COSTRUZIONI - 4ª B

A.S. 2014/2015

LE STRUTTURE IPERSTATICHE

- LA DEFORMABILITÀ DEI CORPI
- LE DEFORMAZIONI PER FLESSIONE
- TEOREMI DI MOHR
- STRUTTURE IPERSTATICHE AD UNA CAMPATA
- LE TRAVI CONTINUE
- EQUAZIONE DEI 3 MOMENTI DI CLAPEYRON

1) GLI ORGANISMI STRUTTURALI IN UNA COSTRUZIONE

Ogni costruzione si compone di elementi tra loro assemblati

elementi < di finitura / strutturali

2) LA PROGETTAZIONE DEGLI ELEMENTI STRUTTURALI

a) Individuazione dello schema statico
b) Analisi dei carichi
c) Risoluzione dello schema statico con i carichi (reazioni vincolari)
d) Determinazione delle caratteristiche di sollecitazione
e) Analisi tensionale con progetto e verifiche degli elementi strutturali

3) UNITA' DI MISURA

FORZE ⟶ N (Newton) $\quad 1\,Kg = 9{,}81\,N$

$1\,Kg = 1\,daN$

TENSIONI ⟶ $1\,Pa = \frac{1\,N}{m^2}$ (Pascal)

$$1\,\frac{Kg}{cm^2} = 10\,\frac{N}{cm^2} = 0{,}10\,\frac{N}{mm^2} = 0{,}10\,MPa$$

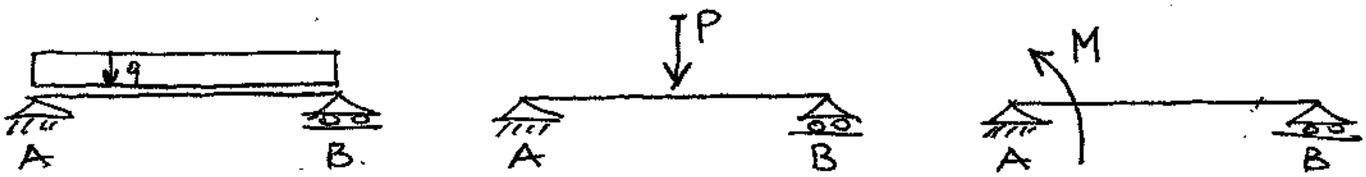
$$1\,MPa = \frac{10^6\,N}{m^2} = 1\,\frac{N}{mm^2} = 10\,\frac{Kg}{cm^2}$$

4) LE STRUTTURE ISOSTATICHE

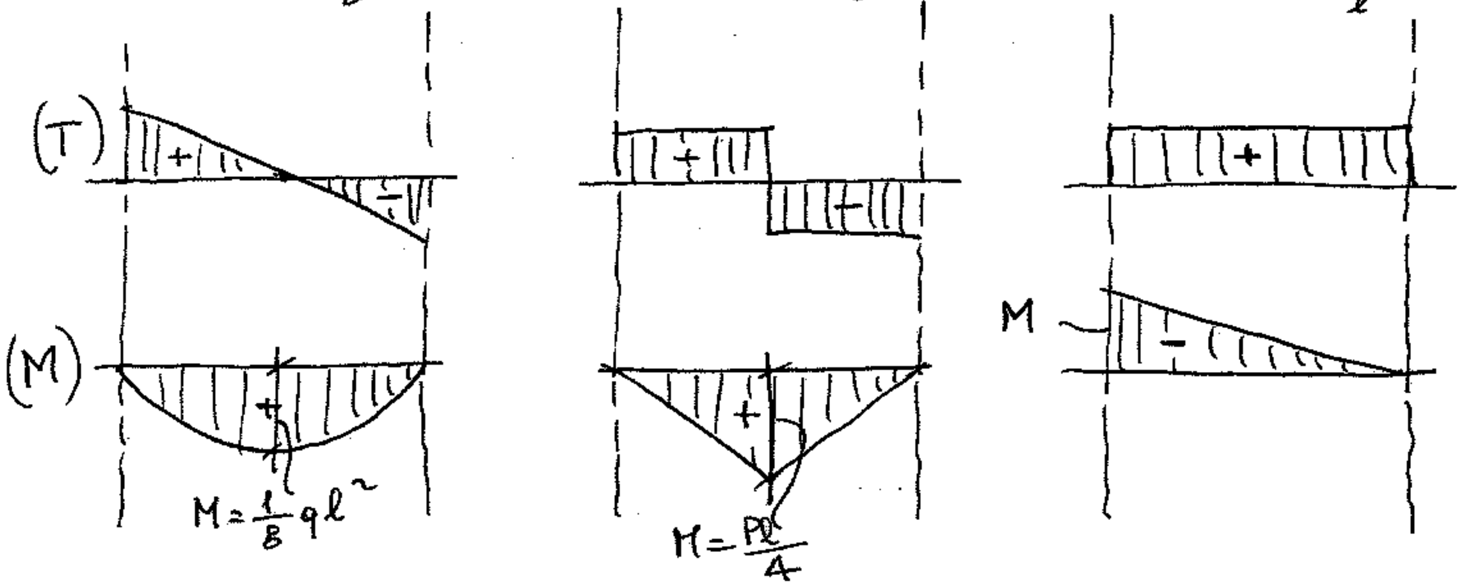
Le equazioni fondamentali della statica dei sistemi rigidi

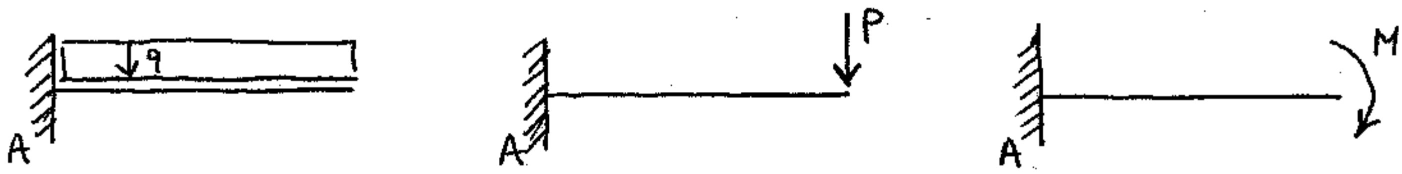
$$\begin{cases} \Sigma F_o = 0 \\ \Sigma F_V = 0 \\ \Sigma M = 0 \end{cases}$$

4) RIEPILOGO STRUTTURE ISOSTATICHE



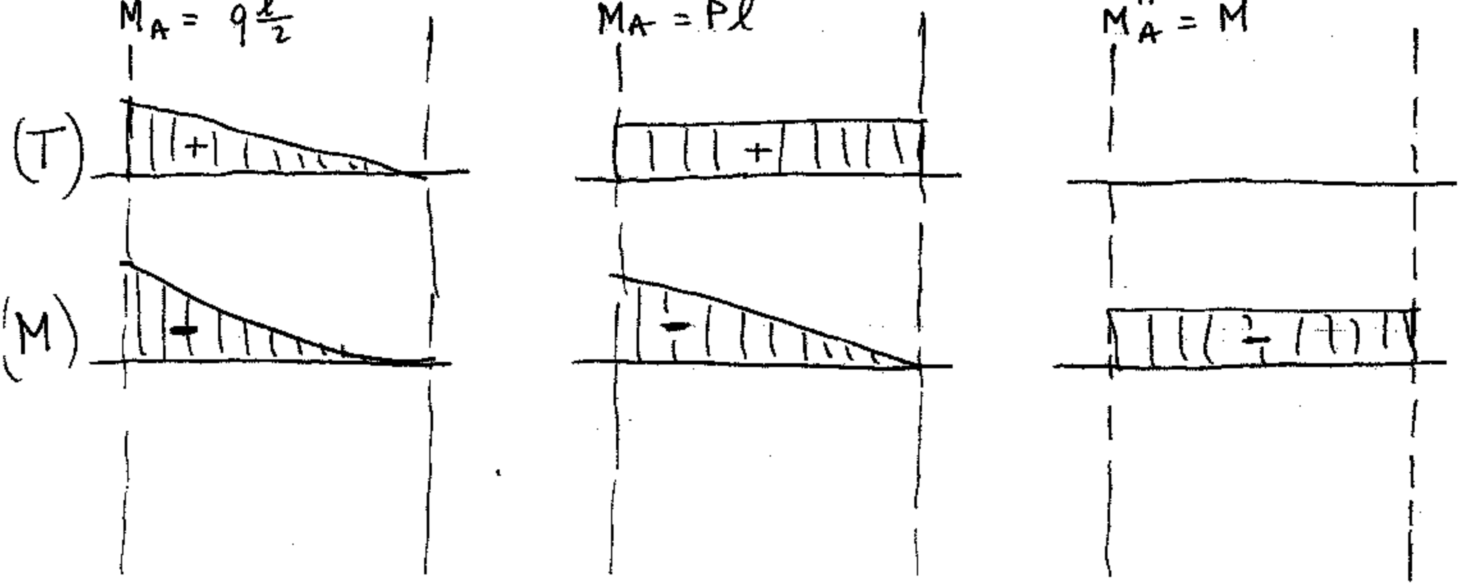
$R_A = R_B = \frac{q\ell}{2}$ $\qquad$ $R_A = R_B = \frac{P}{2}$ $\qquad$ $R_A = -R_B = \frac{M}{\ell}$



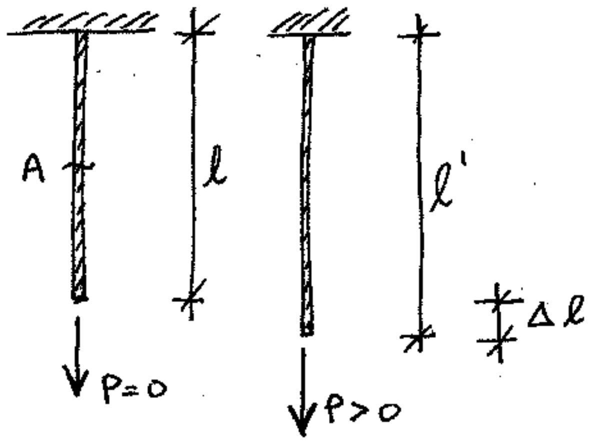


$R_A = q\ell$ $\qquad$ $R_A = P$ $\qquad$ $R_A = 0$

$M_A = q\frac{\ell^2}{2}$ $\qquad$ $M_A = P\ell$ $\qquad$ $M_A = M$



5) LA DEFORMABILITÀ DEI CORPI



$$\Delta\ell = \ell' - \ell$$

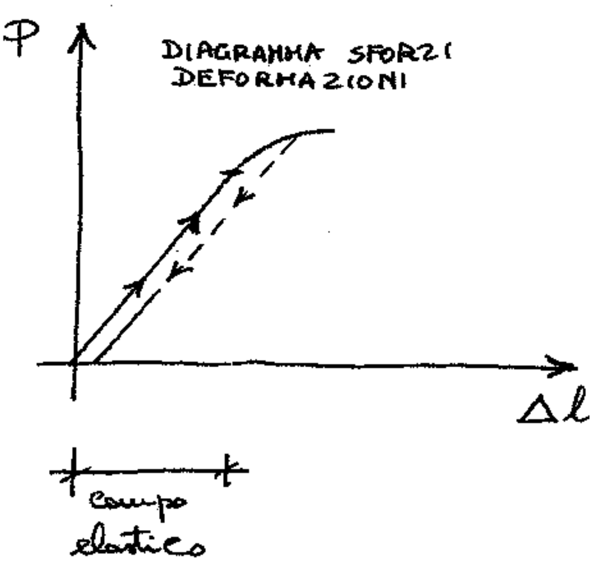
$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell} \quad \text{(coeff. di dilatazione (dilatazione unitaria))}$$

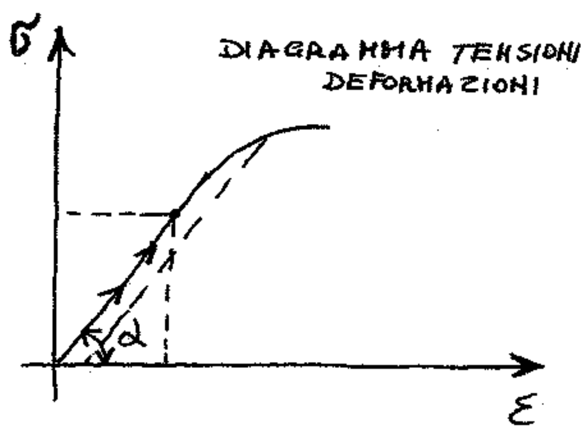
$$\sigma = \frac{P}{A} \quad \text{(tensione unitaria)}$$

$$\boxed{\Delta\ell = \frac{P\ell}{EA}} \implies E\,\frac{\Delta\ell}{\ell} = \frac{P}{A} \implies \boxed{E\,\varepsilon = \sigma}$$

LEGGE DI HOOKE

E = modulo di elasticità (modulo di Young)



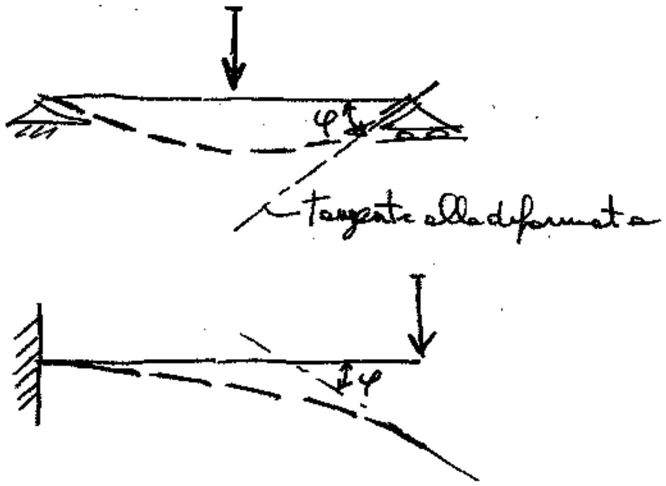


$$tg\,\alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E$$

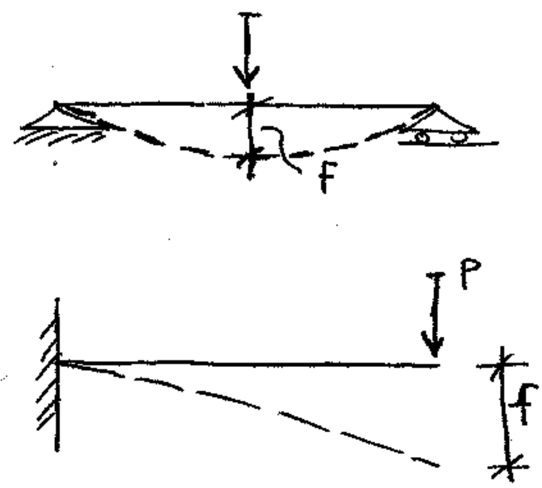
E =	2100000	daN/cm²	≡	210.000	N/mm²	acciaio
E =	300000.	"	≡	30000	"	calcestruzzo
E =	80000	"	≡	8000	"	legno
E =	70000		≡	7000	"	muratura mattoni pieni

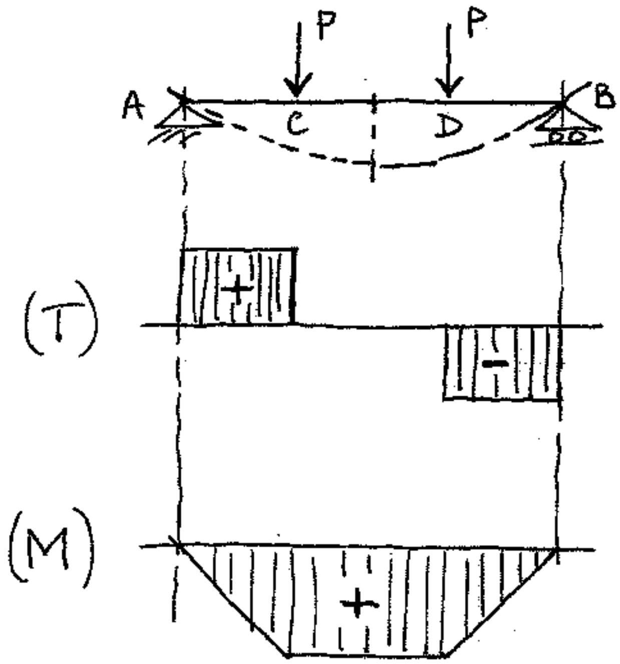
6) La deformazione per flessione :

Rotazione

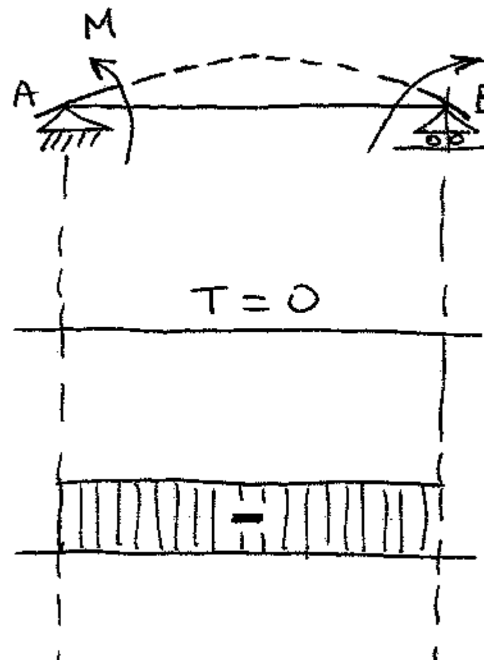


Abbassamento



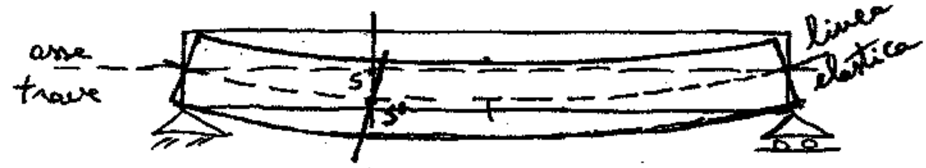


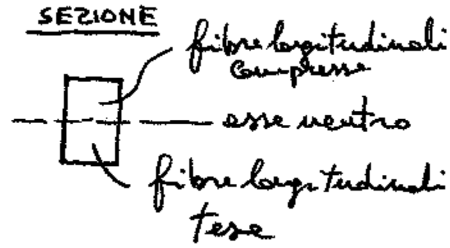
Nel tratto CD c'è flessione pura



Nel tratto AB c'è flessione pura

La deformazione per flessione semplice





Linea elastica = asse geometrico del solido deformato

La generica sezione subirà un abbassamento e una rotazione -

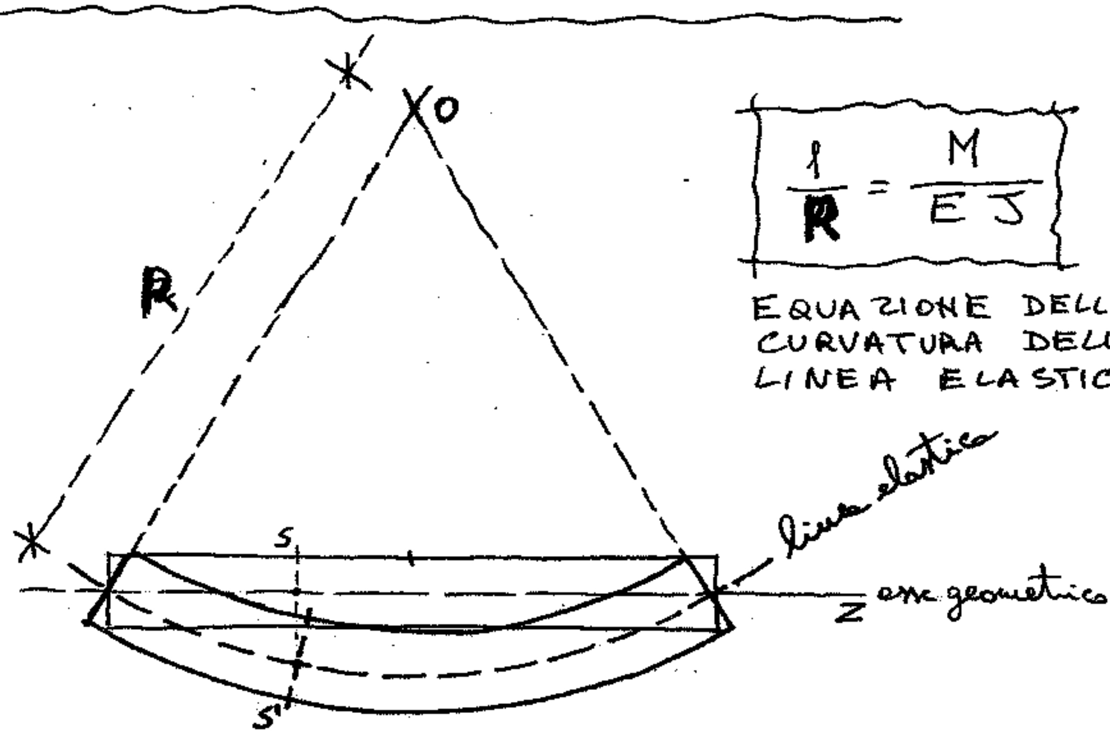
Abbassamento o freccia elastica = distanza fra un punto S sull'asse geometrico indeformato e la corrispondente posizione S' sulla linea elastica

Rotazione = angolo che la tangente alla linea elastica in un punto forma con l'asse geometrico indeformato

essendo la suddetta tangente perpendicolare al piano della sezione retta sulla trave deformata, tale angolo corrisponde a quello formato da una generica sezione passando dalla posizione originaria S a quella S' sulla trave deformata

N.B. In tutta la trattazione si ipotizza la conservazione delle sezioni piane

7) La linea elastica e la sua curvatura

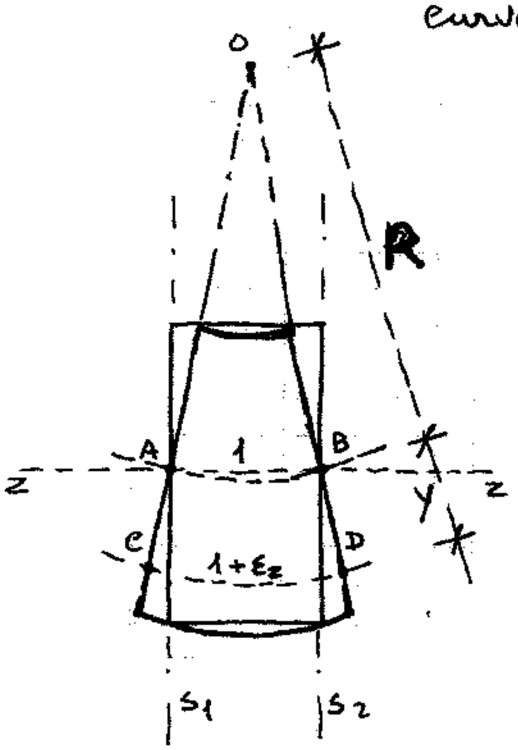


$$\boxed{\frac{1}{R} = \frac{M}{EJ}}$$

EQUAZIONE DELLA CURVATURA DELLA LINEA ELASTICA

L'asse geometrico del solido deformato presenta una curvatura con raggio "R" molto grande

$$\text{curvatura} = \frac{1}{R}$$



Consideriamo due sezioni S_1 e S_2 a distanza unitaria. La fibra a distanza y dall'asse neutro subisce un allungamento da 1 a $1+\varepsilon_z$

Dato il valore molto grande di "r" gli archi $\widehat{AB}$ e $\widehat{CD}$ possono essere assimilati a tratti rettilinei, per cui dalla similitudine dei due triangoli OAB e OCD risulta:

$$\frac{1+\varepsilon_z}{1} = \frac{r+y}{r} \implies \varepsilon_z = \frac{y}{R}$$

Dalla legge di Hooke $\quad \sigma_z = E\,\varepsilon_z$

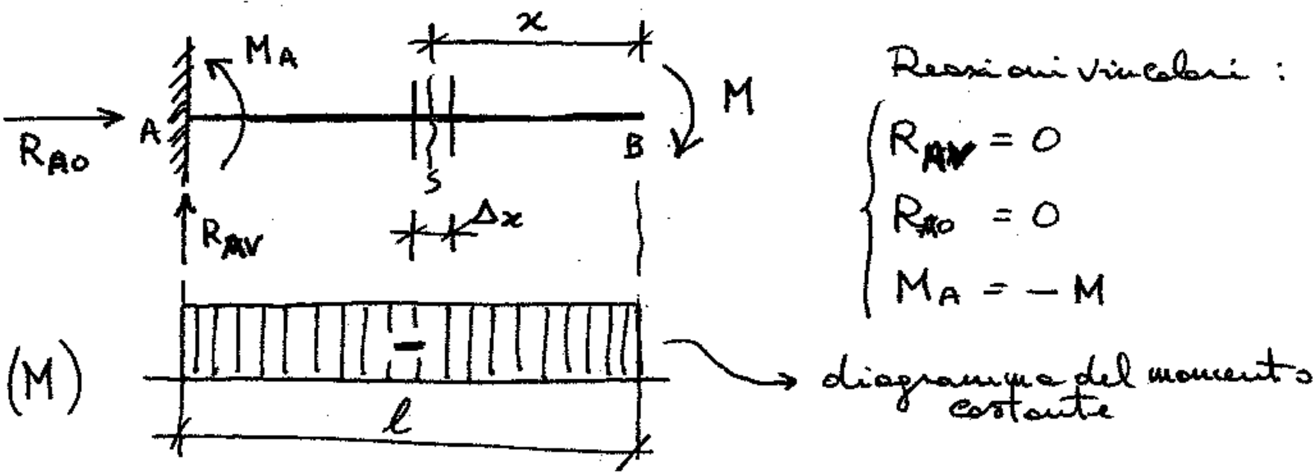
$$\sigma_z = E\,\frac{y}{R}$$

Dalla formula di Navier (flessione) $\quad \sigma_z = \frac{My}{J}$

$$E\,\frac{y}{r} = \frac{My}{J} \implies \boxed{\frac{1}{R} = \frac{M}{EJ}}$$

8) La deformazione per flessione nella trave a mensola

Si considera una trave a mensola soggetta ad un momento M applicato all'estremità

