezze. Questo è possibile perché i travetti sono tutti armati, la caldaia è una armatura e quindi quest'elemento collabora alla ripartizione; nei soletti degli anni '50-'60 non si metteva la rete, i travetti non erano armati. Ecco perché un travezzo non è soletto.



posso immaginare di avere un carico distribuito sul soletto perché non andrà soltanto su un travetto, ma si distribuirà su un'area circostante.

Ecco perché possiamo trasformare un travezzo da carico lineare a carico distribuito di fatto il soletto.

Cio', anche in previsione di fessure ed eventuali spostamenti dei travezzi.

Quindi nel calcolo il peso del travezzo a mq (infisso mq in verticale) e lo trasformo in un carico a mq in orizzontale, attraverso la tabella, per cui se io ho un travezzo che pesa 1 KN/m^2 , ogni metro di travezzo pesa 150 DN/mq , tutto in quella tabella è assunto sul mio soletto, un carico di 80 DN/mq ripartito su tutto il soletto.

Per gli orizzontamenti degli edifici per abitazioni e uffici, il peso proprio di elementi divisorii inferiori potrà essere ragguagliato ad un carico permanente G_{2k} .

- PER ELEMENTI DIVISORI CON $G_2 \leq 1,00 \text{ KN/m}^2$ $g_2 = 0,40 \text{ KN/m}^2$
- PER ELEMENTI DIVISORI CON $1,00 < G_2 \leq 2,00 \text{ KN/m}^2$ $g_2 = 0,80 \text{ KN/m}^2$
- PER ELEMENTI DIVISORI CON $2,00 < G_2 \leq 3,00 \text{ KN/m}^2$ $g_2 = 1,20 \text{ KN/m}^2$
- PER ELEMENTI DIVISORI CON $3,00 < G_2 \leq 4,00 \text{ KN/m}^2$ $g_2 = 1,60 \text{ KN/m}^2$

- PER ELEMENTI DIVISORI CON $4,00 \leq G_2 \leq 5,00 \text{ KN/m}$ $g_2 = 200 \text{ KN/m}^2$

Altrettanto a un certo punto la normativa si ferma e lascia al progettista il caso in cui $G_2 > 5,00 \text{ KN/m}$. Elementi divisorii inferiori con peso proprio maggiore devono essere considerati in fase di progettazione, tenendo conto del loro effettivo posizionamento sul sovrano.

I traluzzi per le varie abitazioni saranno circa sui 150 DN/m^2 .

Il carico permanente è spesso il carico più oneroso per la struttura, in particolare questo si verifica per le strutture di grandi dimensioni come ponti, coperture di grandi luci, strutture in muratura, muri di sostegno a gravità.

In una civile abitazione ruotolo una circa per i $2/3$.

Però qui c'è un problema: devi categorizzare i carichi permanenti, il peso proprio della struttura, ma lo non l'ha ancora progettata: come faccio?

Beh, è sicuramente un paradosso perché le dimensioni di un elemento strutturale dipendono principalmente dai carichi che agiscono su di esso, le dimensioni determinano il peso proprio, il peso proprio determina il peso proprio, quindi c'è un'incognita.

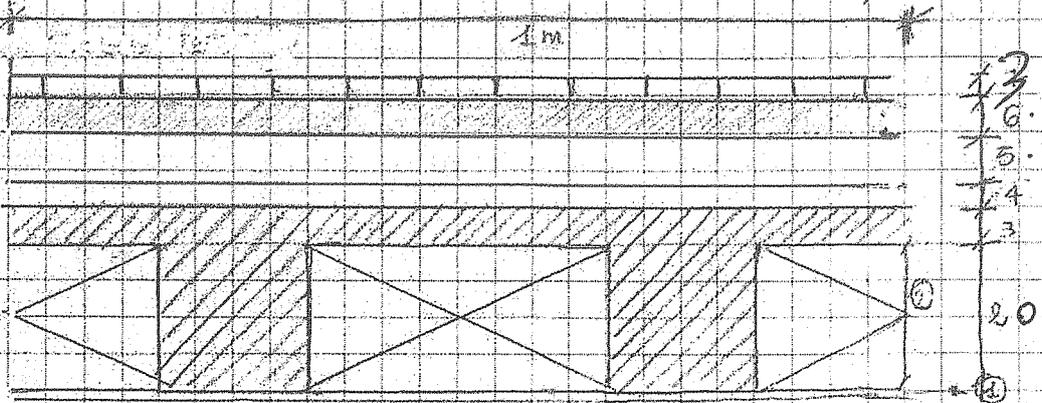
In tutti gli altri casi il progettista deve farsi guidare, in una prima fase, dalla sensibilità ma soprattutto dall'esperienza.