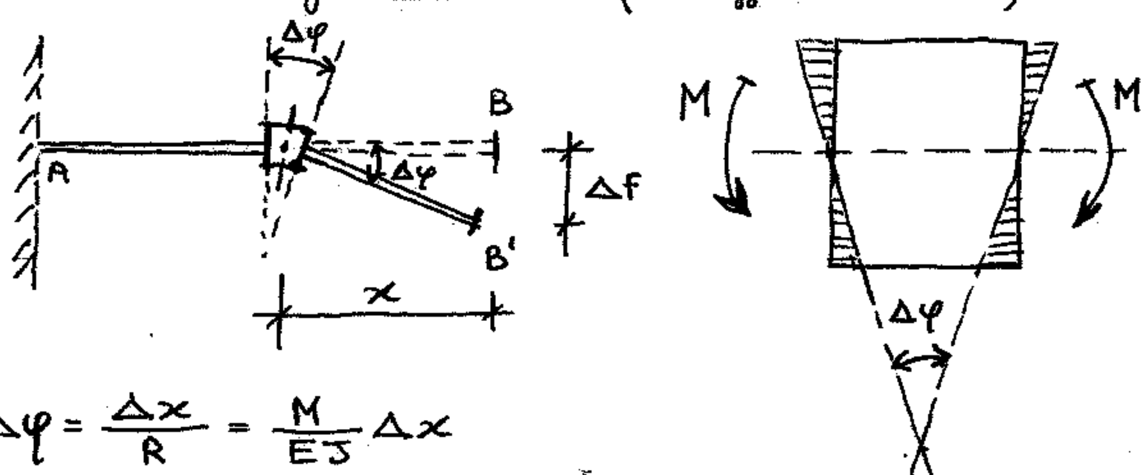


Reazioni vincolari:

$$\begin{cases} R_{AV} = 0 \\ R_{AO} = 0 \\ M_A = -M \end{cases}$$

Consideriamo ora un tratto di trave di lunghezza elementare Δx a cavallo della sezione S posta a distanza x dall'estremo B

Supponiamo rigidi i due tratti di trave a sinistra e a destra del tronco considerato deformabile (R = raggio di curvatura)



$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{R} = \frac{M}{EJ}\Delta x$$

$$\Delta f = x \operatorname{sen}\Delta\varphi \cong x\,\Delta\varphi$$ (essendo $\Delta\varphi$ molto piccolo si può assumere $\operatorname{sen}\Delta\varphi = \Delta\varphi$)

$$f = \Sigma\,\Delta f = \Sigma\, x\,\Delta\varphi = \Sigma\, x \frac{M\Delta x}{EJ}$$

L'abbassamento f è il momento statico di un sistema di masse del tipo $\frac{M\Delta x}{EJ}$ rispetto ad una retta passante per il punto B e perpendicolare all'asse trave.

La risultante delle suddette masse (tra loro uguali) vale : $\frac{M\ell}{EJ}$ ed è posta a distanza $\frac{\ell}{2}$ per cui :

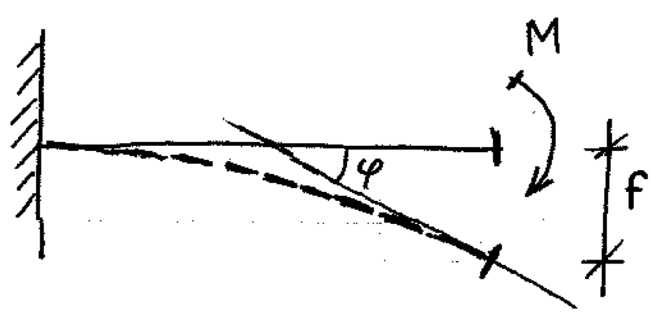
$$\boxed{f = \frac{M\ell}{EJ}\frac{\ell}{2} = \frac{M\ell^2}{2EJ}}$$

Analogamente :

$$\varphi = \Sigma\Delta\varphi = \Sigma \frac{M\Delta x}{EJ}$$

La rotazione φ è la risultante di un sistema di masse del tipo $\frac{M\Delta x}{EJ}$

$$\boxed{\varphi = \frac{M\ell}{EJ}}$$



9) Le deformazioni per flessione nelle travi isostatiche (Teoremi di MOHR)

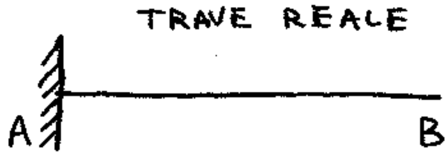
1° Teorema

Le rotazioni (in radianti) di una trave inflessa coincidono con la sollecitazione di taglio di una trave ausiliaria caricata con un carico $q^* = \frac{M}{EJ}$

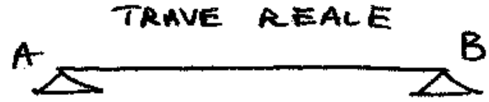
2° Teorema

Gli abbassamenti di una Trave inflessa coincidono con la sollecitazione di momento di una trave ausiliaria caricata con un carico $q^* = \frac{M}{EJ}$

TRAVE REALE

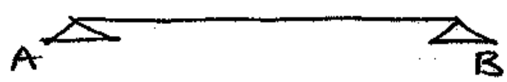


TRAVE REALE



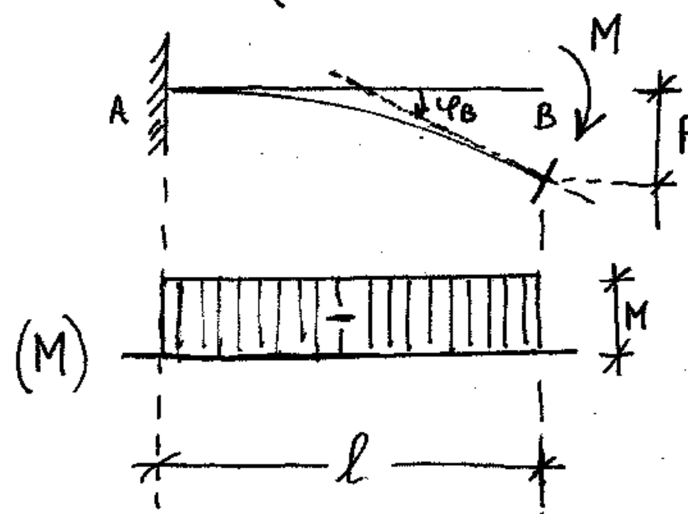
TRAVE AUSILIARIA

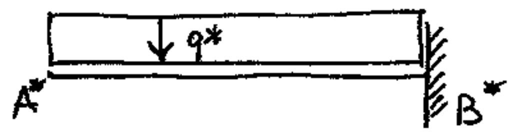
TRAVE AUSILIARIA



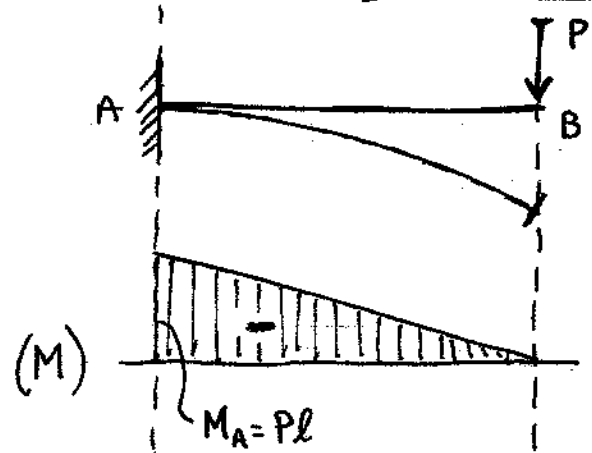
10) Applicazione dei teoremi di MOHR $\left(q^* = \frac{M}{EJ}\right)$

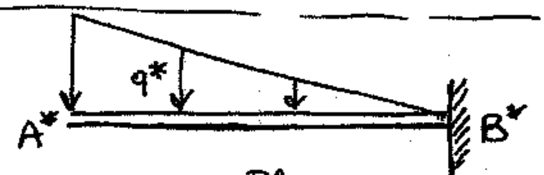
(TRAVE INCASTRATA A MENSOLA)





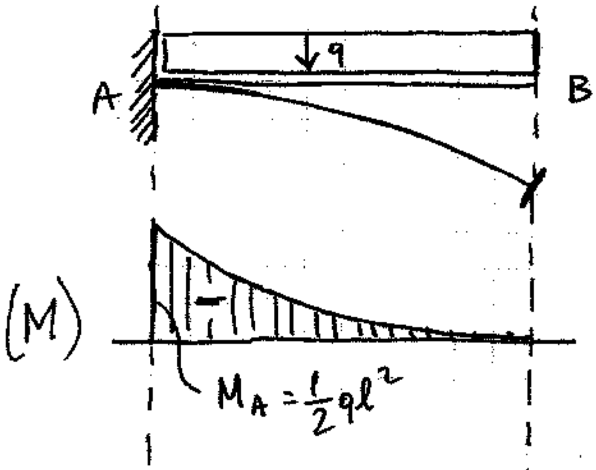
$$\begin{cases} f_B = M_B^* = \dfrac{M\ell^2}{2EJ} \\ \varphi_B = T_B^* = \dfrac{M\ell}{EJ} \end{cases}$$

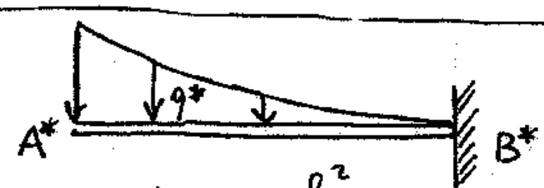




$$q^*_{max} = \frac{P\ell}{EJ}$$

$$\begin{cases} f_B = M_B^* = \dfrac{P\ell^3}{3EJ} \\ \varphi_B = T_B^* = \dfrac{P\ell^2}{2EJ} \end{cases}$$



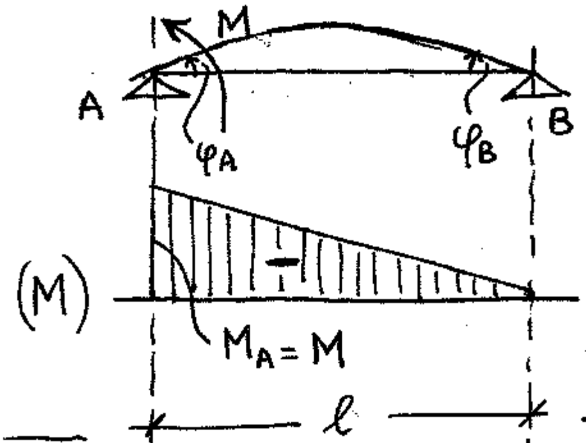


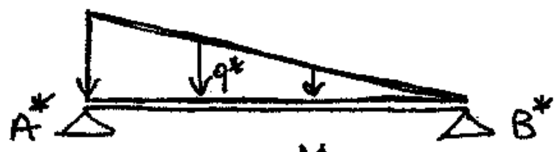
$$q^*_{max} = \frac{q\ell^2}{2EJ}$$

$$\begin{cases} f_B = M_B^* = \dfrac{q\ell^4}{8EJ} \\ \varphi_B = T_B^* = \dfrac{q\ell^3}{6EJ} \end{cases}$$

11) Applicazioni dei teoremi di MOHR $\left(q^* = \frac{M}{EJ}\right)$

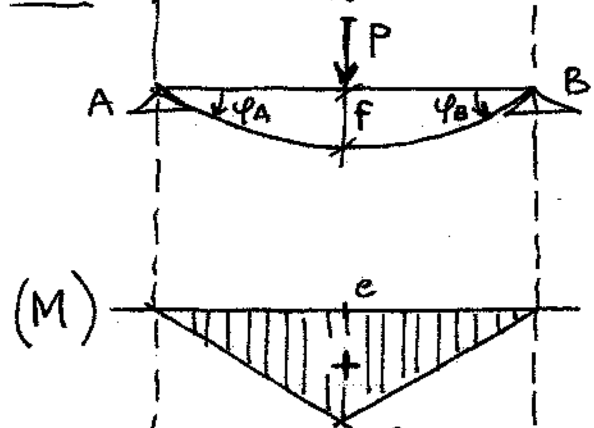
(TRAVE APPOGGIATA)



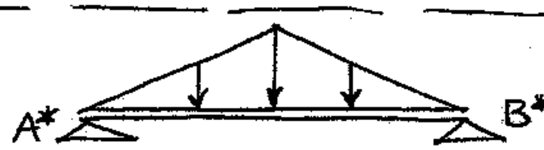


$$q^*_{max} = \frac{M}{EJ}$$

$$\begin{cases} \varphi_A = T^*_A = \dfrac{M\ell}{3EJ} \\ \varphi_B = T^*_B = \dfrac{M\ell}{6EJ} \end{cases}$$

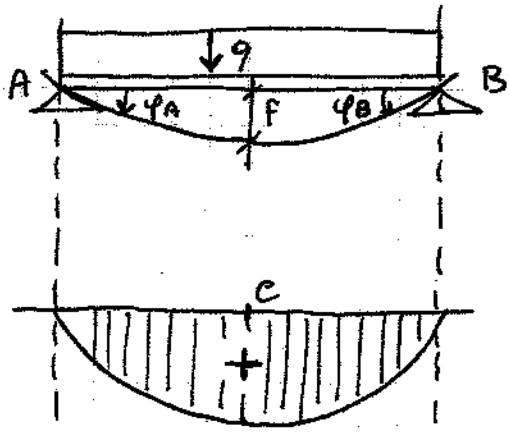


$$M_{max} = \frac{P\ell}{4}$$

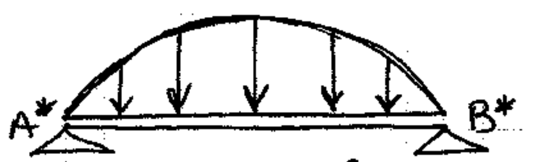


$$q^*_{max} = \frac{P\ell}{4EJ}$$

$$\begin{cases} \varphi_A = T^*_A = \dfrac{P\ell^2}{16EJ} \\ \varphi_B = T^*_B = \dfrac{P\ell^2}{16EJ} \\ f_c = M^*_c = \dfrac{P\ell^3}{48EJ} \end{cases}$$



$$M_{max} = \frac{1}{8} q\ell^2$$

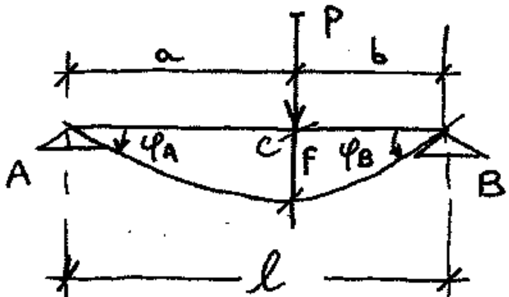


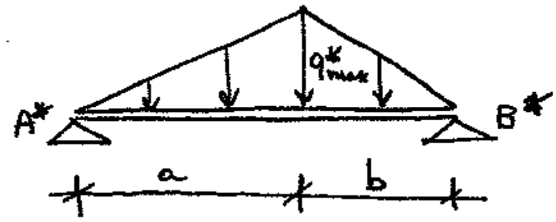
$$q^*_{max} = \frac{q\ell^2}{8EJ}$$

$$\varphi_A = T^*_A = \frac{q\ell^3}{24EJ}$$

$$\varphi_B = T^*_B = \frac{q\ell^3}{24EJ}$$

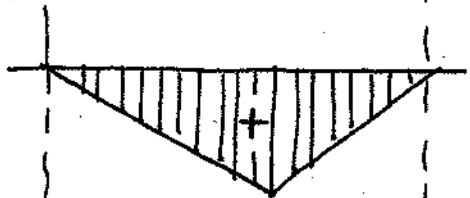
$$f_c = M^*_c = \frac{5}{384}\,\frac{q\ell^4}{EJ}$$





$$q^*_{max} = \frac{P a b}{\ell EJ}$$

(M)



$$M_{max} = \frac{Pb}{\ell} a$$

se $a = b = \frac{\ell}{2}$ $M_{max} = \frac{P\ell}{4}$

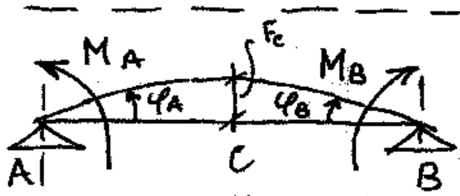
$$f_c = \frac{P a^2 b^2}{3EJ\ell}$$

$$\begin{cases} \varphi_A = T_A^* = \dfrac{Pb}{6\ell EJ}\left(\ell^2 - b^2\right) \\ \varphi_B = T_B^* = \dfrac{P a}{6\ell EJ}\left(\ell^2 - a^2\right) \end{cases}$$

Per $a = b = \frac{\ell}{2}$

$$\varphi_A = \frac{P\ell^2}{16EJ}$$

$$\varphi_B = \frac{P\ell^2}{16EJ}$$



$$\varphi_A = \frac{M_A \ell}{3EJ} + \frac{M_B \ell}{6EJ}$$

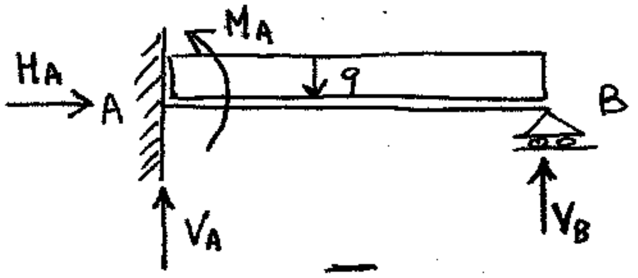
$$\varphi_B = \frac{M_A \ell}{6EJ} + \frac{M_B \ell}{3EJ}$$

N.B. per $M_A = M_B$

$$f_c = \frac{M\ell^2}{8EJ} \quad \text{(in mezzeria)}$$

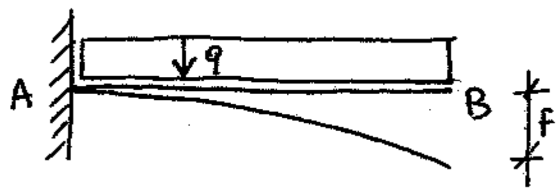
12) Le strutture iperstatiche ad una campata

Trave incastrata con appoggio: (carico distribuito)



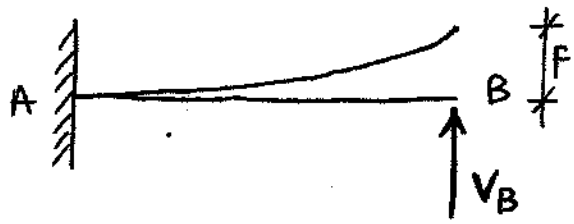
4 incognite

=



$$f_B(q) = \frac{q\ell^4}{8EJ}$$

+



$$f_B(V_B) = -\frac{V_B \ell^3}{3EJ}$$

Imponendo che la somma delle frecce dovute ai due diversi tipi di carico risulta nulla (il punto B non può spostarsi in verticale)

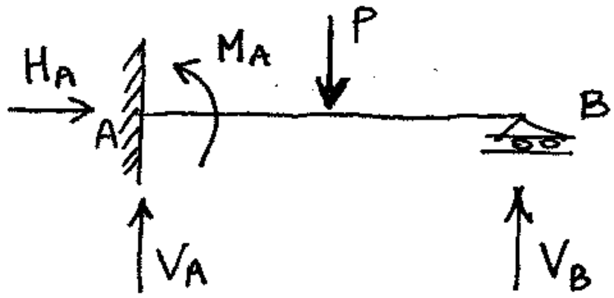
$$f_B(q) + F_B(V_B) = 0$$

risulta:

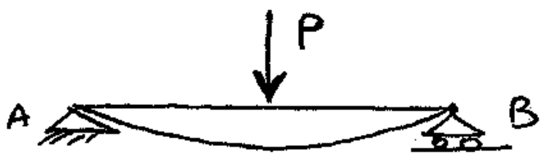
$$\frac{q\ell^4}{8EJ} - \frac{V_B \ell^3}{3EJ} = 0 \implies \boxed{V_B = \frac{3}{8} q\ell}$$

In particolare: $M_A = \frac{1}{8} q\ell^2$

Trave incastrata con appoggio : (carico concentrato in mezzeria)

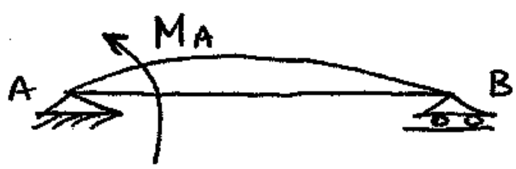


=



$$\varphi_A(P) = \frac{Pl^2}{16EJ}$$

+



$$\varphi_A(M_A) = -\frac{M_A l}{3EJ}$$

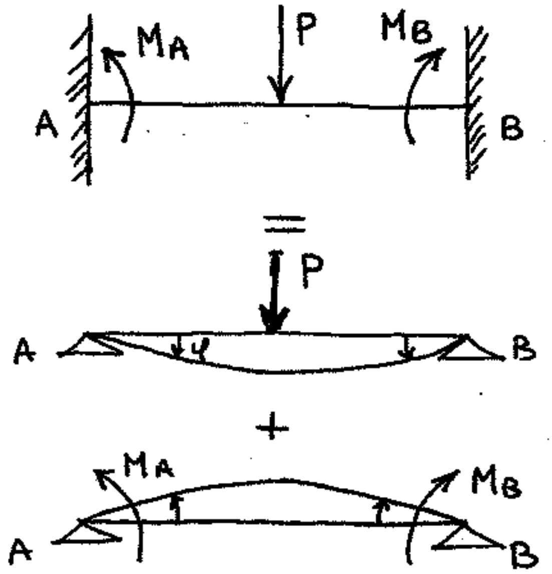
Imponendo che la somma delle rotazioni in "A" dovute ai due diversi tipi di carico risulta nulla

$$\varphi_A(P) + \varphi_A(M) = 0$$

risulta :

$$\frac{Pl^2}{16EJ} - \frac{M_A l}{3EJ} = 0 \implies \boxed{M_A = \frac{3}{16}Pl}$$

Trave doppiamente incastrata : (carico concentrato in mezzeria)



$$\begin{cases} \varphi_A(P) + \varphi_A(M_A + M_B) = 0 \\ \varphi_B(P) + \varphi_B(M_A + M_B) = 0 \end{cases}$$

$$\varphi_A(P) = \frac{Pl^2}{16EJ}$$

$$\varphi_B(P) = \frac{Pl^2}{16EJ}$$

$$\varphi_A(M) = \frac{M_A l}{3EJ} + \frac{M_B l}{6EJ}$$

$$\varphi_B(M) = \frac{M_A l}{6EJ} + \frac{M_B l}{3EJ}$$

A meno del termine EJ (sezione costante e stesso materiale)

$$\begin{cases} \dfrac{Pl^2}{16} - \dfrac{2M_A l}{6} - \dfrac{M_B l}{6} = 0 \\ \dfrac{Pl^2}{16} - \dfrac{M_A l}{6} - \dfrac{2M_B l}{6} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{Pl^2}{16} = \dfrac{l}{6}(2M_A + M_B) \\ \dfrac{Pl^2}{16} = \dfrac{l}{6}(M_A + 2M_B) \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{3}{8}Pl = 2M_A + M_B \\ \dfrac{3}{8}Pl = M_A + 2M_B \end{cases}$$

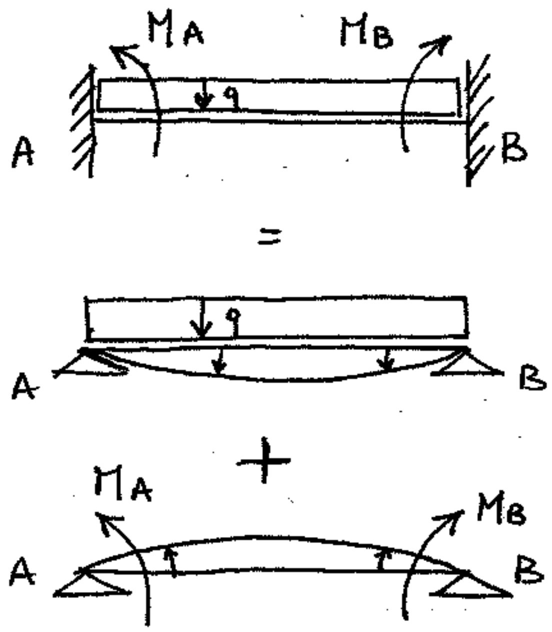
Moltiplicando la seconda equazione per due e sottraendola alla prima risulta : $-\frac{3}{8}Pl = 2M_A + M_B - 2M_A - 4M_B \implies \boxed{M_B = \frac{Pl}{8}}$

Analogamente $\implies \boxed{M_A = \frac{Pl}{8}}$

In particolare $M_{max}\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{Pl}{8}$

Si fa notare che $M_A = M_B$ anche per ragioni di simmetria

Trave doppiamente incastrata : (carico distribuito)



$$\varphi_A(q) + \varphi_A(M) = 0$$
$$\varphi_B(q) + \varphi_B(M) = 0$$

$$\varphi_A(q) = \frac{q\ell^3}{24EJ}$$
$$\varphi_B(q) = \frac{q\ell^3}{24EJ}$$

$$\varphi_A(M) = \frac{M_A\ell}{3EJ} + \frac{M_B\ell}{6EJ}$$
$$\varphi_B(M) = \frac{M_A\ell}{6EJ} + \frac{M_B\ell}{3EJ}$$

A meno del termine EJ :

$$\begin{cases} \dfrac{q\ell^3}{24} - \dfrac{2M_A\ell}{6} - \dfrac{M_B\ell}{6} = 0 \\ \dfrac{q\ell^3}{24} - \dfrac{M_A\ell}{6} - \dfrac{2M_B\ell}{6} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{q\ell^3}{24} = \dfrac{\ell}{6}\left(2M_A + M_B\right) \\ \dfrac{q\ell^3}{24} = \dfrac{\ell}{6}\left(M_A + 2M_B\right) \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{1}{4}q\ell^2 = 2M_A + M_B \\ \dfrac{1}{4}q\ell^2 = M_A + 2M_B \end{cases}$$

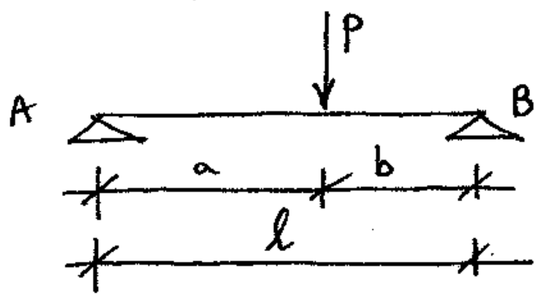
Moltiplicando la seconda equazione per <u>due</u> e sottraendola alla prima risulta : $-\frac{1}{4}q\ell^2 = 2M_A + M_B - 2M_A - 4M_B \Longrightarrow \boxed{M_B = \frac{q\ell^2}{12}}$

$$\boxed{M_A = \frac{q\ell^2}{12}}$$

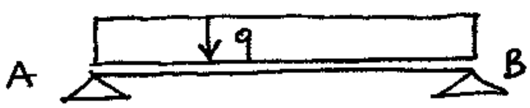
In particolare $M_{max}\left(\frac{\ell}{2}\right) = \frac{q\ell^2}{24}$

Per simmetria $M_A = M_B$ _

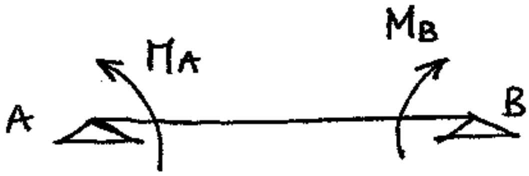
Prima di affrontare lo studio delle travi continue si riportano di seguito le formule che esprimono le rotazioni nelle travi appoggiate agli estremi nelle condizioni di carico nel seguito riportate:



$$\begin{cases} \varphi_A = \dfrac{1}{EJ} \left[\dfrac{Pb}{6l} \left(l^2 - b^2 \right) \right] = \dfrac{A^*}{EJ} \\ \varphi_B = \dfrac{1}{EJ} \left[\dfrac{Pa}{6l} \left(l^2 - a^2 \right) \right] = \dfrac{B^*}{EJ} \end{cases}$$



$$\begin{cases} \varphi_A = \dfrac{1}{EJ} \left(\dfrac{ql^3}{24} \right) = \dfrac{A^*}{EJ} \\ \varphi_B = \dfrac{1}{EJ} \left(\dfrac{ql^3}{24} \right) = \dfrac{B^*}{EJ} \end{cases}$$

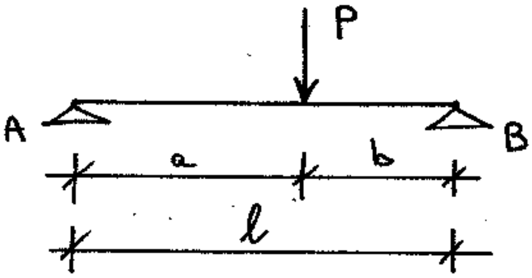


$$\begin{cases} \varphi_A = \dfrac{1}{EJ} \left(\dfrac{M_A l}{3} + \dfrac{M_B l}{6} \right) = \dfrac{A^*}{EJ} \\ \varphi_B = \dfrac{1}{EJ} \left(\dfrac{M_A l}{6} + \dfrac{M_B l}{3} \right) = \dfrac{B^*}{EJ} \end{cases}$$

Ricordiamo che le rotazioni nella <u>trave reale</u> corrispondono alla sollecitazione di <u>Taglio</u> nella <u>trave ausiliaria</u> _

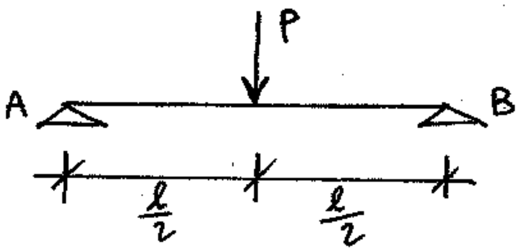
Indichiamo con A^* e B^* le reazioni fittizie della trave ausiliaria a meno del termine $\dfrac{1}{EJ}$

REAZIONI FITTIZIE (Trave ausiliaria)



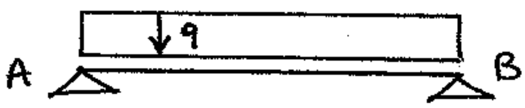
$$A^* = \frac{Pb}{6l}\left(l^2 - b^2\right) \quad (D_2^*)$$

$$B^* = \frac{Pa}{6l}\left(l^2 - a^2\right) \quad (D_1^*)$$



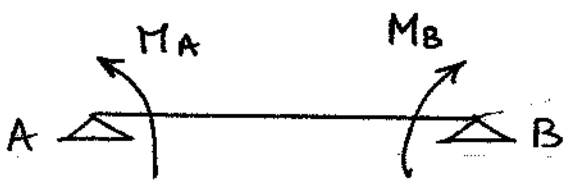
$$A^* = \frac{Pl^2}{16} \quad (D_2^*)$$

$$B^* = \frac{Pl^2}{16} \quad (D_1^*)$$



$$A^* = \frac{ql^3}{24} \quad (D_2^*)$$

$$B^* = \frac{ql^3}{24} \quad (D_1^*)$$



$$\varphi_A = \frac{l}{6EJ}\left(2M_A + M_B\right)$$

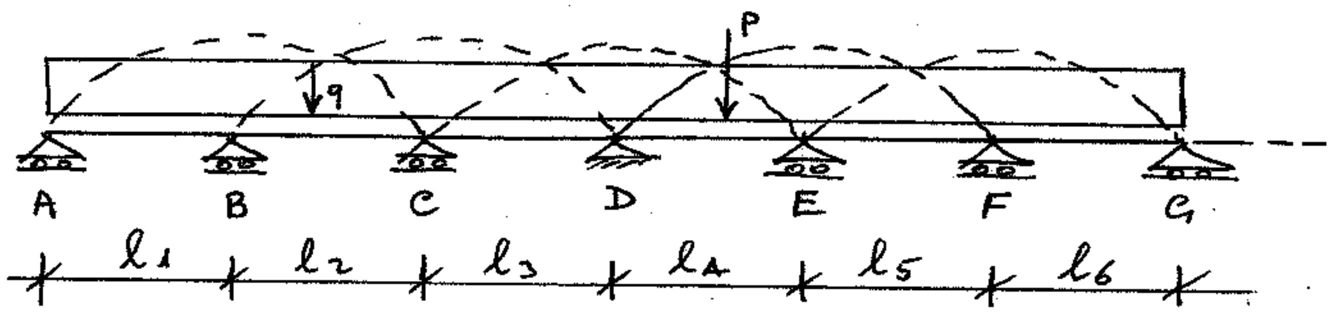
$$\varphi_B = \frac{l}{6EJ}\left(M_A + 2M_B\right)$$

13) Le travi continue (L'equazione dei tre momenti di CLAPEYRON)

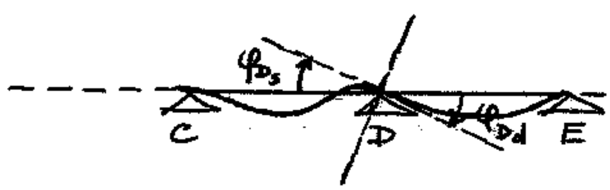
n = numero di appoggi

i = grado di iperstaticità

$$\boxed{i = n - 2}$$



Assegnata una trave continua su n appoggi esaminiamo due campate adiacenti separate dal resto della trave e isolate fra loro:

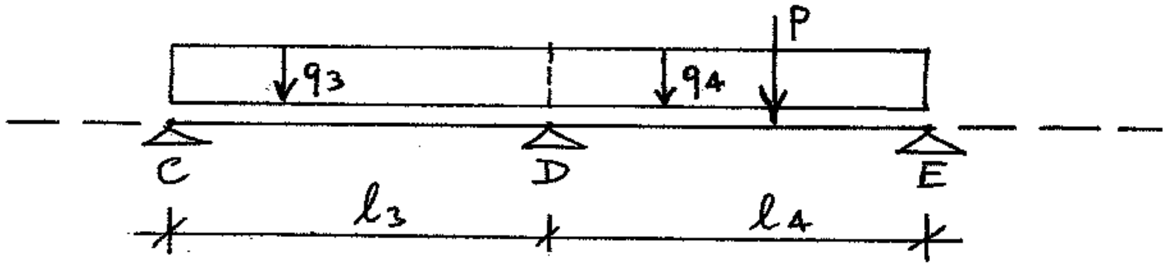


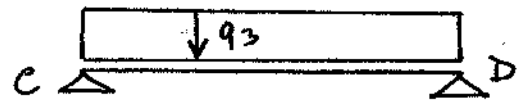
$$\boxed{\varphi_{D_s} = -\varphi_{D_d}}$$

Affinché ogni campata possa essere considerata isolata dal contesto è necessario aggiungere alle estremità i momenti incogniti negli appoggi.

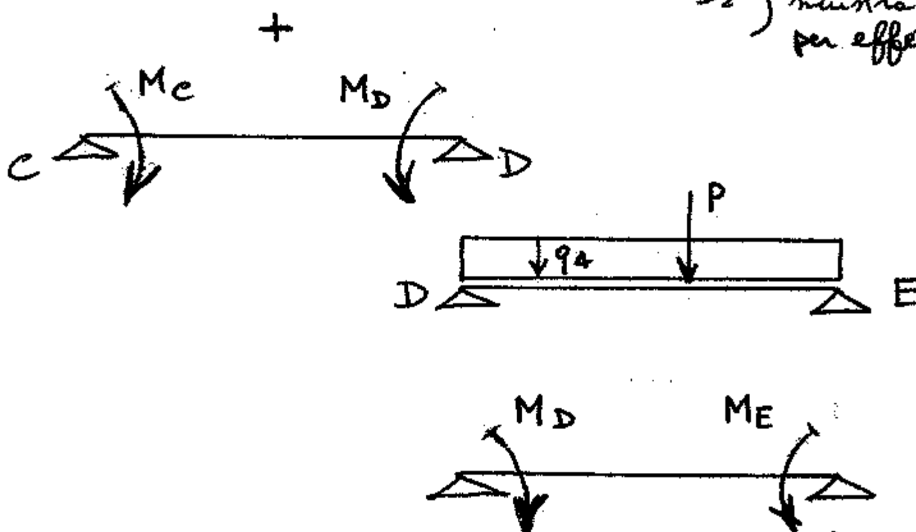
Per effetto della continuità la sezione terminale di ogni campata coincide con la sezione iniziale della campata adiacente e il momento nelle due sezioni deve essere uguale e unico.

Anche le rotazioni delle due sezioni sono uguali in valore assoluto ma di segno contrario, perché la rotazione φ_{D_s} fa alzare la tangente mentre la φ_{D_d} la fa abbassare.





D_1^*, D_2^* } rotazioni (a meno del termine EJ) sull'appoggio D, per la trave a sinistra e quella a destra, per effetto dei carichi



(Consideriamo le rotazioni verso il basso positive)

$$\varphi_{D_s} = \frac{D_1^*}{EJ} + \frac{l_3}{6EJ}\left(M_C + 2M_D\right)$$

$$\boxed{\varphi_{D_s} = -\varphi_{D_d}}$$

$$\varphi_{D_d} = \frac{D_2^*}{EJ} + \frac{l_4}{6EJ}\left(2M_D + M_E\right)$$

Considerando J costante per tutta la trave risulta

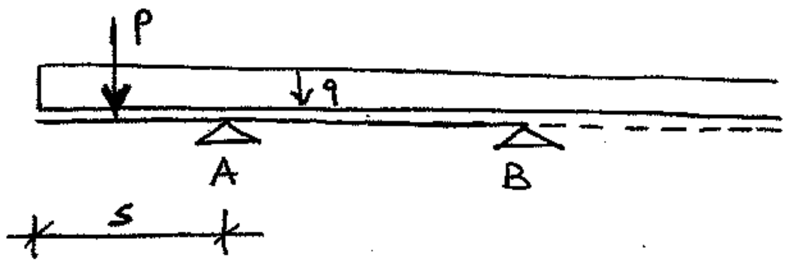
$$D_1^* + \frac{l_3}{6}\left(M_C + 2M_D\right) = -D_2^* - \frac{l_4}{6}\left(2M_D + M_E\right)$$

$$6D_1^* + l_3\left(M_C + 2M_D\right) = -6D_2^* - l_4\left(2M_D + M_E\right)$$

$$\boxed{M_C l_3 + 2M_D\left(l_3 + l_4\right) + M_E l_4 = -6\left(D_1^* + D_2^*\right)}$$

EQUAZIONE DEI TRE MOMENTI
DI CLAPEYRON

CASI PARTICOLARI ALLE ESTREMITA' di una trave continua

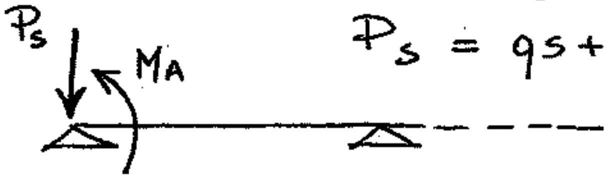


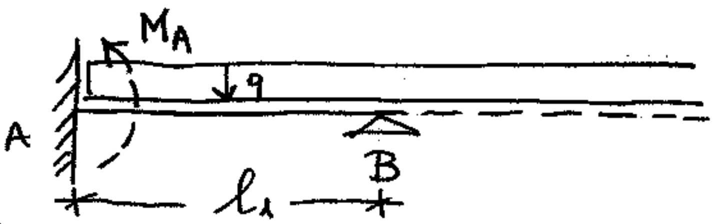
(sbalzo all'estremità)

Il momento in A è un termine noto

$$M_A = -\frac{1}{2} q s^2 - P a$$

$$P_s = q s + P$$





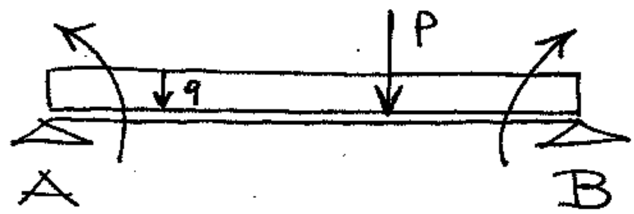
(incastro all'estremità)

L'ulteriore equazione da introdurre per determinare l'incognita M_A è quella che corrisponde all'annullamento della rotazione nel punto A essendo la sezione incastrata

$$\varphi_{A_d} = \frac{A_2^*}{EJ} + \frac{l_1}{6EJ}\left(2M_A + M_B\right) = 0$$

$$2 M_A l_1 + M_B l_1 = -6 A_2^*$$

Determinati i valori delle incognite iperstatiche (M)
si analizzano le singole campate appoggiate-appoggiate con i momenti alle estremità determinati –

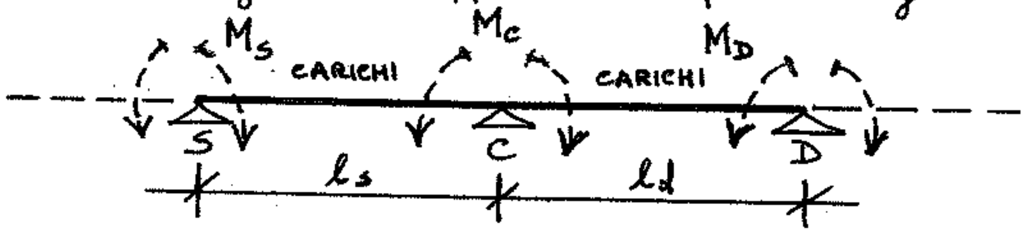


Per ogni campata si determinano :

1) Le reazioni verticali in A e B
2) La sezione di Taglio nullo dove il Momento è max
3) Le sezioni di Momento nullo
4) Il diagramma della sollecitazione di TAGLIO
5) " " " " " " MOMENTO

TRAVI CONTINUE (EQUAZIONE DEI 3 MOMENTI DI CLAPEYRON)

Si considera la generica coppia di campate contigue



S = appoggio a sinistra C = appoggio centrale D = appoggio a destra

l_s = luce campata a sinistra l_d = luce campata a destra

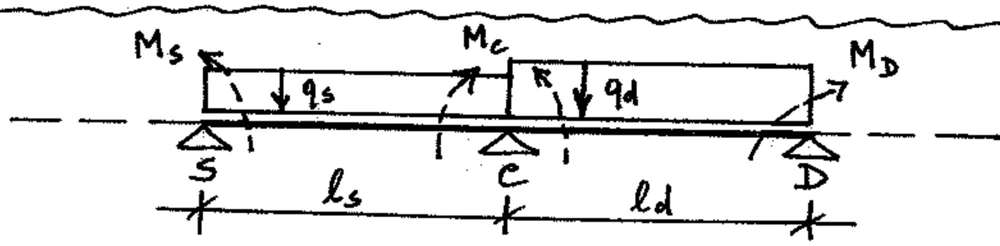
$$\boxed{M_s l_s + 2 M_c (l_s + l_d) + M_D l_d = -6 \left(R_1^* + R_2^*\right)}$$

R_1^* = rotazione sull'appoggio centrale C per la trave a <u>sinistra</u>
R_2^* = rotazione sull'appoggio centrale C per la trave a <u>destra</u>
per effetto dei carichi sulla campata a meno del termine EJ

N.B. : L'equazione nella formulazione su riportata è valida per trave continua a sezione costante e dello stesso materiale

Il risultato negativo sta ad indicare che il verso del momento è opposto a quello ipotizzato

---



Nell'ipotesi di carichi sulle campate del tipo <u>uniformemente distribuito</u> l'equazione dei 3 momenti assume la seguente formulazione semplificata:

$$\boxed{8 M_c (l_s + l_d) = q_s l_s^3 + q_d l_d^3 - 4 M_s l_s - 4 M_D l_d}$$

ITG "Nervi" – Altamura

COSTRUZIONI

Classe

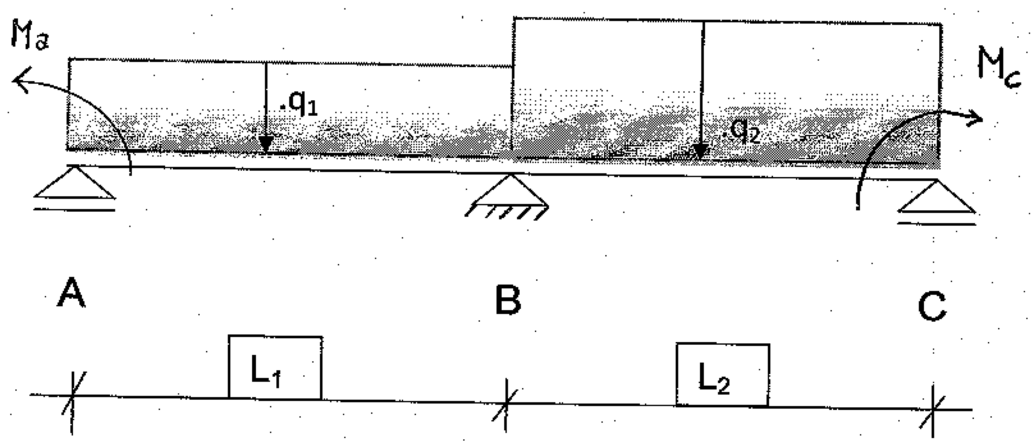
Allievo data

Progettare la trave di seguito riportata ipotizzando di utilizzare due diversi materiali:

- **LEGNO** $\sigma_{amm} = 60$ daN/cm^2

  $T_{amm} = 7$ daN/cm^2

- **ACCIAIO** $\sigma_{amm} = 1900$ daN/cm^2



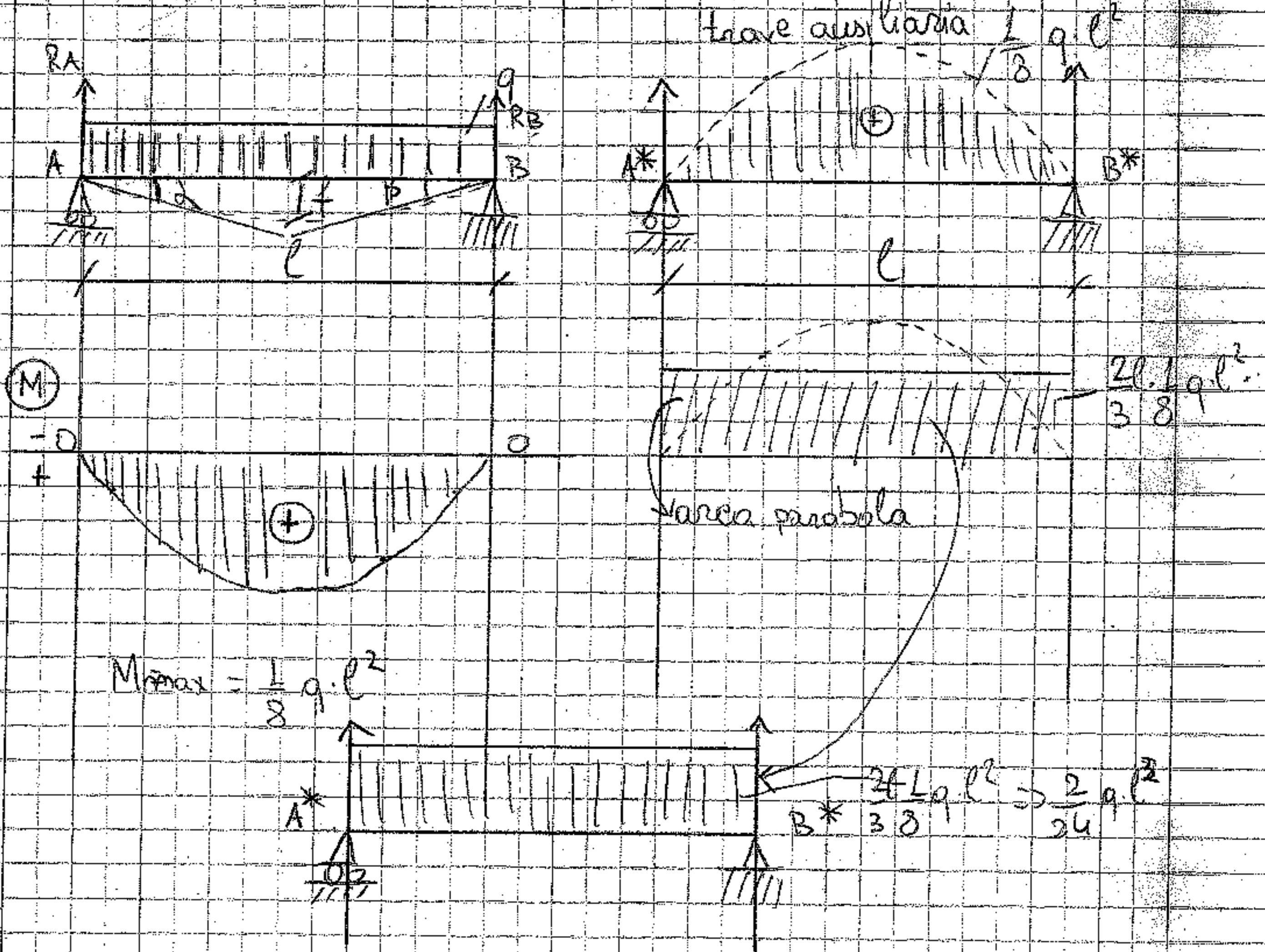
$q_1 = 3000$ daN/m $L_1 = 4,80$ m $M_a = 1680$ daNm