Se la struttura è iperstatica dobbiamo ugualmente conoscere le dimensioni, momento d'inerzia e le caratteristiche del nucleo etc.

ESEMPIO DI ANALISI DEI CARICHI

(ESERCIZIO DI UNA STUDENTESSA)

Generalmente per un sovrano si fa l'analisi dei carichi a mq.



| | | |
|--------------------------------|---------|---|
| ① => INTONACO | 0,015 m | |
| ② => TRAVETTI = PIGNATA | 0,20 m | |
| ③ => CALDANA | 0,05 m | |
| ④ => ISOLAMENTO TERMO-ACUSTICO | 0,003 m | di molla occorrono 3cm e fissare il perimetro |
| ⑤ => MASSETTO | 0,06 | |
| ⑥ => MANTA DI ALLETAMENTO | 0,005 | (ha considerato le collantile) |
| ⑦ => PAVIMENTO IN MARMO | 0,03 | (è un po' esagerato 3cm di pavimento!) |

Assumi questi spessori, si moltiplica $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$, ossia 1 mq , per l'altezza, ed in questo modo per il peso di volume ho l'incidenza a mq.

Quindi sto analizzando una superficie $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$.

Una: i travetti sono due, ma tecnicamente non è detto siano 2 per ogni nucleo, avranno interesse i generico, in questo caso $d = 30 \text{ cm}$.

| SOLAIO DI PIANO | | | | | | |
|-----------------|----|--------|--------|---------|-------------------|---------------------------|
| ELEMENTO | N° | LUNGH. | ALTEZ. | PROFON. | PESO SPEC. | CARICO PER m ² |
| | | m | m | m | KN/m ³ | KN/m ² |
| INTONACO | 1 | 1 | 0,015 | 1,00 | 19,00 | 0,285 |
| TRAVETTI C-A | 2 | 0,12 | 0,20 | 1,00 | 25,00 | 1,200 |
| PIGNATE | 2 | 0,38 | 0,20 | 1,00 | 6,00 | 0,912 |
| CALDANA | 3 | 1,00 | 0,05 | 1,00 | 20,00 | 1,000 |
| IS. TER. AC | 4 | 1,00 | 0,003 | 1,00 | 3,00 | 0,009 |
| MASSETTO | 5 | 1,00 | 0,05 | 1,00 | 20,00 | 1,200 |
| MALTA | 6 | 1,00 | 0,005 | 1,00 | 1,40 | 0,007 |
| PAVIMEN. | 7 | 1,00 | 0,03 | 1,00 | 29,00 | 0,810 |

CARICO PER R. STRUT. [TRAVETTI, PIGNATE, CALDANA] $q_{G1} = 3,112 \text{ KN/m}^2$

CARICO PER R. NON STRUTTURALE [INTONACO, ISOL. MASS.] $q_{G2} = 2,311 \text{ KN/m}^2$
PAVIM.

Quindi INTONACO = $0,015 \times 19,00 = 0,285$

ora analizzo le travetti: quanti ce ne sono a rug? Ce ne sono $\frac{1}{2}$

L'interasse nel nostro caso è 50, quindi $1 : 0,50 = 2$

Quindi $2 \times 0,12 \times 0,20 \times 1,00 \times 25,00 = 1,200$

La CALDANA: $1,00 \times 0,05 \times 20,00 = 1,00$

il cornicione

(dice una cosa che non si capisce)

In questo modo il peso proprio strutturale va moltiplicato per 1,3

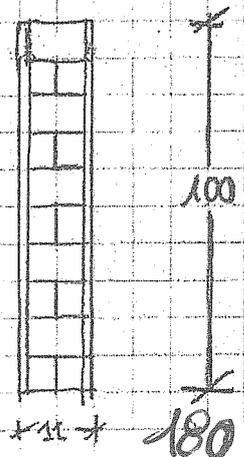
il ~~proprio~~ peso proprio dei perimetrali non strutturali non compiuto, mentre definiti va moltiplicato per 1,5, se invece sono compiuti vanno moltiplicati per 1,3.