$q_1 = 3500$ daN/m $L_1 = 4,30$ m $M_c = 2150$ daNm

4ª B Settembre 2014

MOHR

1° e 2° corollario di Mohr MOHR



$$A^* = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{24} q \, l^3 \Rightarrow \frac{1}{24} q \, l^3$$

freccia

$$B^* = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{24} q \cdot l^3 \Rightarrow \frac{1}{24} q \cdot l^3$$

$$f = \frac{M^*}{E\,I}$$

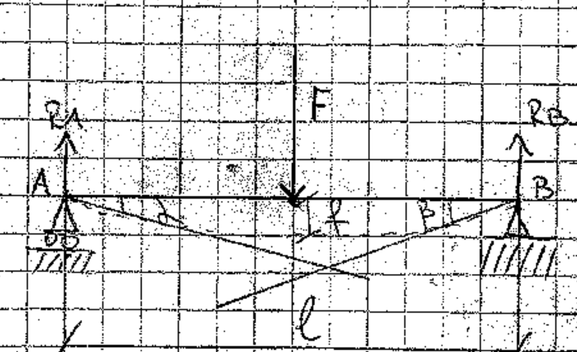
M^* = momento trave ausiliaria

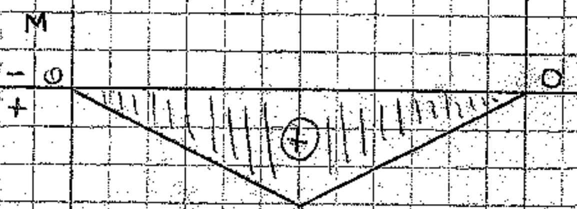
E = modulo di elasticità; I = momento d'inerzia

$$M^* = A^* \cdot \frac{l}{2} - \frac{2}{24} q \cdot l^3 \cdot \frac{l}{4}$$

$$\alpha = \frac{A^*}{E\,I} \text{ (rad)} \Rightarrow \alpha = \frac{q \cdot l^3}{24 E \cdot I}$$

$$\beta = \frac{B^*}{E\,I} \text{ (rad)} \Rightarrow \beta = \frac{q \cdot l^3}{24 E\,I}$$





$R_A = F/2 \qquad R_B = F/2$

$M = R_A \cdot \frac{l}{2} \Rightarrow \frac{F}{2} \cdot \frac{l}{2} \Rightarrow \frac{F \cdot l}{4}$

1° COROLARIO DI MOHR

$$A^* = \frac{l}{2} \cdot \frac{Fl}{4} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{F \cdot l^2}{16}$$

$$B^* = \frac{l}{2} \cdot \frac{F \cdot l}{4} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{F \cdot l^2}{16}$$

$$\alpha = \frac{A^*}{E \cdot I} \text{ (rad)}$$

$$\beta = \frac{B^*}{E \cdot I} \text{ (rad)}$$

$$\alpha = \frac{A^*}{E\,I} \Rightarrow \frac{F \cdot l^2}{16 E \cdot I} \qquad \beta = \frac{B^*}{E\,I} \Rightarrow \frac{F \cdot l^2}{16 E I}$$

2° COROLARIO DI MOHR

$$f = \frac{M^*}{E\,I}$$

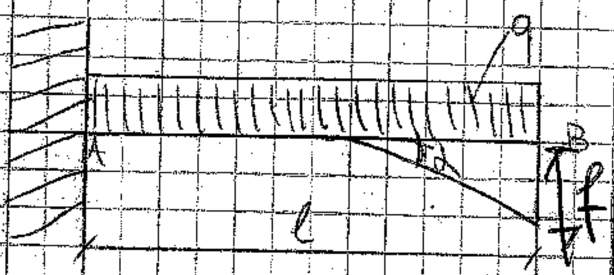
$$M^* = A^* \cdot \frac{l}{2} - \frac{F \cdot l^3}{96} =$$

$$= \frac{F \cdot l^2}{16} \cdot \frac{l}{2} - \frac{F \cdot l^3}{96} \Rightarrow \frac{F \cdot l^3}{32} - \frac{F \cdot l^3}{96}$$

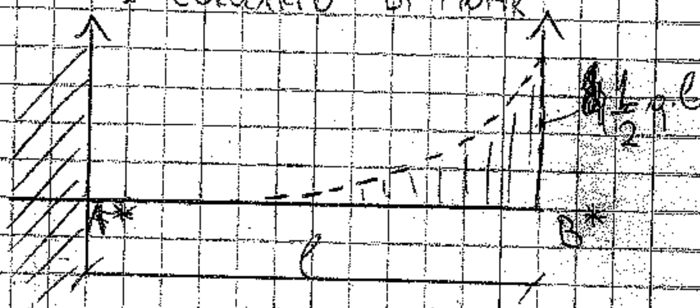
$$\frac{3F \cdot l^3 - F \cdot l^3}{96} = \frac{2\,F \cdot l^3}{96}$$

$$= \frac{F \cdot l^3}{48}$$

$$f = \frac{1}{4} \frac{F \cdot l^3}{E\ I} \Rightarrow \frac{F l^3}{48 E \cdot I}$$



1° COROLLARIO DI MOHR



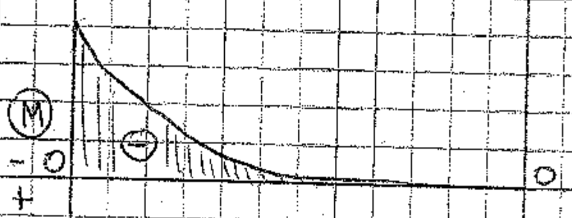
$\frac{1}{2} q \cdot l^2$

$$A^* = \frac{q \cdot l^2}{2} \cdot l - \frac{2}{3} l \cdot \frac{q \cdot l^2}{2} =$$

$$= \frac{q \cdot l^3}{2} - \frac{q \cdot l^3}{3} =$$

$$= \frac{3q \cdot l^2 l - 2q \cdot l^3}{6} = \frac{q \cdot l^3}{6}$$

$$\varphi_B = \frac{A^*}{EI} = \frac{q \cdot l^3}{6EI}$$



$$M_A = +q l \cdot \frac{l}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} q \cdot l^2$$

2° COROLLARIO DI MOHR

$$f = \frac{M^*}{EI}$$

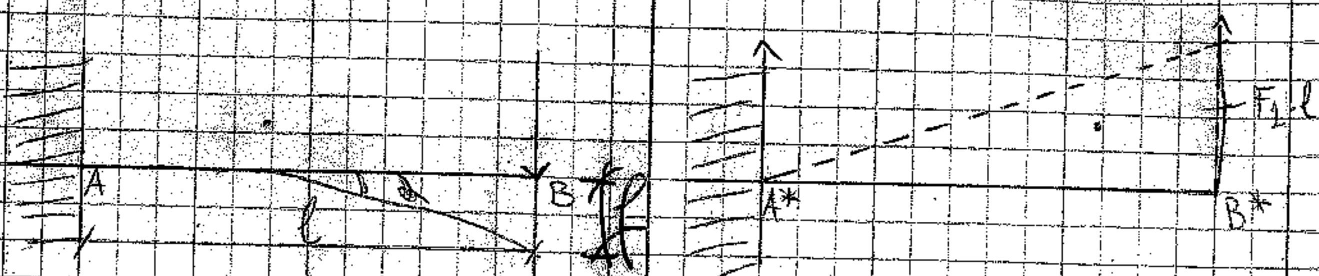
$$M^* = \frac{q \cdot l^3}{\cancel{6}_2} \cdot \frac{\cancel{3}^1 l}{4} =$$

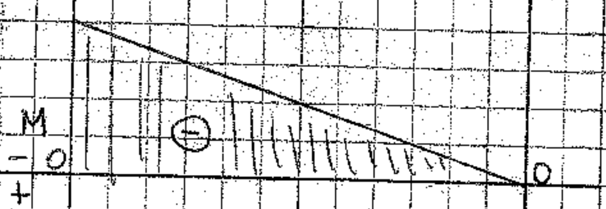
$$= \frac{q \cdot l^4}{8}$$

$$\boxed{f = \frac{q \cdot l^4}{8EI}}$$

$$f = \frac{1}{8} \frac{q \cdot l^4}{EI}$$

1° COROLARIO DI MOHR





$M_1 = F_1 \cdot \ell$

$$A^* = \frac{F_1 \cdot \ell \cdot \ell}{2} \Rightarrow \frac{F_1 \cdot \ell \cdot \ell}{2}$$

$$= \frac{F \cdot \ell^2}{2}$$

$$\alpha_B = \frac{A^*}{E \cdot I} \Rightarrow \frac{F \cdot \ell^2}{2 E \cdot I}$$

2° COROLARIO DI MOHR

$$f = \frac{M^*}{E \cdot I}$$

$$M^* = \frac{1}{\cancel{2}} F \ell^2 \cdot \frac{\cancel{2}}{3} \ell$$

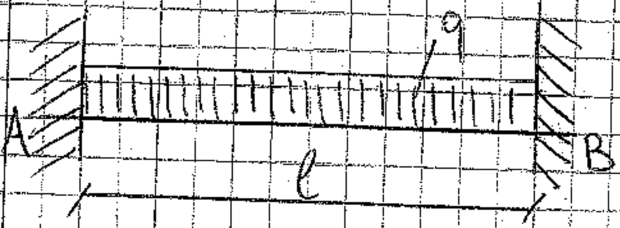
$$= \frac{F \cdot \ell^3}{3}$$

$$f = \frac{F \cdot \ell^3}{3 E \cdot I}$$

$$\boxed{f = \frac{1}{3} \frac{F \cdot \ell^3}{E J}}$$

01/10/2014

TRAVI IPERSTATICHE

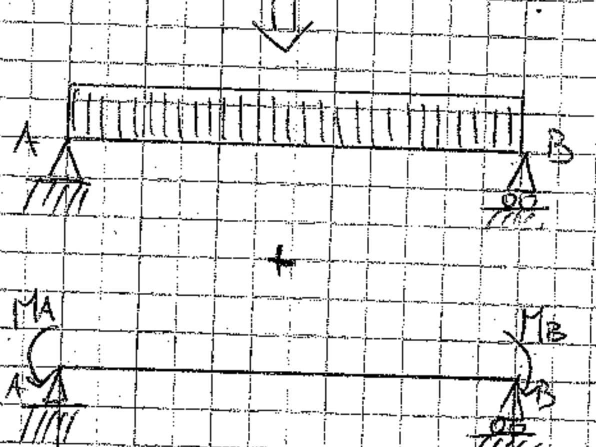


$\vartheta_A = 0$

$\vartheta_B = 0$

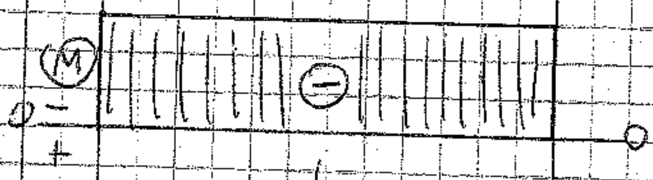
$\rho_A = 0$

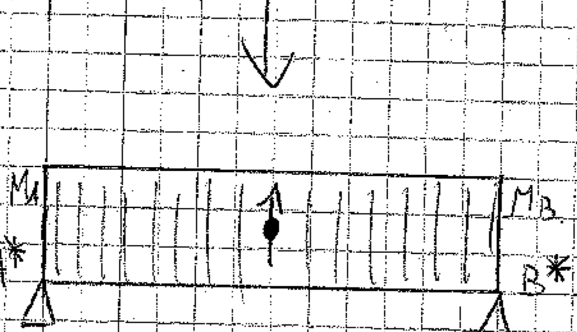
$\rho_B = 0$



$\longrightarrow \vartheta_A = \frac{A^*}{EI} \Rightarrow \frac{1}{24}\frac{q l^3}{EI}$

$\vartheta_B = \frac{B^*}{EI} \Rightarrow \frac{1}{24}\frac{q l^3}{EI}$





$A^* = \frac{M_A l}{2}$ $\quad B^* = \frac{M_B l}{2}$

$M_{max}(l/2) = -M_A + R_A \cdot \frac{l}{2} - q \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4}$

$= -\frac{1}{12} q l^2 + q \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{2} - q \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4}$

$= -\frac{1}{12} q l^2 + \frac{q l^2}{4} - \frac{q l^2}{8}$

$\frac{-2 q l^2 + 6 q l^2 - 3 q l^2}{24}$

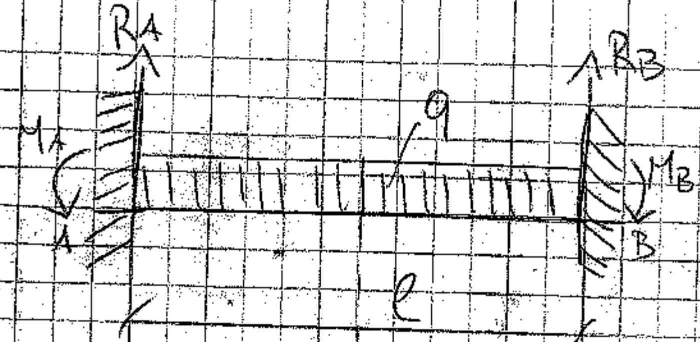
$= \frac{q l^2}{24}$

$\vartheta_A = \frac{A^*}{EI} \Rightarrow \frac{M_A l}{2EI}$

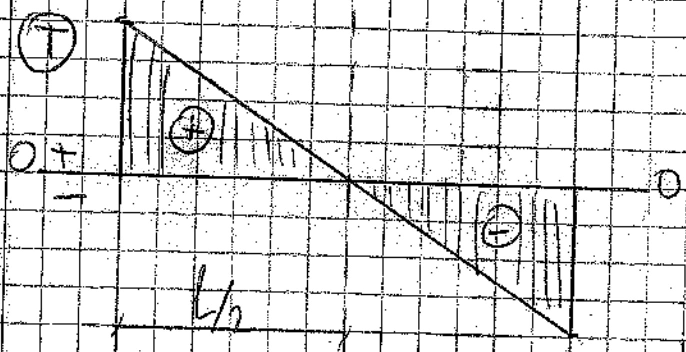
$\vartheta_B = \frac{B^*}{EI} \Rightarrow \frac{M_B l}{2EI}$

$\frac{1}{24}\frac{q l^3}{EI} - \frac{1}{2}\frac{M_A l}{EI} = 0$ $\quad M_A = \frac{\cancel{2}^{1} \cdot q \cdot \cancel{l^3}^{l^2}}{l \cdot \cancel{24}_{12}} \Rightarrow M_A = \frac{q l^2}{12}$

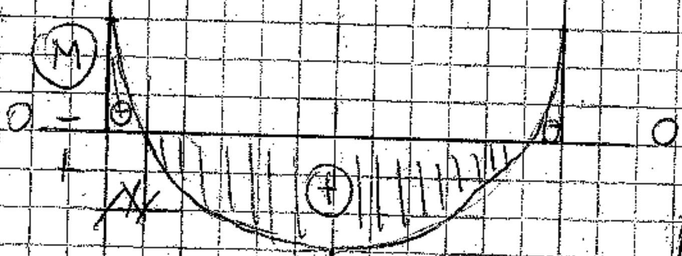
$\frac{1}{24} q l^3 - \frac{1}{2} M_A l = 0$



$$f = \frac{M^*}{EI} = \frac{1}{384}\,\frac{q l^4}{EI}$$

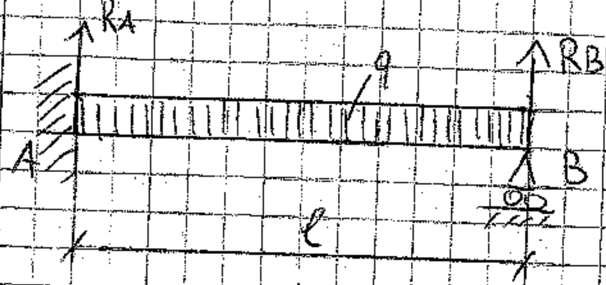


$$T(l/2) = R_A - q\cdot\frac{l}{2} \Rightarrow q\cdot\frac{l}{2} - q\cdot\frac{l}{2} = 0$$



$$M(x) = M_A + R_A\cdot X - \frac{q\cdot X^2}{2}$$

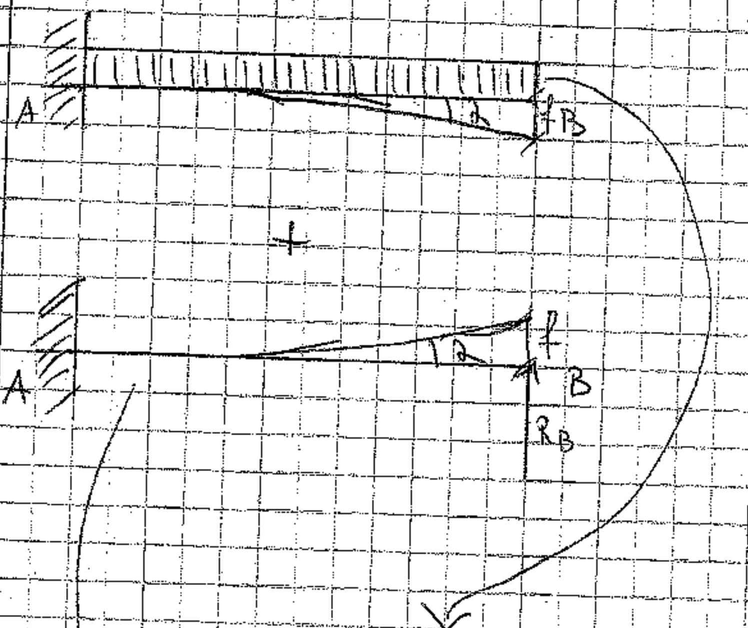
$$X = 0{,}211\, l$$



$\alpha_A = 0$

$\alpha_B \neq 0$

$f_A = 0 \qquad f_B = 0$



$f_{B_{unif}} + f_{B_{conc}} = 0$

$\dfrac{q \cdot \ell^4}{8 E \cdot I} - \dfrac{R_B \cdot \ell^3}{3 E \cdot I} = 0$

$\dfrac{3 q \cdot \ell^4 - 8 R_B \cdot \ell^3}{24 E \cdot I} = 0$

$3 q \cdot \ell^4 - 8 R_B \cdot \ell^3 = 0$

$+R_B = \dfrac{+3 q \cdot \ell^4}{8 \ell^3}$

$R_B = \dfrac{3}{8} q \cdot \ell$

$f = \dfrac{1}{8} \dfrac{q \cdot \ell^4}{E \cdot I} = \dfrac{q \ell^4}{8 E \cdot I}$

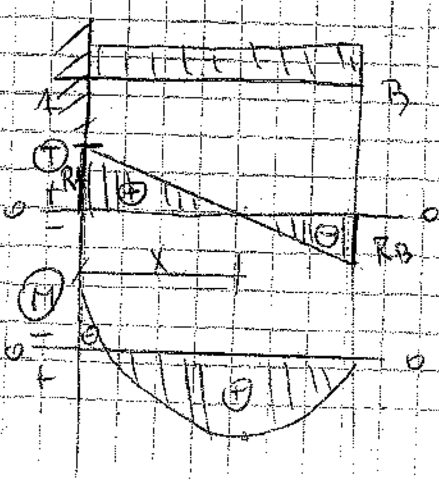
$f = \dfrac{1}{3} \dfrac{R_B \cdot \ell^3}{E \cdot I} \Rightarrow \dfrac{R_B \cdot \ell^3}{3 E \cdot I}$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_A - q \cdot \ell + \dfrac{3}{8} q \cdot \ell = 0$

$R_A = q \cdot \ell - \dfrac{3}{8} q \ell \Rightarrow \dfrac{8 q \ell - 3 q \ell}{8} = \dfrac{5}{8} q \cdot \ell$

$M_B = 0$

$M = \dfrac{1}{8} q \cdot \ell^2$



$T_x = 0$

$T_x = R_A - q \cdot \ell$

$R_A - q \cdot X = 0$

$X = \dfrac{R}{q} = \dfrac{\frac{5}{8} q \ell}{q} = \dfrac{5}{8} \ell$

04/10/2014

30

180 IPE 180

$M = 20\ KN \cdot m$

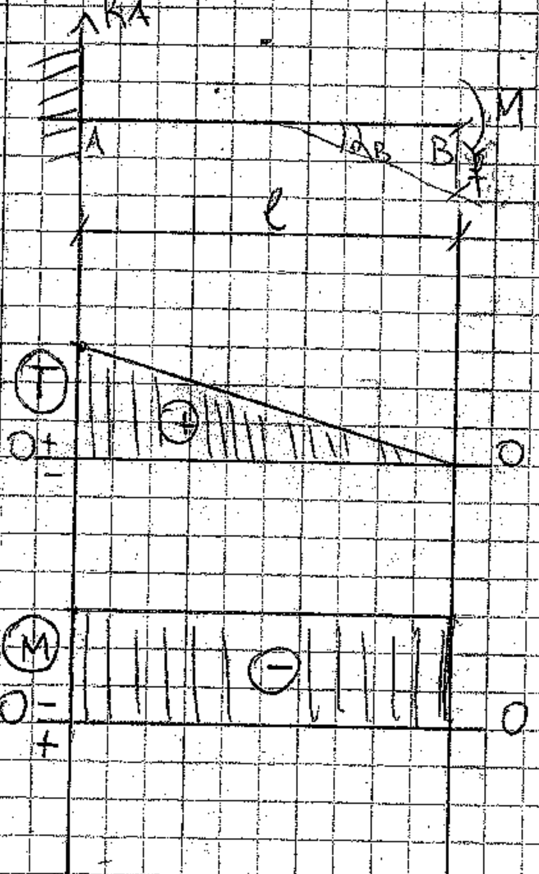
$l = 7\ m$

$E = 210\ 000\ N/mm^2$

$I = 1317\ cm^4$

$\varphi_B = ?$

$f = ?$



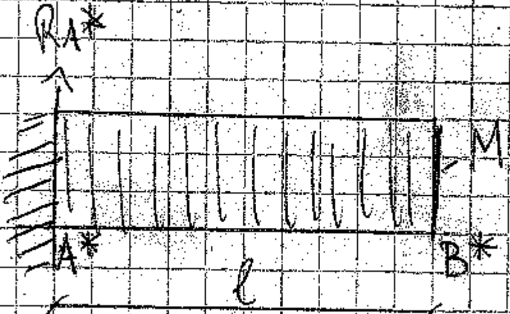
$M = F \cdot l$

$F = \dfrac{M}{l}$

$F = \dfrac{20\ KN \cdot m}{7\ m} = 2,86\ KN$

$R_A = F \Rightarrow 2,86\ KN$

$M_A = M$



$A^* = M \cdot l \Rightarrow 20 \cdot 7 = 140\ KN \cdot m^2$

$M^* = R_A^* \cdot 0 + M \cdot l \cdot \dfrac{l}{2} =$

$= 0 + 20 \cdot 7 \cdot \dfrac{7}{2} = 490\ KN \cdot m$

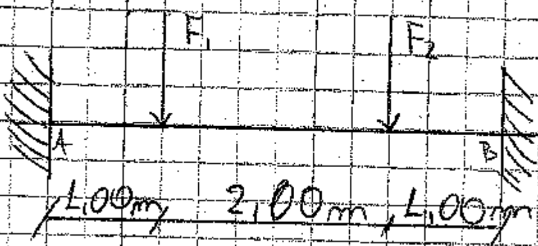
$\varphi = \dfrac{A^*}{E \cdot I} \Rightarrow \dfrac{140 \cdot 10^3 \cdot 10^6}{210\ 000 \cdot 1317 \cdot 10^4} = \dfrac{140 \cdot 10^2}{210 \cdot 1317} = 0,050620036\ rad$

$2°54'01''$

$f = \dfrac{M^*}{E \cdot I} \Rightarrow \dfrac{M \cdot l^2}{2E \cdot I}$

$f = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{20 \cdot 10^3 \cdot 10^6 \cdot 7 \cdot 10^6}{210\ 000 \cdot 1317 \cdot 10^4} = \dfrac{20 \cdot 10^4 \cdot 7}{2 \cdot 21 \cdot 1317} = 25,31$

01/10/2014



$F_1 = 30\,KN$

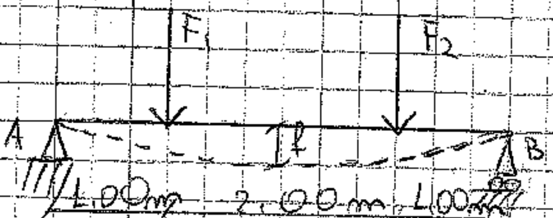
$F_2 = 30\,KN$

$M = ?$

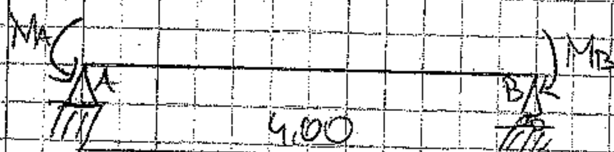
$R_A = F_1 \Rightarrow 30\,KN$

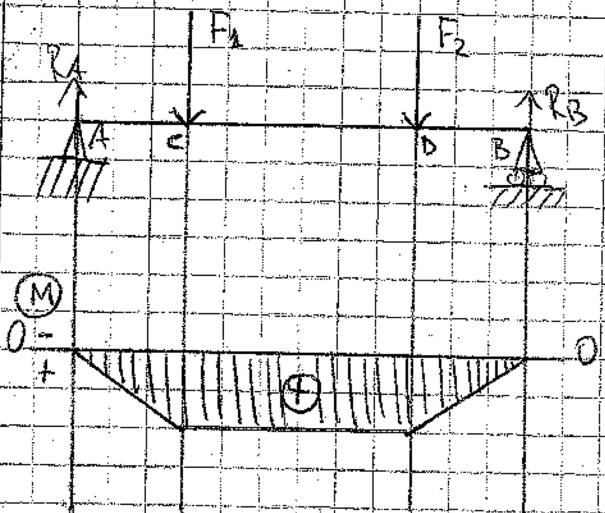
$R_B = F_2 \Rightarrow 30\,KN$

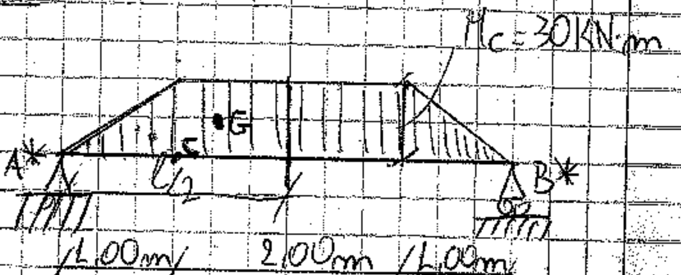
$R_A = R_B$



+







$$Superficie = \frac{(4\,m + 2\,m) \cdot 30\,KN \cdot m}{2}$$

$$= 90\,KN \cdot m^2$$

$$A^* = \frac{90}{2} = 45\,KN \cdot m^2$$

$$B^* = \frac{90}{2} = 45\,KN \cdot m^2$$

$$M_C = F_1 \cdot 1 \Rightarrow 30\,KN \cdot 1\,m =$$

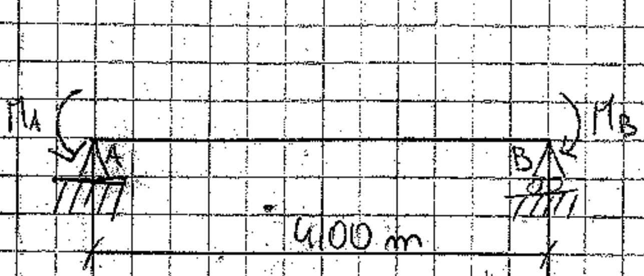
$$= 30\,KN \cdot m$$

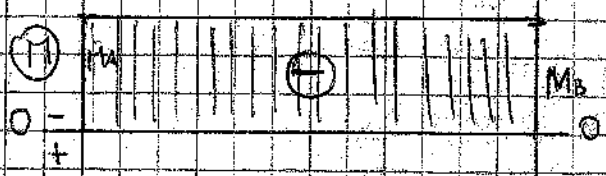
$$\theta_A = \frac{A^*}{E \cdot I} \qquad f = \frac{M^*}{E \cdot I}$$

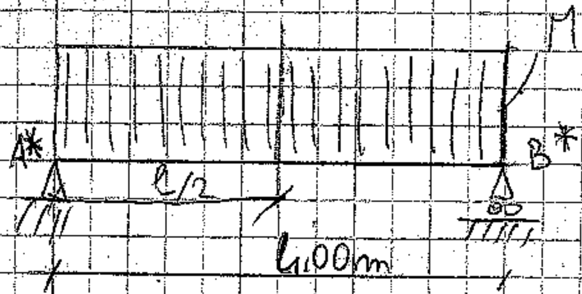
$$\theta_B = \frac{B^*}{E \cdot I}$$

$$M_C^* = A^* \cdot 1 - A^* \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 = 45 - 15$$

$$= 30\,KN^*$$







$$A^* = \frac{M \cdot l}{2} \quad B^* = \frac{M \cdot l}{2}$$

$$\vartheta_A = \frac{A^*}{E \cdot I} \qquad \vartheta_B = \frac{B^*}{E \cdot I}$$

$$f = \frac{M^*}{E \cdot I} \qquad M^*_{\left(\frac{l}{2}\right)} = A^* \cdot \frac{l}{2} - A^* \cdot \frac{l}{4} =$$

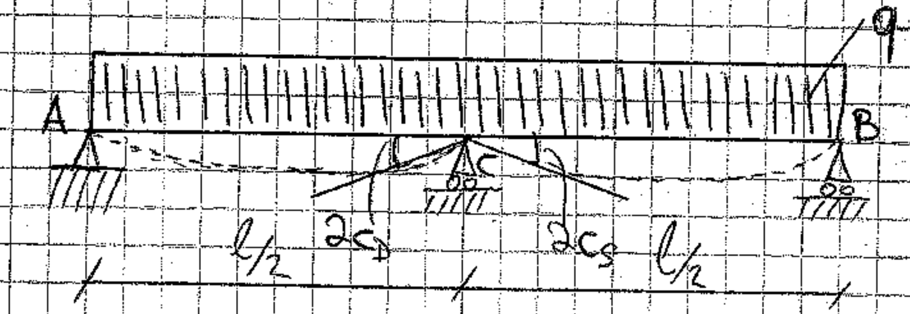
$$= \frac{M \cdot l}{2} \cdot \frac{l}{2} - \frac{M \cdot l}{2} \cdot \frac{l}{4}$$

$$= \frac{M \cdot l^2}{4} - \frac{M \cdot l^2}{8} = \frac{2Ml^2 - Ml^2}{8} =$$

$$= \frac{M \cdot l^2}{8}$$

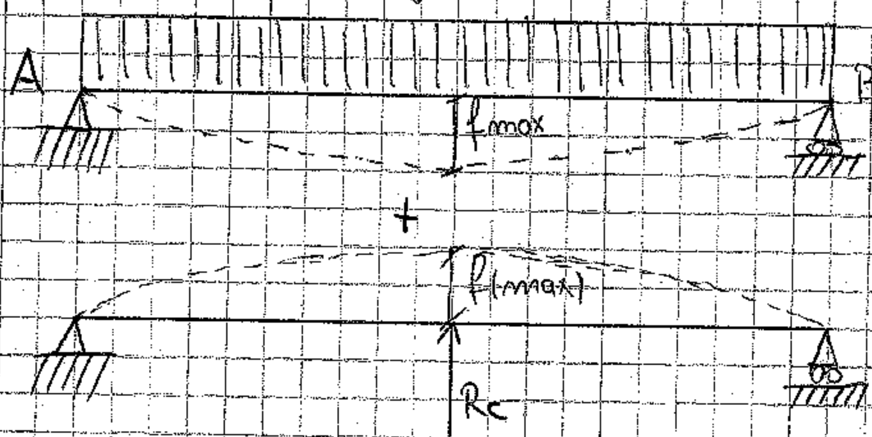
08/10/2014

TRAVI CONTINUE

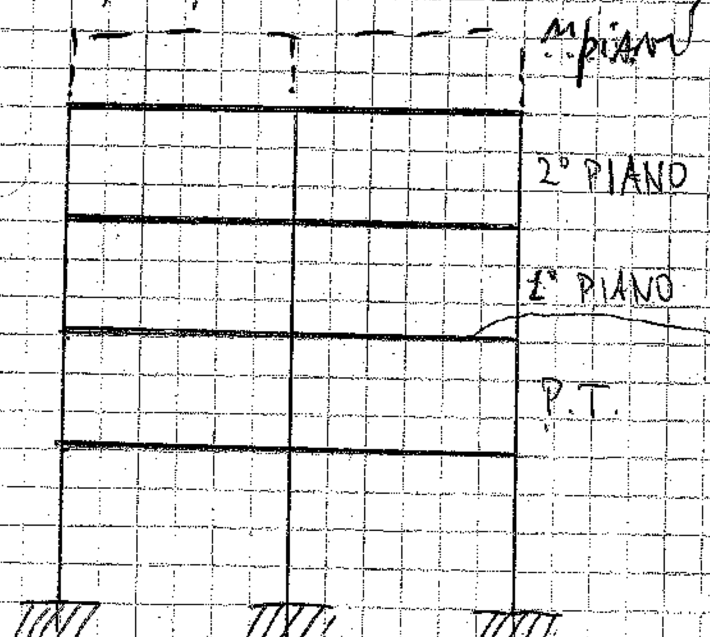


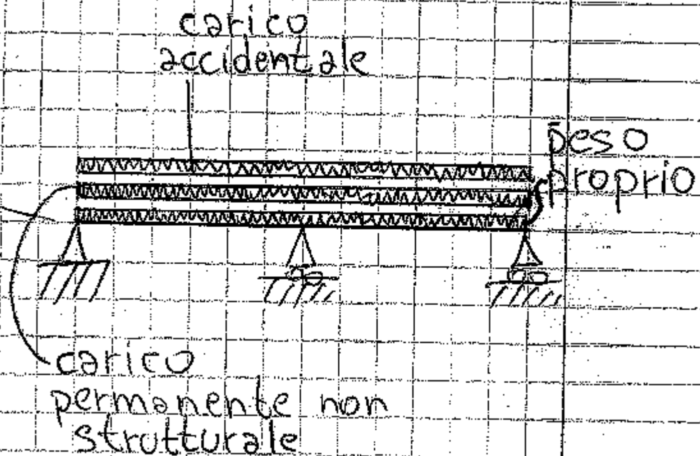
$$\partial c_D = \partial c_S \qquad f_c = 0$$

$$\Downarrow$$

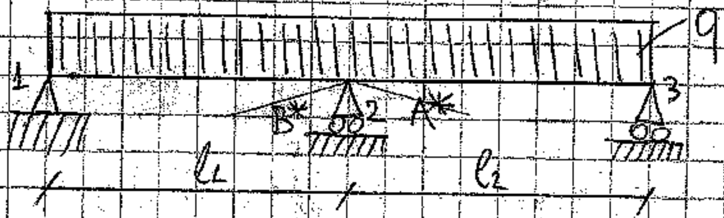


10/10/2014





15/10/2014



$B^* = \frac{1}{24} q \cdot l^3$ $\qquad$ $A^* = \frac{1}{24} q \cdot l^3$

$$M_1 \cdot l_1 + 2M_2(l_1+l_2) + M_3 l_2 = -6(B^*+A^*)$$

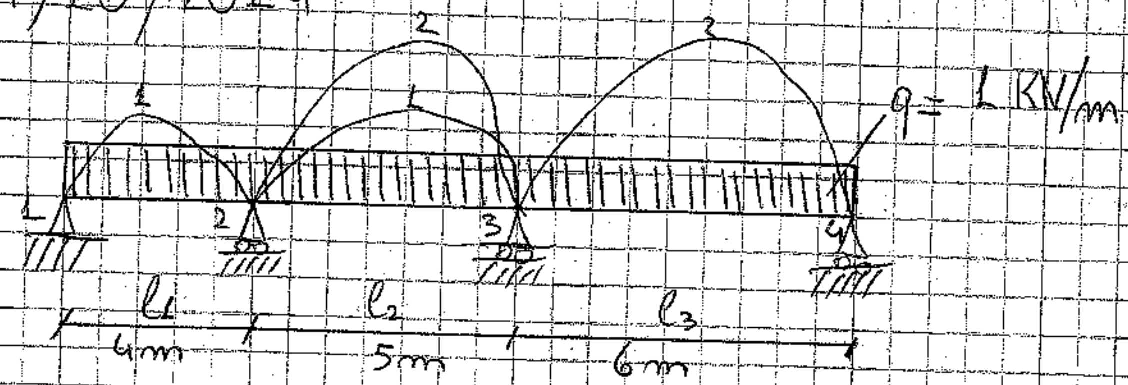
$$0 + 2M_2(l_1+l_2) + 0 = -6\left(\frac{1}{24} q \cdot l^3 + \frac{1}{24} q \cdot l^3\right)$$

$$2M_2(l_1+l_2) = -\frac{1}{4} q \cdot l^3 - \frac{1}{4} q \cdot l^3$$

$$2M_2(l_1+l_2) = -\frac{1}{2} q \cdot l^3$$

$$\boxed{M_2 = \frac{-\frac{1}{2} q \cdot l^3}{2(l_1+l_2)}}$$

17/10/2014



1) $M_1 \cdot l_1 + 2M_2(l_1+l_2) + M_3 \cdot l_2 = -6(B^* + A^*)$

$0 + 2M_2(l_1+l_2) + M_3 \cdot l_2 = -\frac{1}{4} q \cdot l_1^3 - \frac{1}{4} q\, l_2^3$

$2M_2(l_1+l_2) + M_3 \cdot l_2 = -\frac{1}{4} q \cdot l_1^3 - \frac{1}{4} q \cdot l_2^3$

2) $M_2 \cdot l_2 + 2M_3(l_2+l_3) + M_4 \cdot l_3 = -\frac{1}{4} q \cdot l_2^3 - \frac{1}{4} q \cdot l_3^3$

$M_2 \cdot l_2 + 2M_3(l_2+l_3) + 0 = -\frac{1}{4} q \cdot l_2^3 - \frac{1}{4} q \cdot l_3^3$

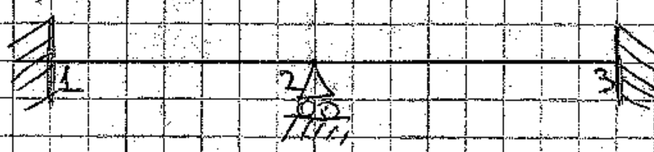
$$\begin{cases} 2M_2(l_1+l_2) + M_3 \cdot l_2 = -\frac{1}{4} q \cdot l_1^3 - \frac{1}{4} q\, l_2^3 \\ M_2 \cdot l_2 + 2M_3(l_2+l_3) = -\frac{1}{4} q \cdot l_2^3 - \frac{1}{4} q \cdot l_3^3 \end{cases}$$

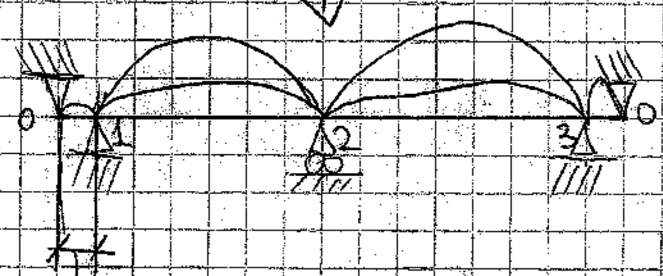
$$\begin{cases} 2M_2(4+5) + M_3 \cdot 5 = -\frac{1}{4} \cdot 1 \cdot 4^3 - \frac{1}{4} \cdot 1 \cdot 5^3 \\ M_2 \cdot 5 + 2M_3(5+6) = -\frac{1}{4} \cdot 1 \cdot 5^3 - \frac{1}{4} \cdot 1 \cdot 6^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2M_2 \cdot 9 + M_3 \cdot 5 = -16 - 31,25 \\ M_2 \cdot 5 + 2M_3 \cdot 11 = -31,25 - 54 \end{cases} \quad \begin{cases} 2M_2 \cdot 9 + M_3 \cdot 5 = -47,25 \\ M_2 \cdot 5 + 2M_3 \cdot 11 = -85,25 \end{cases}$$

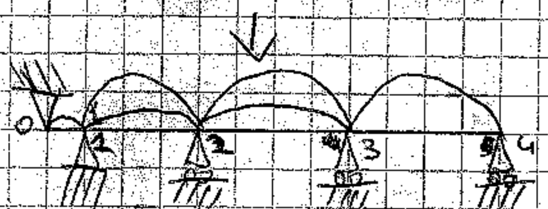
$$\begin{cases} M_3 = \frac{-47,25 - 2M_2 \cdot 9}{5} \\ M_2 \cdot 5 + 2M_3\left(\frac{-47,25 - 2M_2 \cdot 9}{5}\right) = -85,29 \end{cases} \quad \begin{cases} M_3 = \frac{-47,25 - 2M_2 \cdot 9}{5} \\ M_2 \cdot 5 - \frac{94,5 - 4M_2 \cdot 9}{5} = -85,25 \end{cases}$$

20/10/2014



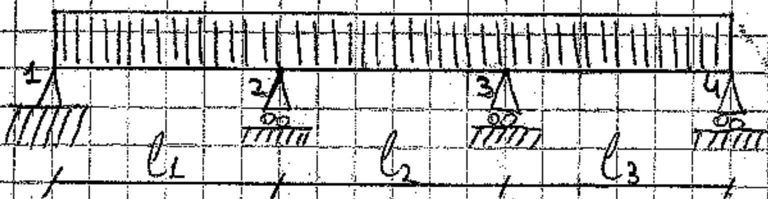


$M_0 - M_1 - M_2$
$M_1 - M_2 - M_3$
$M_2 - M_3 - M_0$
} Tre equazioni dei momenti



$M_0 - M_1 - M_2$
$M_1 - M_2 - M_3$
$M_2 - M_3\ M_4$
} Tre equazioni dei momenti

24/10/2014



$l_1 = l_2 = l_3$

$M_1 = 0 \quad M_3 = ?$

$M_2 = ? \quad M_4 = ?$

1) $M_1 \cdot l_1 + 2M_2(l_1 + l_2) + M_3 \cdot l_2 = -6(B^* + A^*)$

$0 + 2M_2(l_1 + l_2) + M_3 \cdot l_2 = -\frac{1}{4} q \cdot l_1^3 - \frac{1}{4} l_2^3$

2) $M_2 \cdot l_2 + 2M_3(l_2 + l_3) + M_4 \cdot l_3 = -6(B^* + A^*)$

$M_2 \cdot l_2 + 2M_3(l_2 + l_3) + 0 = -\frac{1}{4} q \cdot l^3 - \frac{1}{4} q \cdot l^3$

$$\begin{cases} 2M_2(l_1 + l_2) + M_3 \cdot l_2 = -\frac{1}{4} q \cdot l_1^3 - \frac{1}{4} q \cdot l_2^3 \\ M_2 \cdot l_2 + 2M_3(l_2 + l_3) = -\frac{1}{4} q\, l_2^3 - \frac{1}{4} q\, l_3^3 \end{cases}$$

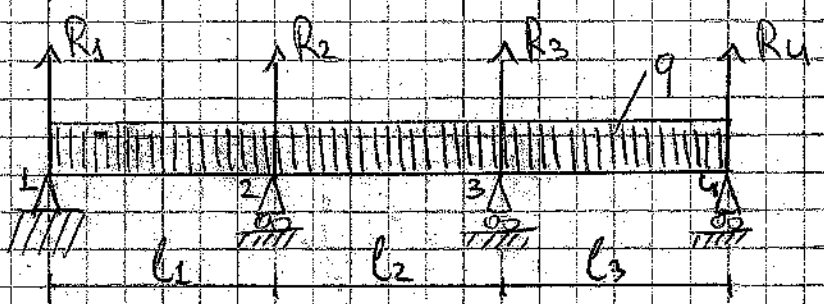
$$\begin{cases} 2M_2(l_1 + l_2) + M_3 \cdot l_2 = -\frac{1}{2} q \cdot l^3 \\ M_2 \cdot l_2 + 2M_3(l_2 + l_3) = -\frac{1}{2} q \cdot l^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_2 = \dfrac{-M_3 \cdot l_2 - \frac{1}{2} q \cdot l^3}{2(l_1 + l_2)} \\ M_3 = \dfrac{-M_2 \cdot l_2 - \frac{1}{2} q \cdot l^3}{2(l_2 + l_3)} \end{cases}$$

$M_2 = -\frac{1}{10} q \cdot l^2$ KN·m

$M_3 = -\frac{1}{10} q \cdot l^2$ KN·m

25/10/2014



$M_1 = 0$

$M_2 = -\frac{1}{10} q \cdot l^2$

$M_3 = -\frac{1}{10} q \cdot l^2$

$M_4 = 0$

$$M_2 = R_1 \cdot l_1 - (q \cdot l_1) \cdot \frac{l_1}{2}$$

$$-\frac{1}{10} q \cdot l^2 = R_1 \cdot l_1 - (q \cdot l_1) \frac{l_1}{2}$$

$$R_1 \cdot l_1 = -\frac{1}{10} q \cdot l^2 + (q \cdot l_1) \cdot l_1/2$$

$$R_1 = \frac{-1/10\, q \cdot l^2 + (q \cdot l_1)\, l_1/2}{l_1}$$

$$R_1 = \frac{-1/10\, q l^2 + \frac{q \cdot l^2}{2}}{l_1} \Rightarrow R_1 = \frac{\frac{-q \cdot l^2 + 5q \cdot l^2}{10}}{l_1}$$

$$R_1 = \frac{\cancel{4}^{2} q \cdot l^{\cancel{2}}}{5\cancel{10} \cdot \cancel{l}} \Rightarrow R_1 = \frac{2}{5} q \cdot l \text{ KN}$$

$R_2 = \frac{11}{10} q \cdot l$ KN $\quad R_3 = \frac{11}{10} q \cdot l$ KN $\quad R_4 = \frac{2}{5} q \cdot l$ KN

$$\frac{2}{5} q \cdot l + \frac{11}{10} q \cdot l + \frac{11}{10} q \cdot l + \frac{2}{5} q \cdot l = 3q \cdot l$$

$$\frac{4q \cdot l + 11q \cdot l + 11q \cdot l + 4q \cdot l}{10} = 3q \cdot l$$

$$\frac{3\cancel{0}}{\cancel{10}} q \cdot l = 3q \cdot l$$

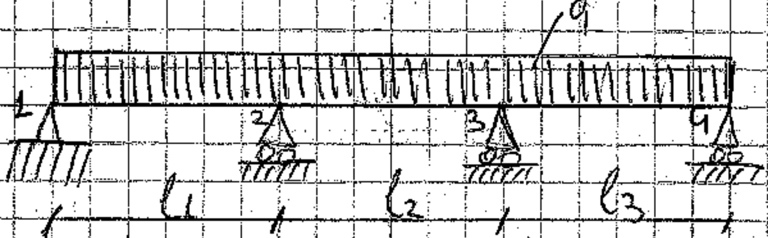
$$3q \cdot l = 3q \cdot l$$

16

1) EQUAZIONE 3 MOMENTI NEGATIVI 2) REAZIONI VINCOLARI 3) TAGLIO NULLO
4) M_{max} + 5) M nulli

30/10/2014

$q = 5\,KN/m$



$l_1 = l_2 = l_3 = 4m$

$M_1 = 0$ $M_2 = -\frac{1}{10} q \cdot l^2$ $M_3 = -\frac{1}{10} q \cdot l^2$ $M_4 = 0$

$M_2 = -\frac{1}{10} 5 \cdot 4^2$ $M_3 = -\frac{1}{10} 5 \cdot 4^2$

$= 8\,KN \cdot m$ $= 8\,KN \cdot m$

$R_1 = \frac{2}{5} q \cdot l \Rightarrow \frac{2}{5} \cdot 5 \cdot 4 = 8\,KN$ | $R_2 = \frac{11}{10} q \cdot l \Rightarrow \frac{11}{10} \cdot 5 \cdot 4 = 22\,KN$

$R_3 = \frac{11}{10} q \cdot l \Rightarrow \frac{11}{10} 5 \cdot 4 = \underline{22}\,KN$ | $R_4 = \frac{2}{5} q \cdot l \Rightarrow \frac{2}{5} \cdot 5 \cdot 4 = 8\,KN$

$T_1 = R_1 \Rightarrow T_1 = 8\,KN$

$T_{2(s)} = R_1 - q \cdot l_1 \Rightarrow T_2 = 8 - 5 \cdot 4 \Rightarrow T_2 = -12\,KN$

$T_{2(d)} = R_1 - q \cdot l_1 + R_2 \Rightarrow T_2 = 8 - 20 + 22 = 10\,KN$

$T_{3(s)} = R_1 + R_2 - q \cdot 2l \Rightarrow T_{3(s)} = 8 + 22 - 5 \cdot 2 \cdot 4 \Rightarrow T_{3(s)} = -10\,KN$

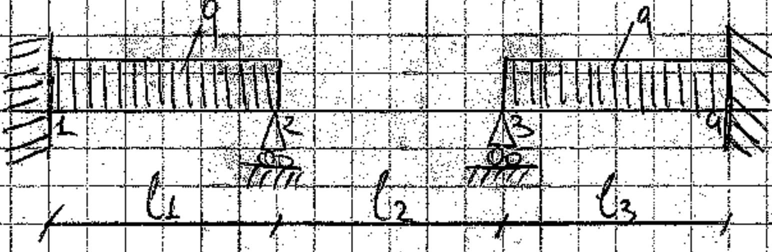
$T_{3(d)} = R_1 + R_2 + R_3 - q \cdot 2l \Rightarrow T_{3(d)} = 8 + 22 + 22 - 40 \Rightarrow T_{3(d)} = 12\,KN$