Quindi conviene tener separata la parte strutturale di quella non strutturale.

Ovviamente se è un solaio di copertura avrà l'impermeabilizzazione avrà il coibente, che è molto più impegnativo, e una serie di altri carichi. Quindi dipende dal solaio che sto analizzando e la stratigrafia che ho.

Quando invece vado ad analizzare le tramezzature

| TRAMEZZATURA INTERNA | | | | | | |
|--|--------|-------------|-----------|--------------|----------------------------------|---|
| elemento | numero | lunghezza m | altezza m | profondità m | peso specifico KN/m ³ | carico per m ² KN/m ² |
| intonaco di malta di calce | 2 | 0,015 | 1,000 | 1,00 | 19,00 | 0,570 |
| mattoni forati | 1 | 0,08 | 1,000 | 1,00 | 11,00 | 0,880 |
| Carico uniformemente distribuito [intonaco, mattoni] | | | | | $q =$ | 1,450 KN/m ² |
| Carico permanente per altezza impalcato [h=2,85 m] | | | | | $G_2 =$ | 4,133 KN/m ² |
| 4,00 < G2 > 5,00 | | | | | $q_2 =$ | 2,000 KN/m ² |

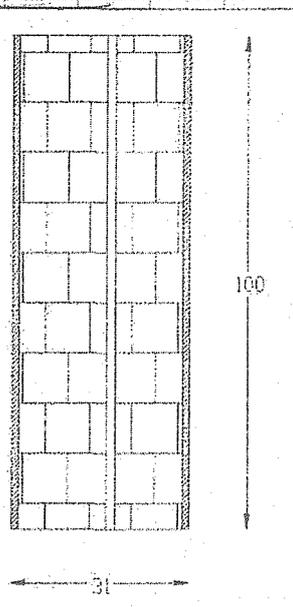


In generale il tramezzo ha dei forati e poi 1,00 - 1,5 cm di intonaco da una parte e dall'altra, quindi carico a considerare il peso dei mattoni e quello dell'intonaco.

Il carico uniformemente distribuito è $1,450 \text{ KN/m}^2$ lo moltiplico per l'altezza. C'è un errore in G2 perché non può essere $4,133 \text{ KN/m}^2$, ma dovrebbe essere al m², perché il calcolo è stato fatto per 1 m di altezza, per 1 m (di spessore) di lunghezza; siccome voglio il carico a m², mi calcolo il peso e moltiplico per l'altezza del tramezzo ed ho il carico lineare che quanto pesa un m² di tramezzo. Vede quanto pesa tutto nella tabella vista prima, ottengo che $4,00 < G2 < 5,00$ e quindi $q2 = 2,00 \text{ KN/m}^2$.

Lo stesso per la rampa esterna. Subito che deve essere fatto un calcolo termico da un ingegnere termotecnico, non possiamo farlo da noi. Così come spetta a lui la stratigrafia dell'ultimo rampicata.

| TOMPAGNATURA ESTERNA | | | | | | |
|--|--------|----------------|--------------|-----------------|--|--|
| elemento | numero | lunghezza m | altezza m | profondità m | peso specifico KN/m ³ | carico per m ² KN/m ² |
| intonaco di malta bastarda | 2 | 0,02 | 1,00 | 1,00 | 19,00 | 0,570 |
| laterizi forati | 2 | 0,12 | 1,00 | 1,00 | 11,00 | 2,640 |
| isolante termico | 1 | 0,03 | 1,00 | 1,00 | 0,20 | 0,006 |
| Carico uniformemente distribuito (intonaco, laterizi, isolante) | | | | | $q =$ | 3,216 KN/m ² |



Questa, invece (segue) è la tabella che tiene conto dei carichi variabili a seconda della destinazione d'uso. (N.T.C. 2008, p. 3.1.4)

Nel monumento in cui ho edificato residenziali ho carichi distribuiti pari a 2 KN/m^2 , oppure carichi concentrati verificati q_k sempre pari a $2,00 \text{ KN/m}^2$ (tipo un armadio), oppure carichi orizzontali e usoni H_k di 1 KN/m .