$T_{4(s)} = R_1 + R_2 + R_3 - q \cdot 3l \Rightarrow T_{4(s)} = 8 + 22 + 22 - 5 \cdot 3 \cdot 4 \Rightarrow T_{4(s)} = -8\,KN$

$T_{4(d)} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 - q \cdot 3l \Rightarrow T_{4(d)} = 8 + 22 + 22 + 8 - 60$

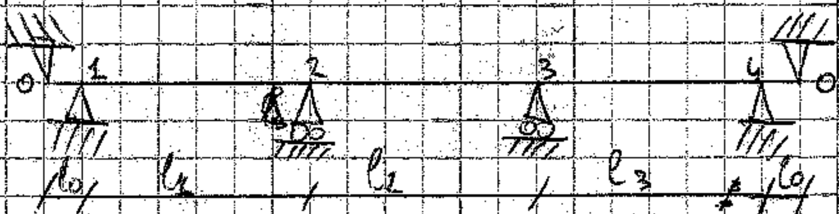
$T_{4(d)} = 0\,KN$

05/11/2014



$q = 2$ KN/m

$l_1 = l_2 = l_3 = 4$ m



$l_0 = 0$

1) M (0-1-2)
2) M (1-2-3)
3) M (2-3-4)
4) M (3-4-0)

1) $M_0 \cdot l_0 + 2M_1(l_0 + l_1) + M_2(l_1) = -6(B^* + A^*)$

$= 0 + 2M_1(0+4) + M_2 \cdot 4 = -6\left(0 + \frac{1}{24} \cdot 64\right)$

$2M_1 \cdot 4 + M_2 \cdot 4 = -32$

$M_1 = \frac{-M_2 \cdot 4 - 32}{8}$ KN·m

2) $M_1 \cdot l_1 + 2M_2(l_1 + l_2) + M_3 \cdot l_2 = -6(B^* + A^*)$

$M_1 \cdot 4 + 2M_2(4+4) + M_3 \cdot 4 = -6\left(\frac{1}{24} \cdot 64 + \frac{1}{24} \cdot 0\right)$

$M_1 \cdot 4 + 2M_2 \cdot 8 + M_3 \cdot 4 = -32$

$M_2 = \frac{-M_1 \cdot 4 - M_3 \cdot 4 - 32}{16}$ KN·m

3)

$$M_2 \cdot l_2 + 2M_3(l_2+l_3) + M_4 \cdot l_3 = -6(B^* + A^*)$$

$$M_2 \cdot 4 + 2M_3(4+4) + M_4 \cdot 4 = -6\left(0 + \frac{1}{24} \cdot 64\right)$$

$$M_2 \cdot 4 + 2M_3 \cdot 8 + M_4 \cdot 4 = -32$$

$$M_3 = \frac{-M_2 \cdot 4 - M_4 \cdot 4 - 32}{16} \quad KN \cdot m$$

4)

$$M_3 \cdot l_3 + 2M_4(l_3+l_0) + M_0 \cdot l_0 = -6(B^* + A^*)$$

$$M_3 \cdot 4 + 2M_4(4+0) + 0 = -6\left(\frac{1}{24} \cdot 64 + 0\right)$$

$$M_3 \cdot 4 + 2M_4 \cdot 4 = -32$$

$$M_4 = \frac{-M_3 \cdot 4 - 32}{8} \quad KN \cdot m$$

Elementi delle costruzioni edilizie	Pesi per m² effettivo kg/m²
A) **COPERTURE PESANTI**	
Coppi (canali) con ricopertura 1/2 su pianellato compreso i travicelli in legno	160
Coppi (canali) con ricopertura 1/4 su pianellato compreso i travicelli in legno	136
Coppi (canali) con ricopertura 1/2 su correntini in legno	133
Coppi (canali) con ricopertura 1/4 su correntini in legno	108
Tegole alla romana (embrici e coppi, tegole maritate) ricopertura 1/7 su pianellato e travicelli in legno	100
Tegole alla romana (embrici e coppi, tegole maritate) ricopertura 1/7 su listelli	82
B) **COPERTURE MEDIE**	
Tegole piane ad incastro (marsigliesi) su tavelloni forati	76
Tegole piane ad incastro (marsigliesi) su tavolato e correntini in legno	60
Tegole piane ad incastro (marsigliesi) su correntini e travetti in legno	50
C) **COPERTURE LEGGERE**	
Lastre di ardesia artificiale piane piccole o grandi di tavolato	38 ÷ 30
Lastre di ardesia artificiale ondulata, compresi i correntini in legno	28
Lastre di ardesia artificiale ondulata ad onda alta, spessore da 10,5 mm e 6,5 mm . .	40 ÷ 20
Lamiera zincata piana compresi tavole e correntini	23
Lamiera zincata ondulata spessore da 10/10 a 6/10 di mm	17 ÷ 11
D) **TERRAZZI**	
Malta di cemento o piastrelle di 30 mm su cartoni o feltri catramati e pietrischetto . .	15
E) **SOLAI**	
Voltine di mattoni pieni in foglio su travetti in ferro con spianamento inferiore ed intonaco superiore, rinfianco e piastrelle	270
Voltine di mattoni forati (volterrane) su travetti in ferro, intonaco, spianamento superiore e piastrelle	230 ÷ 170
Solette in cemento armato massicce di 8 cm, intonaco, spianamento e pavimento. . .	300
Solette in cemento armato gettate su tavelloni forati (volterrane) con intonaco inferiore, superiore, spianamento e piastrelle:	
— volterrane da 12 cm	230
— volterrane da 15 cm	270

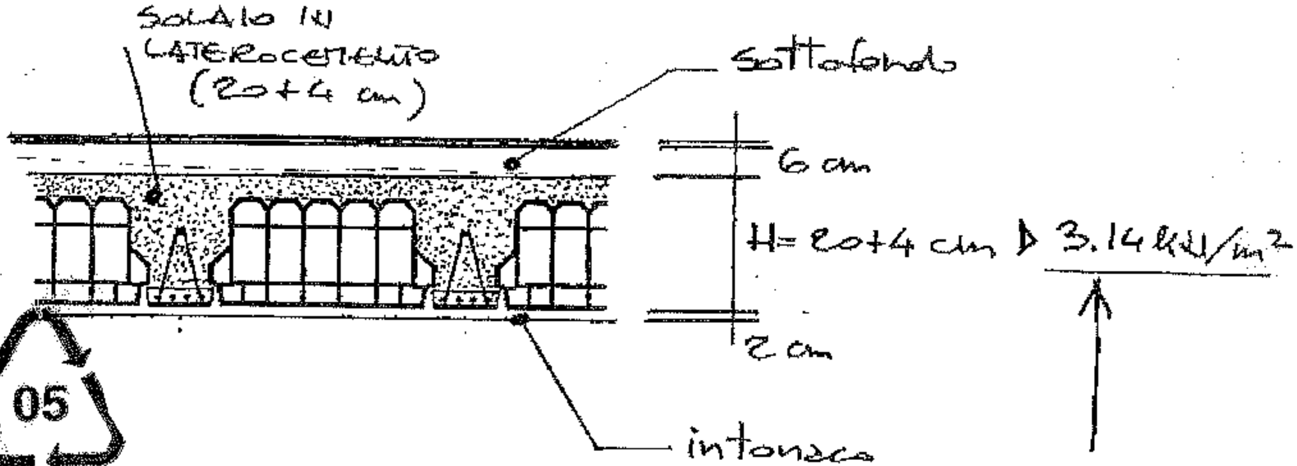
Pesi unitari di materiali da costruzione ed elementi costruttivi

Materiale	Pesi unitari kg/m³ da	Pesi unitari kg/m³ a
Acciaio	7.850	
Alluminio	2.600	2.700
Aluman	2.600	2.800
Amianto	2.050	2.700
Anticorodal	2.600	2.800
Ardesia natur. ed artif. . . .	2.600	2.700
Asfalto	1.100	1.300
Avional	2.600	2.800
Bronzo	8.500	9.200
Calcestruzzo di cemento . . .	2.200	
Catrame	1.100	1.200
Cemento armato	2.500	
Conglomer. cem. sempl. . . .	2.200	
Conglomerato magro di calce .	1.800	2.200
Cristallo	2.900	3.000
Duralluminio	2.600	2.800
Ferro	7.850	
Ghiaccio	920	
Ghiaccio in cumuli	1.600	1.800
Ghisa	7.200	7.700
Legno dolce	500	700
Legno forte	700	900
Malta comune	1.650	1.850
Malta di calce e pozzolana . .	1.300	1.500
Mattoni comuni	1.500	1.700
Mattoni refrattari	2.000	2.100
Marmi calcarei	2.500	2.700
Massicciata stradale completa .	2.000	2.200
Muratura di mattoni vuoti . . .	1.050	1.100
Muratura di mattoni pieni . . .	1.500	1.600
Muratura di tufo listato . . .	1.700	1.900
Muratura di pietrame calcareo .	2.200	2.500
Neve asciutta appena caduta . .	75	125
Neve bagnata	400	600
Ottone	8.400	8.700
Pietrame tufaceo	2.000	2.200
Pietrame arenar. leggero . . .	2.200	2.600
Pietrame calc., aren.	2.500	2.700
Pietrame lavico, granitico . . .	2.600	2.900
Pietrisco unif. in cumuli . . .	1.700	1.900
Piombo	11.200	11.400
Pomice	400	900
Pozzolana del Vesuvio	950	1.050
Pozzolana romana	1.100	1.150
Rame	8.600	8.900
Sabbia asciutta uniforme . . .	1.350	1.500
Sabbia asciutta mischiata . . .	1.400	1.650
Scorie di altoforno	2.500	2.800
Vetro	2.500	2.700
Zinco	7.000	7.200

CALCESTRUZZI LEGGERI

Tipo di inerte leggero	Miscela: Cemento (kg/m³)	Miscela: Inerte (% in volume)	Peso specif. apparente (kg/m³)
Argilla espansa	150	50 % 3-8 mm 50 % 8-15 mm	800
Argilla espansa	300	34 % 0-3 mm 33 % 3-8 mm 33 % 8-15 mm	1200
Argilla espansa	300	34 % 0-3 mm (sabbia) 33 % 3-8 mm 33 % 8-15 mm	1500
Polistirolo espanso	150-300	12 kg/m³	200-800
Vermiculite	150-300	50 % 0-3 mm 50 % 3-6 mm	250-400
Pomice	175-250	50 % 0-8 mm 50 % 8-15 mm	1000-1300
Pomice	250-300	50 % 0-8 mm 50 % 8-15 mm	1300-1600
Scoria d'alto forno espansa	100-250	50 % 10-20 mm 50 % 15-25 mm	1100-1600

Esempio di calcolo
del carico permanente per 1 m² di solaio



Ⓐ peso proprio impalcato

- peso proprio solaio 3.14 kN/m²
- incidenza dei cordoli 0.08 kN/m²

[p. 2-4] totale p.p. impalcato 3.22 kN/m²

SOLAIO A TRAVETTI TRALICCIATI (RDB)

CARATTERISTICHE COSTRUTTIVE					
ALTEZZA H cm		PESO TRAVI E BLOCCHI Kg/m²	CONGL. PER GETTO l/m²	PESO SOLAIO IN OPERA Kg/m²	kN/m²
12	+4	80	68	250	2.45
	+5		78	275	2.70
16	+4	86	79	285	2.80
	+5		89	310	3.04
18	+4	90	84	300	2.94
	+5		94	325	3.19
20	+4	93	90	320	3.14
	+5		100	345	3.38
22	+4	98	97	340	3.34
	+5		107	365	3.58
24	+4	107	103	365	3.58
	+5		113	390	3.82
28	+4	113	116	460	4.51
	+5		126	485	4.76

Ⓑ opere di finitura

- pavimento in piastrelle 0.40 kN/m²
- sottofondo (s = 6 cm)
  $1 \times 1 \times 0.06 \times 20\ kN/m^3 = 1{,}20\ kN/m^2$
- intonaco (s = 2 cm)
  $1 \times 1 \times 0.02 \times 20\ kN/m^3 = 0{,}40\ kN/m^2$

totale solaio 5,22 kN/m²

Ⓒ divisori ripartiti 1,41 kN/m²

[p. 5-6]

6.63 kN/m² → PERMANENTE DA ASSIMILARE AL SOVRACCARICO VARIABILE (p. es 2 kN/m²)

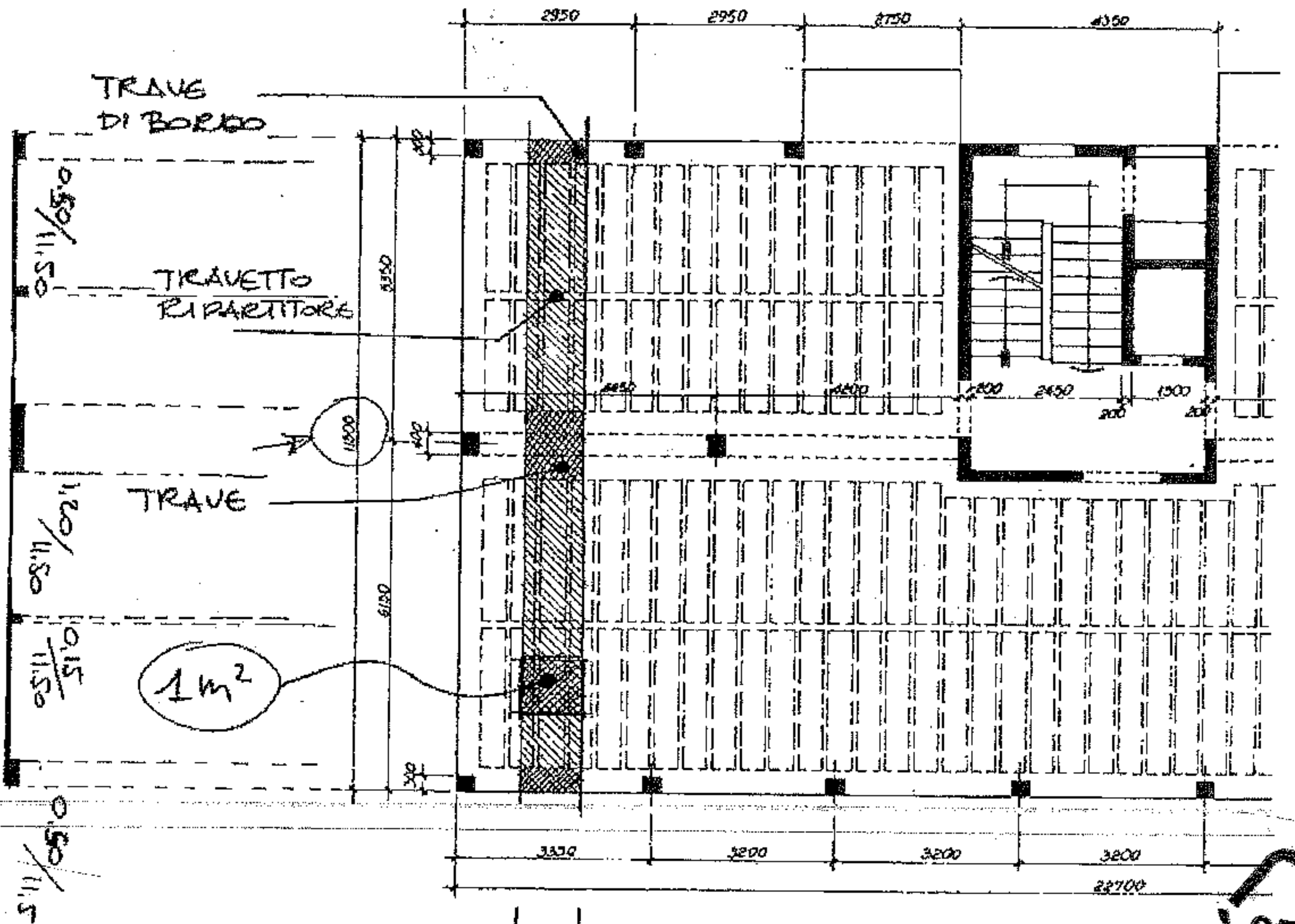
Ⓓ opere che possono mancare − 1,96

[p. 11] UNA PARTE DI PERMANENTE DIVENTA VARIABILE

4.67 kN/m² PERMANENTE nel caso di variabile pari a 3.96 kN/m²

INCIDENZA DEI CORDOLI E DELLE TRAVI

Vengono stimati i pesi aggiuntivi dovuti a quelle parti del solaio nelle quali viene a mancare l'alleggerimento dovuto ai laterizi (pignatte)



1 m

è il peso unitario in assenza di cordoli

un solaio 20+4 pesa $3.14\ kN/m^2$ se alleggerito

o $0.24 \times 25\ kN/m^3 = 6.00\ kN/m^2$ se pieno

su una fascia larga 1 m e lunga 11.50 m si hanno

$2 \times (0.15 + 0.50) + 1.20 = 2.5$ m pieni.

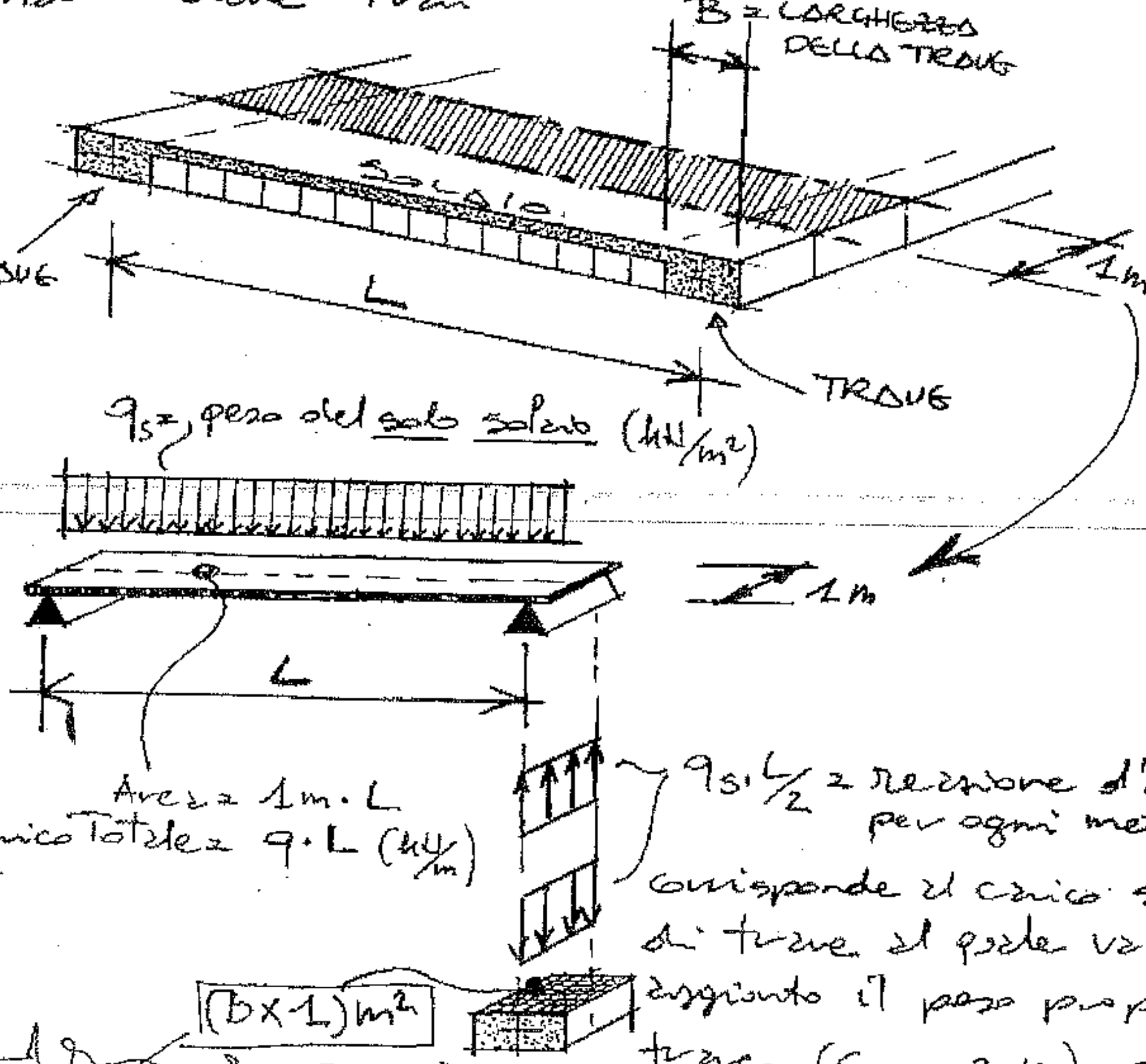
quindi il peso unitario medio andrebbe aumentato di $(6.00 - 3.14) \times \frac{2.5}{11.50}$

quindi aumentando il carico medio al m² di

$(6.00 - 3.14) \cdot \frac{2.5}{11.50} = 0.62\ kN/m^2$ si tiene conto del peso proprio di TRAVI E CORDOLI $(\simeq +20\%)$

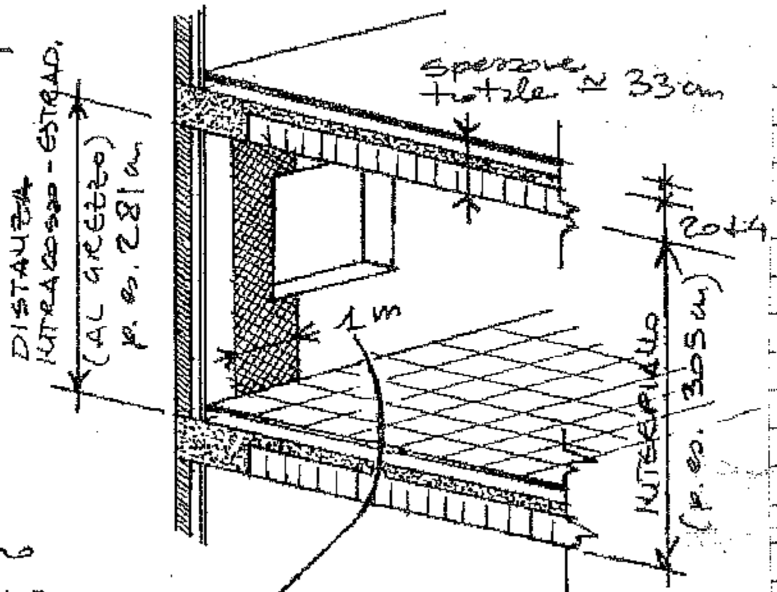
Si osserva però che il peso delle TRAVI è applicato in corrispondenza degli appoggi del solaio (ossia le travi stesse) e quindi contribuisce alla somma dei pesi totali ma non alla flessione dei solai.