Se io ho una ringhiera e devo fare la verifica di questa perché sporgendo, qualcuno non se ne rida qui, quella ringhiera fa da da considerare a 1 KN/m . Se invece mi trovo in biblioteca (E1) si prevede che le azioni esercitate dai materiali ammucchiati non sono comprese.

Oppure se stiamo progettando centrali ed energetiche, la spinta orizzontale sui parapetti, non è $1,00 \text{ KN/m}$, ma $2,00 \text{ KN/m}$.

I valori nominali riportati in tabella riguardano gli effetti dinamici "ordinari".

I carichi concentrati necessitano di verifiche locali e non vanno sovrapposti alla combinazione con i corrispondenti carichi verticali distribuiti. Cioè:

le azioni orizzontali non vanno messe in combinazione con quelle verticali, cioè le azioni orizzontali concentrate o verticali concentrate si studiano per effetti locali: se io ho un carico concentrato, q_k lo leggo in tabella e se sto facendo un negozio, q_k è 4 KN , ma questo carico lo deve considerare su una superficie di $5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$, questi sono effetti locali.

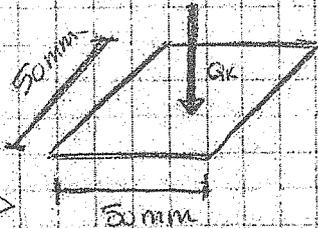
Tabella 3.1.II - Valori dei carichi d'esercizio per le diverse categorie di edifici.

| Cat. | Ambienti | q_k [kN/m ²] | Q_k [kN] | H_k [kN/m] |
|------|--|-----------------------------------|---------------|-----------------|
| A | Ambienti ad uso residenziale. Sono compresi in questa categoria i locali di abitazione e relativi servizi, gli alberghi, (ad esclusione delle aree suscettibili di affollamento) | 2,00 | 2,00 | 1,00 |
| B | Uffici: Cat. B1 Uffici non aperti al pubblico | 2,00 | 2,00 | 1,00 |
| | Cat. B2 Uffici aperti al pubblico | 3,00 | 2,00 | 1,00 |
| C | Ambienti suscettibili di affollamento Cat. C1 Ospedali, ristoranti, caffè, banche, scuole | 3,00 | 2,00 | 1,00 |
| | Cat. C2 Balconi, ballatoi e scale comuni, sala convegni, cinema, teatri, chiese, tribune con posti fissi | 4,00 | 4,00 | 2,00 |
| | Cat. C3 Ambienti privi di ostacoli per il libero movimento delle persone, quali musei, sale per esposizioni, stazioni ferroviarie, sale da ballo, palestra, tribune libere, edifici per eventi pubblici, sale da concerto, palazzoni per lo sport e relative tribune | 5,00 | 5,00 | 3,00 |
| D | Ambienti ad uso commerciale. Cat. D1 Negozi | 4,00 | 4,00 | 2,00 |
| | Cat. D2 Centri commerciali, mercati, grandi magazzini, librerie... | 5,00 | 5,00 | 2,00 |
| E | Biblioteche, archivi, magazzini e ambienti ad uso industriale. Cat. E1 Biblioteche, archivi, magazzini, depositi, laboratori manifatturieri | ≥ 6,00 | 6,00 | 1,00* |
| | Cat. E2 Ambienti ad uso industriale, da valutarsi caso per caso | — | — | — |
| F-G | Rimesse e parcheggi. Cat. F Rimesse e parcheggi per il transito di automezzi di peso a pieno carico fino a 30 kN | 2,50 | 2 x 10,00 | 1,00** |
| | Cat. G Rimesse e parcheggi per transito di automezzi di peso a pieno carico superiore a 30 kN; da valutarsi caso per caso | — | — | — |
| H | Coperture e sottotetti Cat. H1 Coperture e sottotetti accessibili per sola manutenzione | 0,50 | 1,20 | 1,00 |
| | Cat. H2 Coperture praticabili | secondo categoria di appartenenza | | |
| | Cat. H3 Coperture speciali (impianti, altoparlanti, altri) da valutarsi caso per caso | — | — | — |

* non comprende le azioni orizzontali eventualmente esercitate dai materiali immagazzinati.