In alternativa si trascura il peso proprio delle travi nell'analisi del solaio, per poi aggiungerlo solo nella analisi delle travi



corrisponde al carico su un metro di trave al quale va ancora aggiunto il peso proprio della trave $(6.00 - 3.14) \times B$

per ogni metro di trave va aggiunto l'incremento di peso $(6.00-3.14)\ kN/m^2$ su B metri quadri in pianta occorre stimare quanti m² di tamponamenti pesano sulla struttura



TAMPONAMENTI ESTERNI

- di solito gravano direttamente sulle travi di bordo e quindi va calcolato il peso che insiste su un metro di trave
- i m² di muratura che gravano su 1 m in pianta si ottengono semplicemente dall'altezza totale del tamponamento = INTERPIANO – SPESSORE SOLAIO

nell'esempio 305 − (20+4) = 281 cm

quindi si hanno $2{,}81\ \frac{m^2}{m}$

- l'area della muratura può essere ridotta per considerare le aperture esterne

quindi:

* PARETE LATERALE (piena)

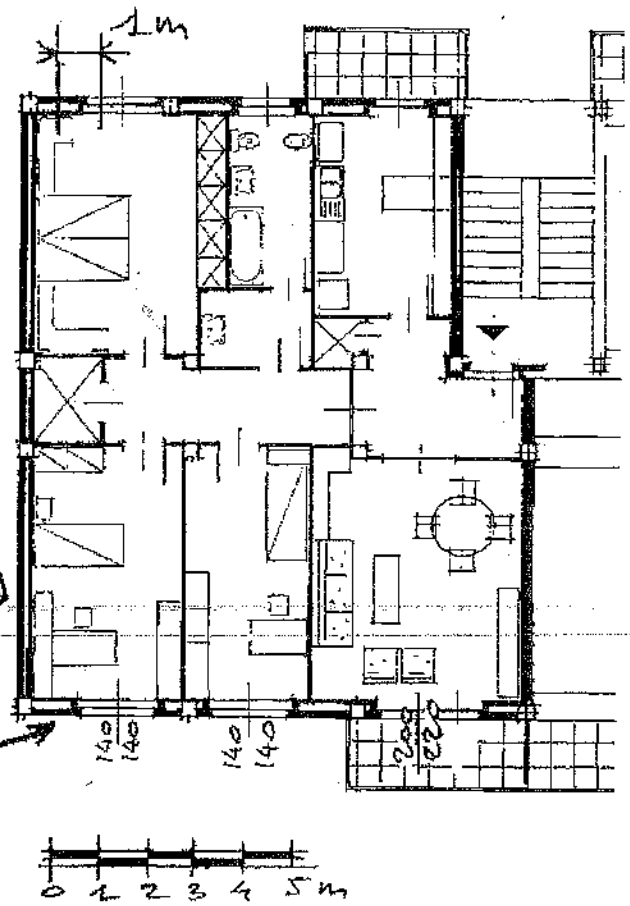
$2{,}81\ \frac{m^2}{m} \times 4{,}23\ \frac{kN}{m^2} = 11{,}9\ kN/m$

100% pieno

* FACCIATA (con fori)

$2{,}81\ \frac{m^2}{m} \times 70\% \times 4{,}23\ \frac{kN}{m^2} \simeq 8{,}3\ kN/m$

~70% pieno



TAMPONAMENTI INTERNI

- per ogni area di solaio omogenea quanto a densità delle divisioni interne (p. es. l'appartamento di figura) si calcola la lunghezza totale dei divisori in pianta (eventualmente suddivisi per spessore, se differente)

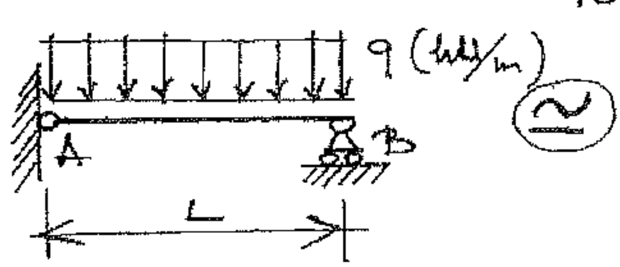
nell'esempio ~36 m di divisori su 120 m² = 0,3 m/m²

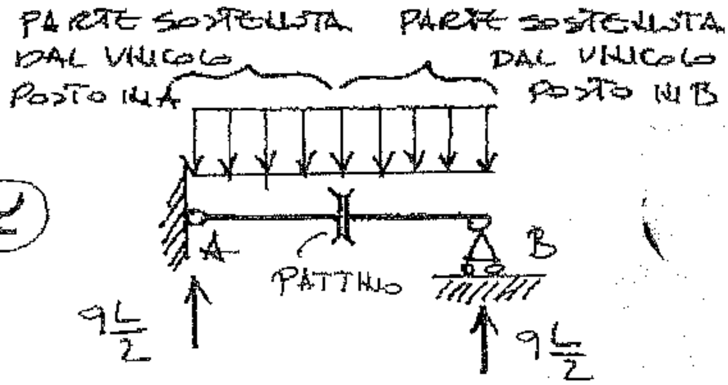
quindi l'incidenza dei divisori è $0{,}3\ \frac{m}{m^2} \cdot 2{,}81\ \frac{m^2}{m} \cdot 1{,}68\ \frac{kN}{m^2} = 1{,}41\ \frac{kN}{m^2}$

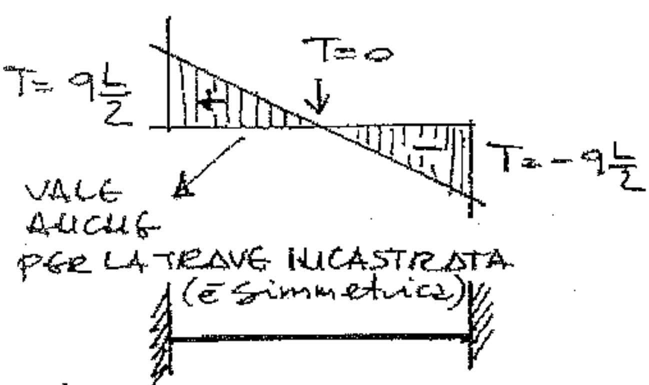
AREA DI INFLUENZA

In un generico elemento inflesso (TRAVE, SOLAIO) il punto dove TAGLIO NULLO assume un significato fisico particolare: suddivide la campata in zone di pertinenza dei rispettivi appoggi alle estremità.

Alcuni esempi...



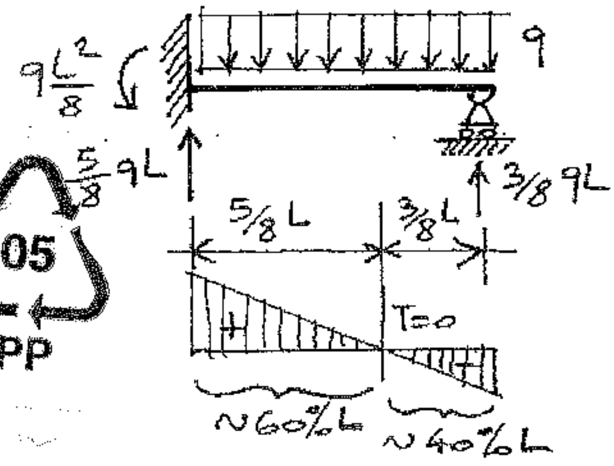


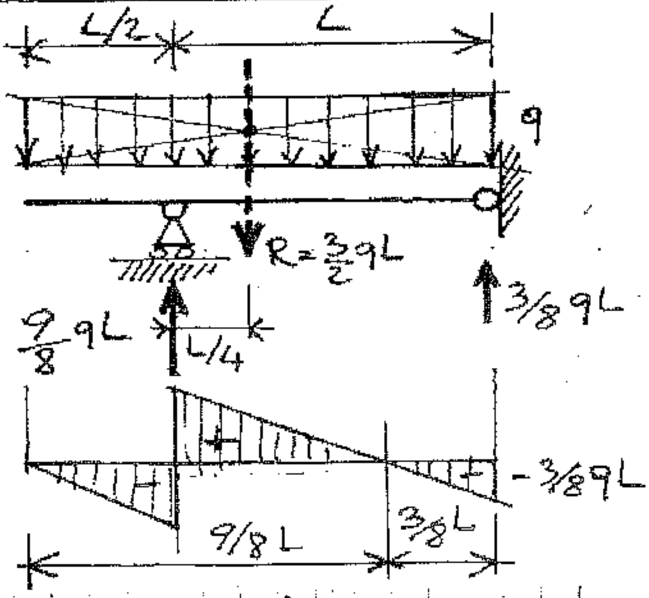


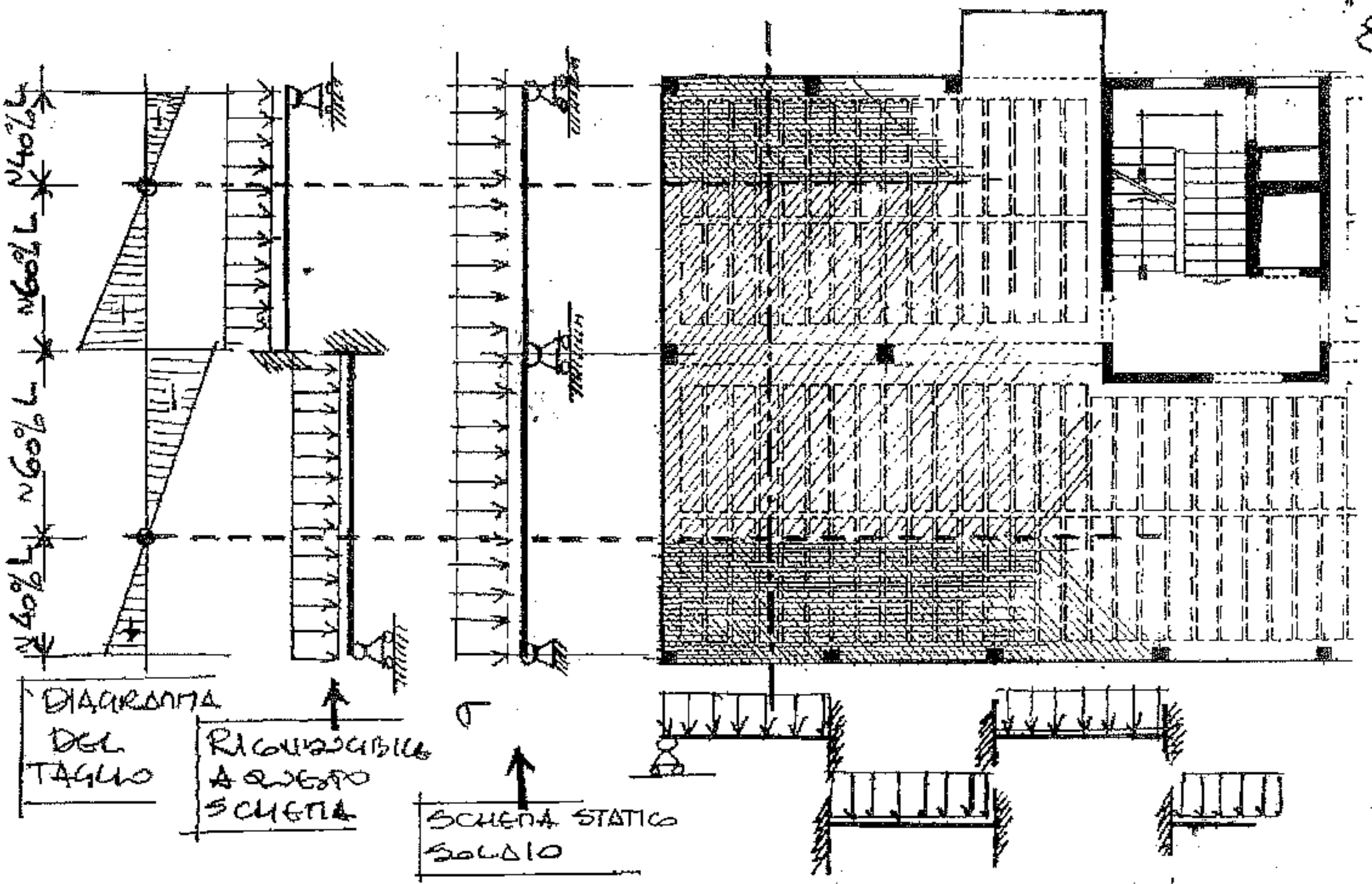
idealmente potremmo introdurre nel punto dove T=0 un PATTINO (trasmette il momento e lo sforzo assiale ma non il taglio) senza che la statica della trave ne risulti alterata

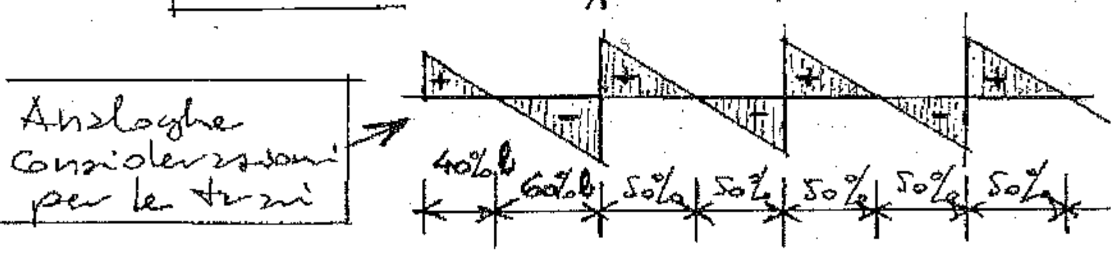
> in questo modo si può pensare che ciascun appoggio sostenga quella porzione di trave che sta dalla sua parte rispetto al punto T=0

CASI NON SIMMETRICI...

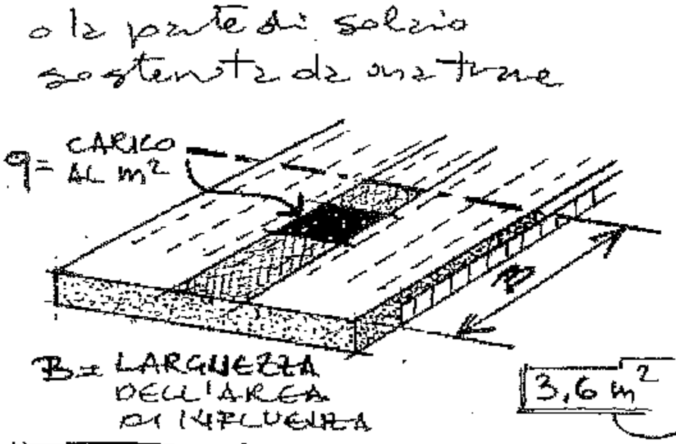




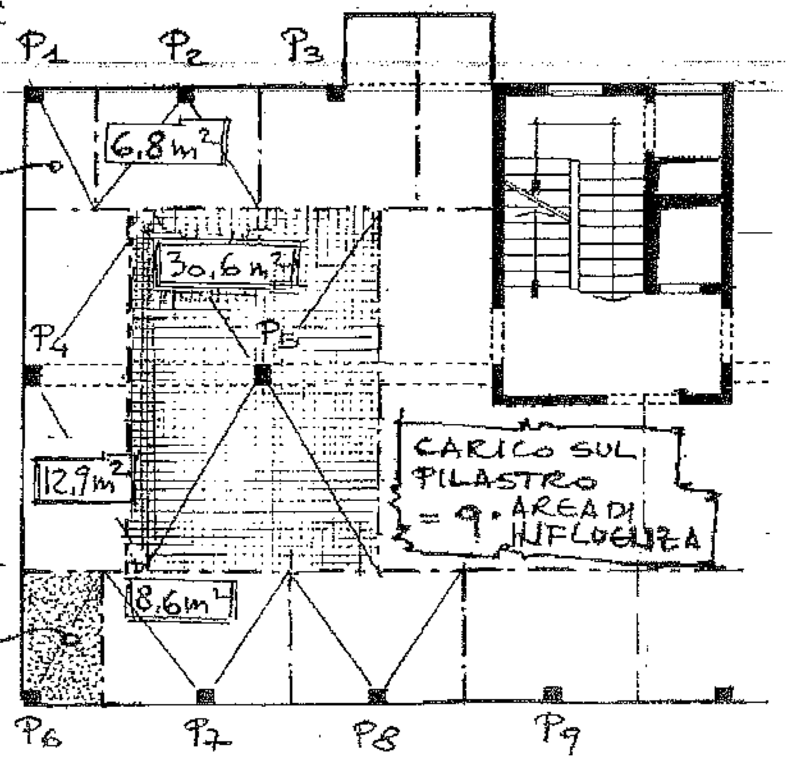




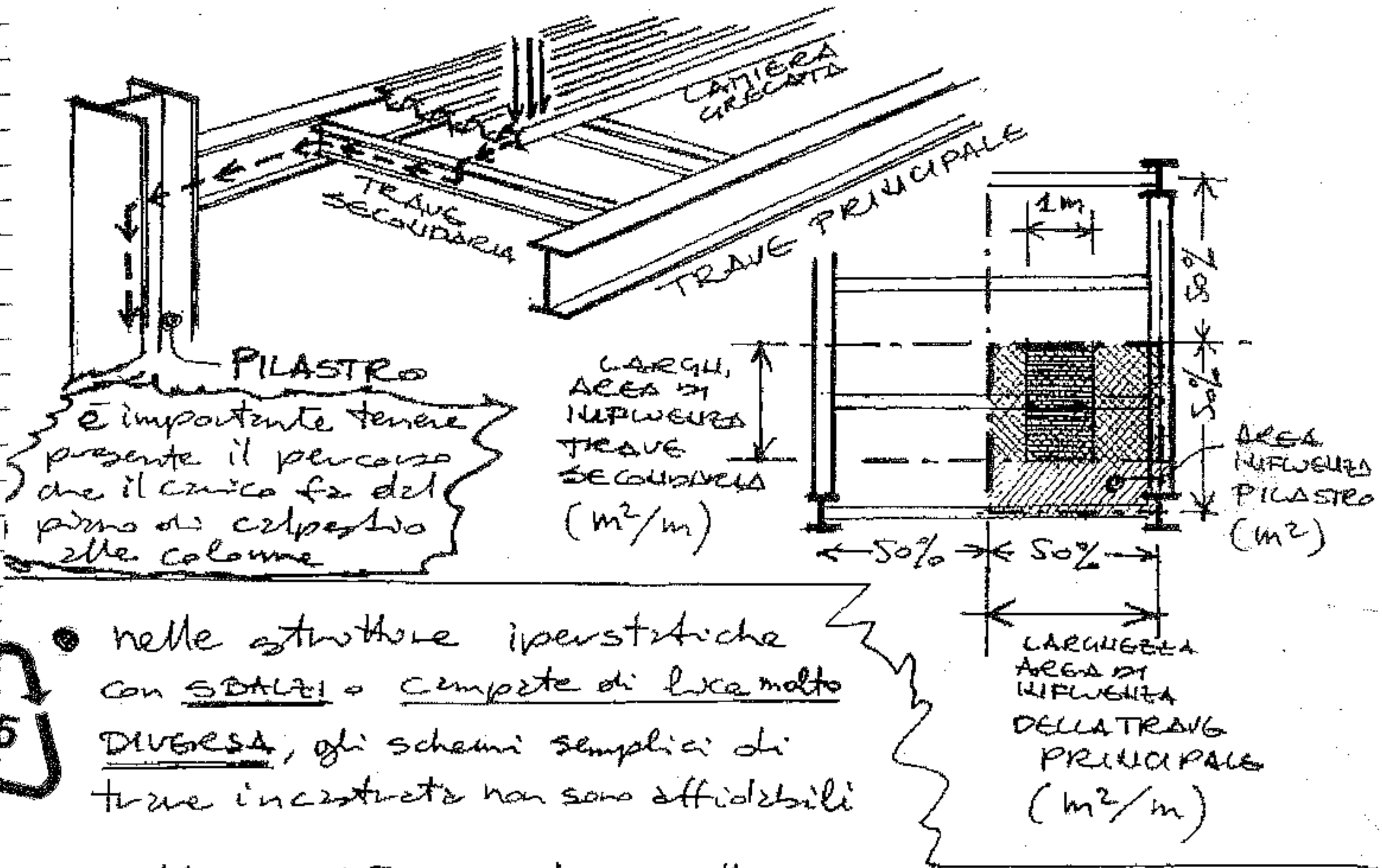
Con queste considerazioni si individuano le AREE di pertinenza di ciascun pilastro o la parte di solaio sostenuta da una trave



CARICO AL METRO SULLA TRAVE = q · B

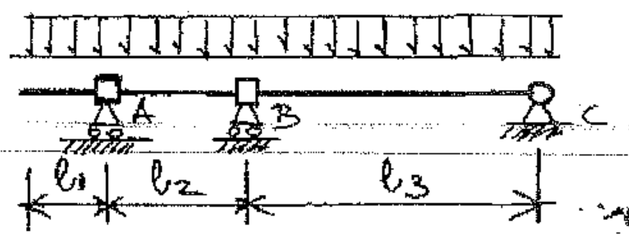


- Nelle strutture in acciaio è più frequente incontrare degli schemi isostatici, nei quali di solito le aree di influenza sono simmetriche



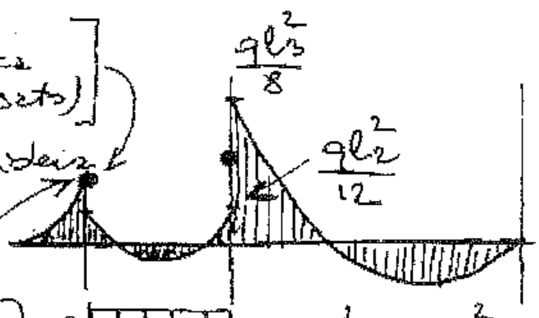
- nelle strutture iperstatiche con SBALZI o campate di luce molto DIVERSA, gli schemi semplici di trave incastrata non sono affidabili

Una stima più accurata si ottiene come segue:

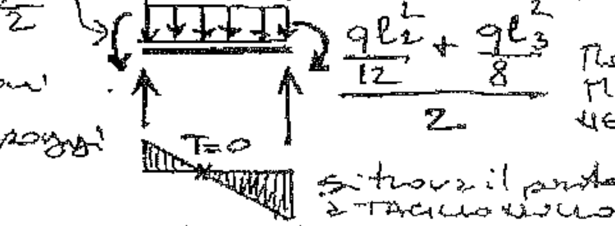


(a) si blocca la rotazione degli appoggi intermedi

(b) si calcolano i momenti di incastro ai morsetti considerando:
- se c'è uno sbalzo il suo momento (la mensola è una parte isostatica e il suo momento di incastro è fissato)
- nelle campate intermedie si considera il momento di incastro medio

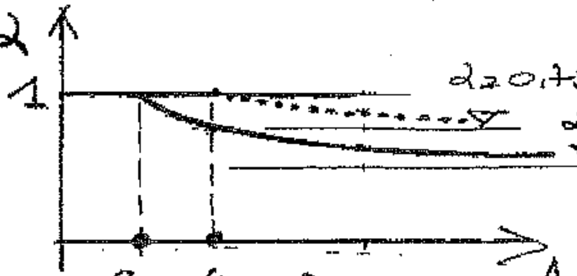


(c) si equilibrano le singole campate considerando i valori stimati dei momenti agli appoggi



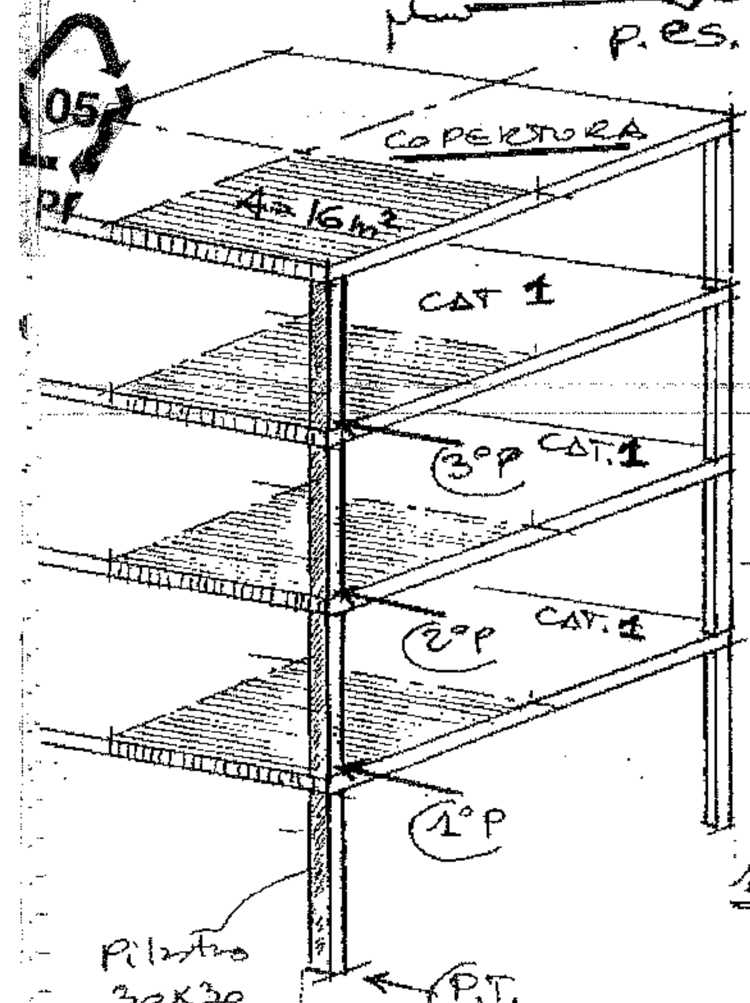
COEFFICIENTE DI RIDUZIONE

Data la ridotta probabilità che il carico VARIABILE si verifichi con la massima intensità simultaneamente in ogni parte di una vasta area di carico, questo potrà venire ridotto nella verifica degli elementi strutturali (non si applica a neve e vento!)