** per i soli parapetti o partizioni nelle zone pedonali. Le azioni sulla barriera esercitate dagli automezzi dovranno essere valutate caso per caso.

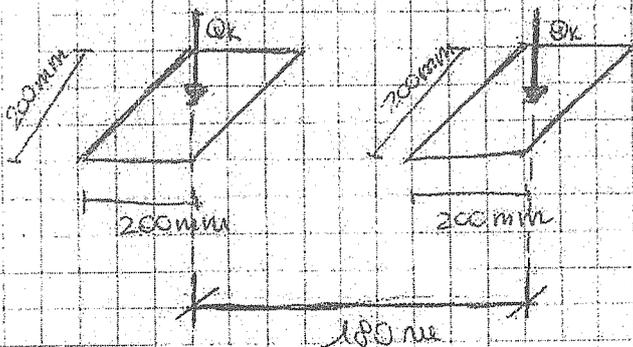
La normativa si preoccupa di dire: "Stai attento ai fenomeni locali (per esempio) di punzonamento". Il punzonamento è una rottura per taglio, per cui si sfonda (per esempio la penna che sfonda un foglio).



Per esempio la ruota di una autovettura sono un carico concentrato.

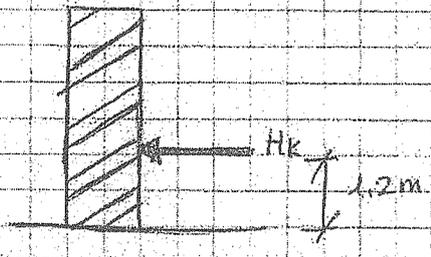
Sull'autovettura considera un carico di 2,00 kN/m². Poi, ~~si~~ ~~va~~ ~~da~~ ~~fare~~ ~~lo~~ ~~studio~~ ~~locale~~ ~~per~~ ~~verificare~~ ~~se~~ ~~questi~~ ~~5~~ ~~cm~~ ~~sono~~ ~~sufficienti~~ ~~a~~ ~~portare~~ ~~il~~ ~~carico~~, perché sotto la ruota potrebbe esserci pignone, ma anche aria o pasticcio.

La normativa mi dice che per l'autovettura è sufficiente un'area di impronta 20 cm x 20 cm a distanza di 1,50 m.

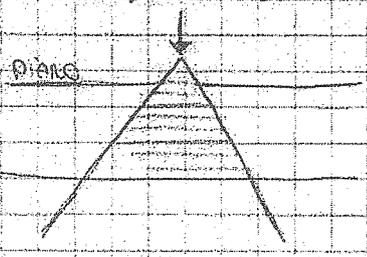


Quindi in, massimamente, i carichi variabili orizzontali H_k devono essere utilizzati per verifiche locali, e non si sommano ai carichi utilizzati nelle verifiche dell'edificio nel suo insieme.

Per parapetti, muri, rampollinare, frangizoo, convenzionalmente si assumono a 1,20 m di altezza



Se ho un carico concentrato, il carico esercitato nel p.to dove è applicato una pressione elevatissima una pressione pari al carico diviso l'area $\sigma = \frac{p}{A}$ se l'area è 0, p



diviso quest'area è infinito e quindi vuol dire che avendo una σ elevatissima, ~~equivalente~~ vi sarà rottura

Quindi sicuramente, dove ho carichi locali, molto forti, la struttura si plastifica, o si plastifica l'elemento. Io che mi trasferisce il carico, cioè la superficie di contatto non è più piana ma una delle due deve cedere: o la superficie si deve allargare o si allarga l'elemento (?), anche se avessi un carico perfettamente concentrato; però ad un certo punto quel carico, anche quando che cada giù si distribuisce su delle superficie che diventano più grandi. Se queste forze sono elevatissime è evidente che l'elemento si rompe, viene giù. Si sgancia (penso le piombo). Per ottenere questo effetto però a volte un carico importante! La ruota di un'automobile può essere importante. Ma l'importanza di un carico però deve vi a stabilire.

AZIONE DEL VENTO

UNTD 3.3 D.M. 14/01/2008

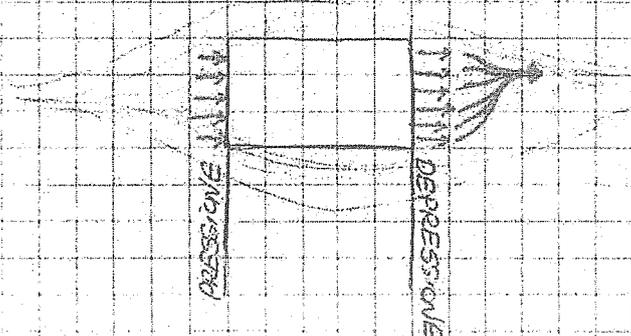
In generale il vento agisce in direzione orizzontale, non agisce in maniera statica, cioè come un carico che arriva piano piano sull'edificio e comincia a premere, no. Il vento agisce in maniera dinamica e pulsante.

Per costruzioni ordinarie, in situazioni ordinarie le azioni del vento si riducono ad azioni statiche, cioè come un carico che ha agito gradualmente, piano piano, (cioè esattamente il contrario dell'impulso, che è una forza che agisce istantaneamente).

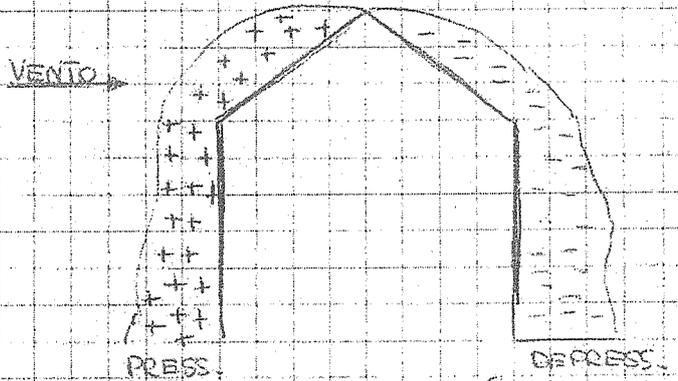
Per costruzioni "inusuali", molto alte snelle, leggere è necessario effettuare studi specifici sperimentali, la normativa è scarica di responsabilità al progettista. A tal proposito, vedere su internet, tra una pausa e l'altra di altro lavoro su FACEBOOK (ahahahah, dove scrivere per forza) le parole TACOMA, che soggetto agli impulsi del vento ha cominciato ad oscillare (corale su youtube ~~CERULLO DEL PONTE TACOMA~~, è assurdo!!) fino al collasso. È un classico esempio di un elemento che lo in pulsazione è un effetto di risonanza; anche noi ipotizziamo il vento come se fosse una pressione costante, e abbiamo già detto, che questo può andare bene per edifici normali, non vale per edifici più particolari. Le oscillazioni generate dal vento, si chiamano oscillazioni aerodinamiche,

noi, invece, considereremo le pressioni e le depressioni, come se fossero azioni statiche:

Immaginate che quello rettangolo sia un elemento investito improvvisamente da una corrente d'acqua, si genera un moto turbolento, finché piano piano si stabilizza. La stessa cosa accade per un fluido, un gas. Succede che la prima parete è soggetta a pressione l'altra parete in depressione.



La stessa cosa succede col vento:



Effettuare lo studio del vento mediante i "CARICHI STATICI EQUIVALENTI" non permette di considerare gli effetti dovuti alle esaltazioni aerodinamiche e/o sovrappressioni e depressioni dinamiche.

In ogni modo teniamo conto dell'azione dinamica del vento perché pressione e depressione sommano proficuamente i carichi che agiscono sulla struttura.