— CAT 1, 2, 6, 8 $\quad 1 \geq \alpha \geq 0{,}50 + \frac{10\,m^2}{A}$

···· CAT 3, 4 $\quad 1 \geq \alpha \geq 0{,}75 + \frac{10\,m^2}{A}$



p. es. ipotizzando p = 6 kN/m² PERMANENTE

VARIABILI $\left[\begin{array}{l} q_N = 1{,}28\ kN/m^2 \quad \text{NEVE} \\ q = 2{,}0\ kN/m^2 \quad \text{CAT. 1} \end{array}\right.$

P.P. pilastro = 0,3 x 0,3 x 2,8 x 25 kN/m³ = 6,3 kN

CARICO ALLA BASE DEI PILASTRI

3° P $\quad A \cdot (6 + 1{,}28) + 6{,}3 = 122{,}8$ kN
α = 1 (NEVE!) pilastro

2° P $\quad A \cdot (6+1{,}28) + A\,(6+2) + 6{,}3 \times 2$
copertura 3° impalcato pilastri
→ = 257,1 kN
α = 1 (CAT 1 ma A = 16 m² < 20 m²)

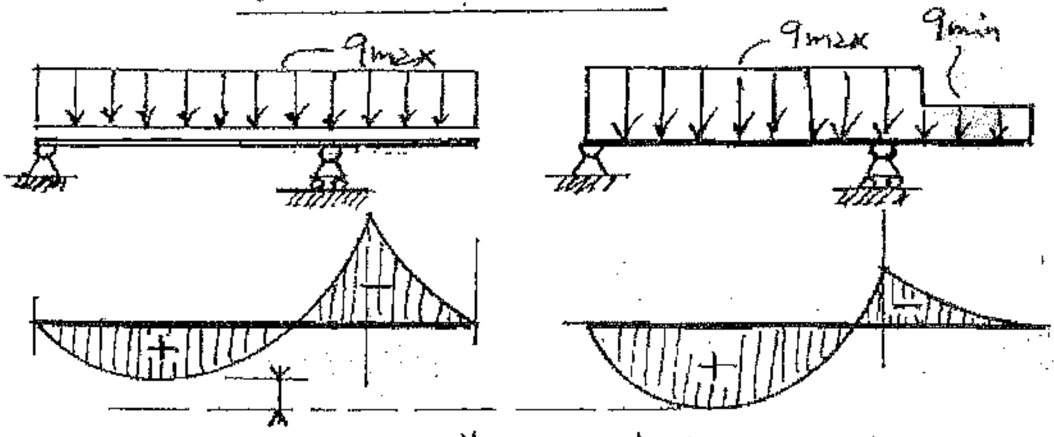
1° P $\quad A \cdot (6+1{,}28) + 2A \cdot (6+2 \cdot \alpha) + 6{,}3 \times 3$
Copertura 2°+3° impalcato pilastri
→ = 379,4 kN $\quad \alpha = 0{,}8125$
(32 m² CAT. 1)

P.T. $\quad A \cdot (6+1{,}28) + 3\,A\,(6+2 \cdot \alpha) + 6{,}3 \times 4 = 497{,}7$ kN
Copertura 3 impalcati 4 pilastri
α = 0,708
(Area = 48 m² CAT 1)

CARICHI CHE POTREBBERO MANCARE

Nel calcolo di alcuni elementi strutturali, ciò che è importante è il CARICO MASSIMO che può gravare su di esso (per es. nel calcolo dello sforzo assiale dei pilastri).
Nelle strutture però è frequente il caso in cui due o più elementi strutturali sono collegati e si influenzano vicendevolmente (continuità di campate, sbalzi, ecc.)
In questi casi è importante conoscere anche il CARICO MINIMO che può insistere sulla struttura, perché spesso genera situazioni più sfavorevoli

per esempio



il momento in campata aumenta !

Pertanto, oltre a considerare il caso in cui i sovraccarichi variabili agiscono solo su parte della struttura, va tenuta presente la possibilità che (temporaneamente o meno) alcune opere possano venire rimosse (divisori, pavimento, sottofondo) ed eventualmente venire sostituite con altre di peso inferiore.

p. es.

RIMOZIONE DIVISORI	−1,41 kN/m²
DEMOLIZIONE PAVIMENTO	−0,40 kN/m²
DEMOLIZIONE SOTTOFONDO	−1,20 kN/m²
NUOVO SOTTOFONDO (4 cm)	+0,80 kN/m²
NUOVO PAVIMENTO (legno)	+0,25 kN/m²
	−1,96 kN/m²

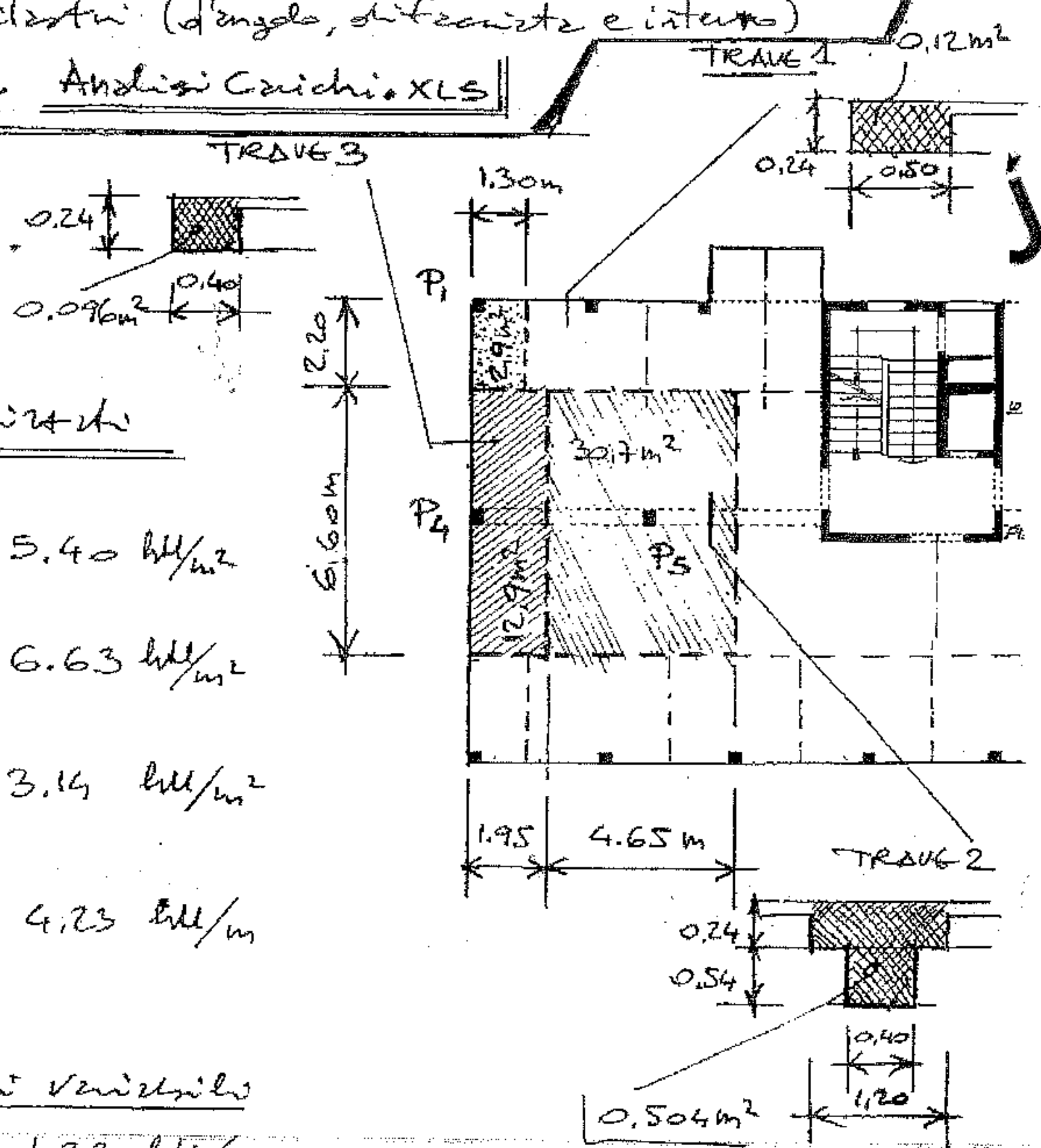
quindi

NUOVO CARICO PERMANENTE
$6.63 - 1.96 = 4.67\ kN/m^2$

NUOVO CARICO VARIABILE
$2.0 + 1.96 = 3.96\ kN/m^2$

Esempio di calcolo del carico che grava su tre pilastri (d'angolo, di facciata e interno) (12)

⇒ si veda Analisi Carichi.XLS



Valori utilizzati

permanente copertura 5.40 kN/m²

permanente solai intermedi 6.63 kN/m²

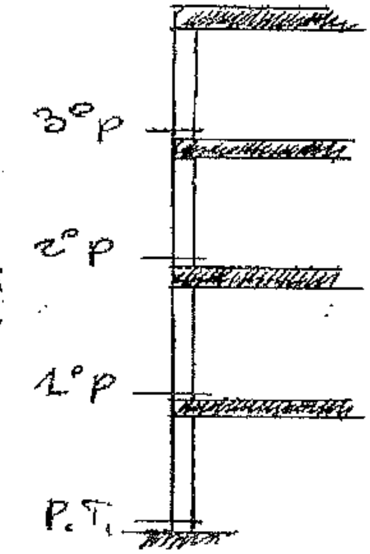
permanente struttura del solaio 3.14 kN/m²

tamponamento esterno 4.23 kN/m

Sovraccarichi variabili

Neve 1.28 kN/m²

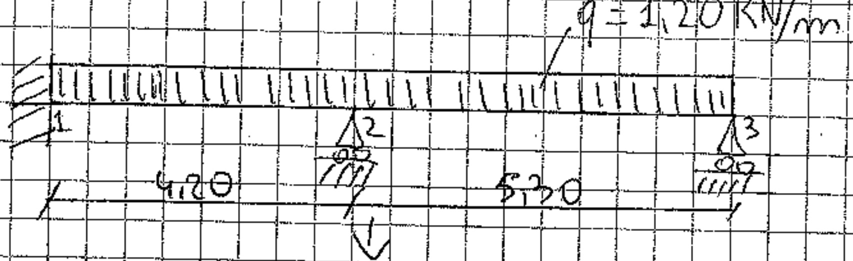
Cat. 1 2.0 kN/m²

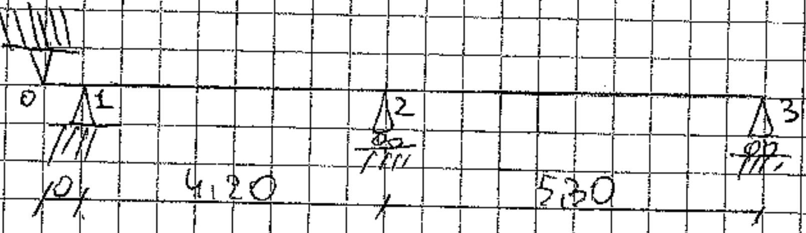


Nel caso in cui i carichi agiscono di travi e tamponamenti esterni vengono inclusi nel permanente dei solai intermedi...

Si veda la soluzione approssimata sul foglio elettronico

07/11/2019





M (0 - 1 - 2)

$$M_0 \cdot 0 + 2M_1 (0 + 4,20) + M_2 \cdot 4,20 = -6 \left(0 + \frac{1}{24}\, 1,2 \cdot (4,20)^3 \right)$$

$$0 + M_1 \cdot 8,40 + M_2 \cdot 4,20 = -22,22$$

$$M_1 = \frac{-M_2 \cdot 4,20 - 22,22}{8,40} \text{ KN}\cdot\text{m}$$

M (1 - 2 - 3)

$$M_1 \cdot 4,20 + 2M_2 (4,20 + 5,30) + M_3 \cdot 5,30 = -6 \left(\frac{1}{24}\, 1,2 \cdot 4,20^3 + \frac{1}{24}\, 1,2 \cdot 5,3^3 \right)$$

$$M_1 \cdot 4,20 + M_2 \cdot 19 + 0 = -22,22 - 44,66$$

$$\begin{cases} M_1 = \dfrac{-M_2 \cdot 4,20 - 22,22}{8,40} \\ M_1 \cdot 4,20 + M_2 \cdot 19 = -66,88 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_1 = \dfrac{-M_2 \cdot 4,20 - 22,22}{8,40} \\ \left(\dfrac{-M_2 \cdot 4,20 - 22,22}{8,40} \right) \cdot 4,20 + M_2 \cdot 19 = -66,88 \end{cases}$$

B3

$$\begin{cases} M_1 = \dfrac{-M_2 \cdot 4{,}20 - 22{,}22}{8{,}40} \\[2ex] \cancel{M} \dfrac{-M_2 \cdot 17{,}64 - 93{,}32}{8{,}40} + M_2 \cdot 19 = -66{,}88 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_1 = \dfrac{-M_2 \cdot 4{,}20 - 22{,}22}{8{,}40} \\[2ex] -M_2 \cdot 17{,}64 - 93{,}32 + M_2 \cdot 159{,}60 = -561{,}792 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_1 = \dfrac{-M_2 \cdot 4{,}20 - 22{,}22}{8{,}40} \\[2ex] M_2 = \dfrac{93{,}32 - 561{,}792}{141{,}96} \end{cases} \qquad \begin{cases} M_1 = \dfrac{-M_2 \cdot 4{,}20 - 22{,}22}{8{,}40} \\[2ex] M_2 = -3{,}30 \end{cases}$$

$$M_1 = \frac{-3{,}30 \cdot 4{,}20 - 22{,}22}{8{,}40}$$

$$M_1 = -4{,}30 \ \text{KN} \cdot m$$

$$M_2 = -3{,}30 \ \text{KN} \cdot m$$

$$M_{2(s)} = M_1 + R_1 \cdot 4{,}20 - 1{,}20 \cdot 4{,}20 \cdot 2{,}10$$

$$-3{,}30 = \overset{+4{,}30}{\cancel{M}} + R_1 \cdot 4{,}20 - 10{,}58$$

$$R_1 = \frac{-3{,}30 + 10{,}58 + 4{,}30}{4{,}40} = 2{,}63 \ \text{KN}$$

$$M_{2(D)} = M_3 + R_3 \cdot 5{,}30 - 1{,}20 \cdot 5{,}30 \cdot 2{,}65$$

$$-3{,}30 = 0 + R_3 \cdot 5{,}30 - 16{,}85$$

$$R_3 = \frac{-3{,}30 + 16{,}85}{5{,}30} = 2{,}55 \text{ KN}$$

$$M_1 = M_3 + M_2 + R_3 \cdot 9{,}50 + R_2 \cdot 4{,}20 - 1{,}20 \cdot 9{,}50 \cdot 4{,}75$$

$$-4{,}30 = 0 - 3{,}30 + 2{,}55 \cdot 9{,}50 + R_2 \cdot 4{,}20 - 54{,}15$$

$$R_2 = \frac{-4{,}30 + 3{,}30 - 24{,}22 + 54{,}15}{4{,}20}$$

$$R_2 = 6{,}87 \text{ KN}$$

13/11/2014

$$\gamma = \frac{P}{V} \left(\frac{N}{m^3}\right)$$

$KN = 1000\ N$

$MN = 10^6\ N$

Cls (acqua, inerti, cemento) = 2400 Kg/m^3

2400 Kg/m^3 = 24 KN/m^3

C.a = 25 KN/m^3

Fe = 78,50 KN/m^3

Legno = 5 ÷ 7 KN/m^3

Malta = 20 KN/m^3

Mattone pieno = 15 KN/m^3

Mattone forato = 8 KN/m^3

Tufo = 17 KN/m^3

Materiali isolanti = 0,4 KN/m^3

Pavimenti in ceramica = 10 KN/m^3

Pavimenti in marmo = 20 KN/m^3

Guaine = 20 KN/m^3

Muratura in pietra = 27 KN/m^3

36

Carichi accidentali

Fabbricati residenziali → 2 KN/m²

Fabbricati per uffici: privati 2 KN/m²

pubblici 3 KN/m²

Fabbricati per edifici pubblici: scuole — [Superiori 4 KN/m² / Elementari 3 KN/m²]

ospedali : 4 KN/m²

depositi archivi : 6 KN/m²

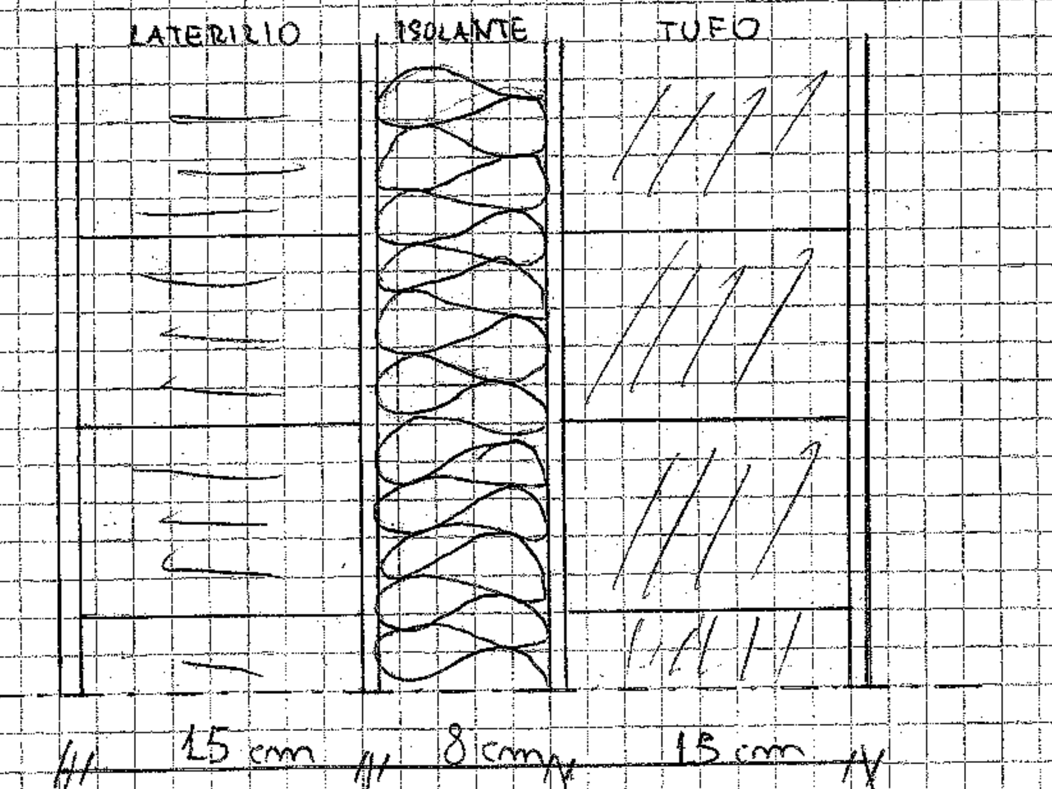
piccoli negozi : 4 KN/m²

grossi supermercati : 5 KN/m²

rampe per macchine : 2,5 KN/m²

garage per macchine : 5-10 KN/m²

coperture : 1 KN/m²



INTONACO $= 15\ KN/m^3 =$

$= 1 \cdot 1 \cdot 15\ KN/m^3 \cdot 0{,}015\ m = 0{,}225\ KN/m^2$

LATERIZIO FORATO: $8\ KN/m^3 =$

$= 1 \cdot 1 \cdot 8\ KN/m^3 \cdot 0{,}15\ m = 1{,}2\ KN/m^2$

RINZAFFO $= 20\ KN/m^3 =$

$= 1 \cdot 1 \cdot 20\ KN/m^3\ 0{,}01\ m = 0{,}2\ KN/m^2$

ISOLANTE $= 0{,}4\ KN/m^3 =$

$= 1 \cdot 1 \cdot 0{,}4\ KN/m^3 \cdot 0{,}08\ m = 0{,}032\ KN/m^2$

TUFO $= 17\ KN/m^3 =$

$= 1 \cdot 1 \cdot 17\ KN/m^3 \cdot 0{,}15\ m = 2{,}55\ KN/m^2$

INTONACO INTERNO $= 15\ KN/m^3 =$

$= 1 \cdot 1 \cdot 15\ KN/m^3 \cdot 0{,}015\ m = 0{,}225\ KN/m^2$

$4{,}43\ KN/m^2$

$$4{,}43 \cdot \underbrace{2{,}90}_{\text{altezza muratura}} = 12{,}85\ KN/m$$

$KN/m^2 \cdot m = KN/m$

15/11/2014

Programma 4° anno

1) Analisi carichi

2) Calcolo solai

3) Calcolo travi

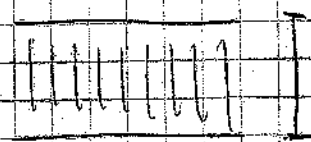
4) Calcolo pilastri

5) Fondazioni

D.M. 14/01/2008

Decreto ministeriale sulle normative e tecniche di costruzioni

Solaio



$s \geq \frac{1}{25}\, l$

in elementi prefabbricati $\geq \frac{1}{30} \cdot l$

$l = 650$ cm

$s = \frac{1}{25} \cdot 650 = 26$ cm

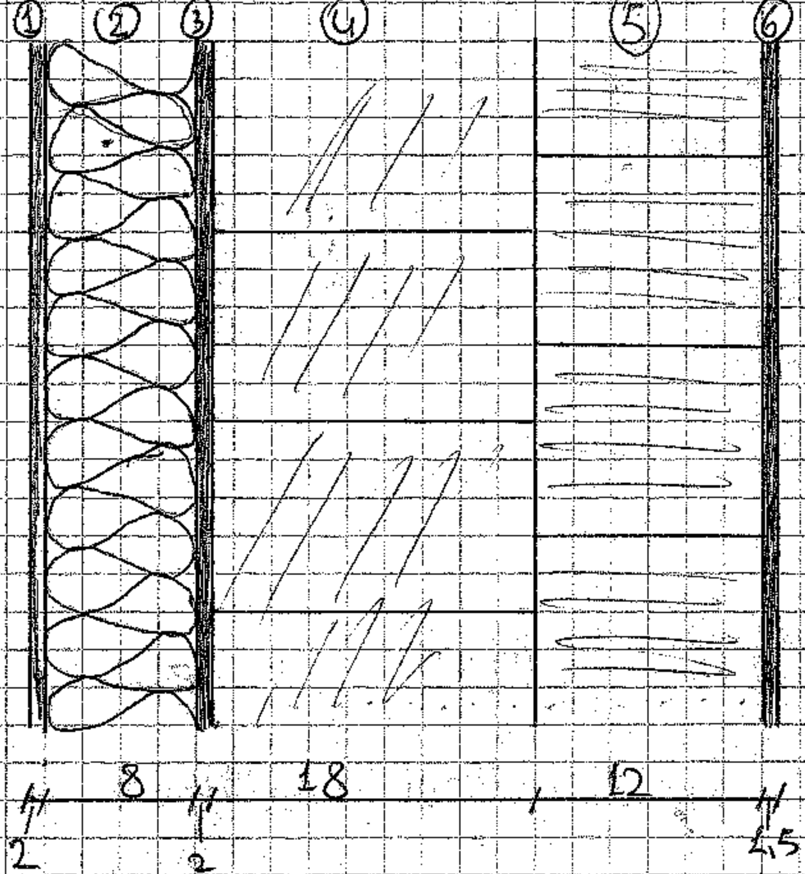
in elementi prefabbricati $= \frac{1}{30} \cdot 650 = 21.66$ cm

pignatte : dimensioni altezza

dimensioni commerciali :

1) 12 cm
2) 16 cm
3) 20 cm
4) 24 cm
5) 26 cm

(3–5) più utilizzate



1) = 1 · 1 · 0,02 m · 15 KN/m³ = 0,30 KN/m²
2) = 1 · 1 · 0,08 m · 0,4 KN/m³ = 0,032 KN/m²
3) = 1 · 1 · 0,02 m · 15 KN/m³ = 0,30 KN/m²
4) = 1 · 1 · 0,18 m · 8 KN/m³ = 1,44 KN/m²
5) = 1 · 1 · 0,12 m · 17 KN/m³ = 2,04 KN/m²
6) = 1 · 1 · 0,015 m · 15 KN/m³ = 0,225 KN/m²

4,34 KN/m²

4,34 · 2,90 = 12,586 KN/m

18/11/2014

1) P.P. Azioni permanenti G_1

2) Azioni permanenti non strutturali G_2 $\begin{cases} \text{massetto} \\ \text{pavimento} \\ \text{intonaco} \\ \text{tramezzi} \end{cases}$

3) Carichi accidentali Q

4) Neve

5) Vento

6) SISMICA

20/11/2014

Peso neve

Divisione in tre zone

Lo prima zona è divisa in due sottozone

Bari fa parte della zona due | in un altezza inferiore a 200m il qK vale 1

Formula effetto neve

$q_{\substack{suolo \\ neve}} = q_K \cdot \mu \cdot C_E \cdot C_T$

$q_K = 0{,}85 \cdot \left(1 + \left(\frac{a}{481}\right)^2\right) =$

$= 0{,}85 \cdot \left(1 + \left(\frac{484}{481}\right)^2\right) = 1{,}71 \to 1{,}70$

q_K = q caratteristico

μ = pendenza copertura

C_E = coefficente di esposizione

C_T = coefficente termico

$q_{\substack{suolo \\ neve}} = 1{,}70 \cdot 0{,}80 \cdot 1 \cdot 1 = 1{,}36 \ KN/m^2$

Altamura = 484m a livello del mare

μ se la pendenza è compreso fra 0° e 35° = 0,80

Vento

Per il vento l'Italia e' stata divisa in 9 zone

Altamura appartiene alla zona 3

27 m/s

$$27 \cdot 3{,}6 = 97{,}20 \ Km/h$$

Effetto vento

$$q_v = \frac{1}{2} \underbrace{\rho}_{\text{densità aria}} \cdot v^2$$

$$q_v = \frac{1}{2} \cdot 1{,}25 \cdot (27)^2 = 455{,}62 \ N/m^2$$

27/11/2014

Relazione di calcolo di una tettoia

DATI

PILASTRI : (30x30) cm

IMPALCATO/ASSITO : s = 5 cm

MASSETTO : s = 10 cm

PAVIMENTO CERAMICA : s = 1 cm

TRAVE SECONDARIA : (10x16) cm

LOCALITÀ : GRAVINA $q_m = 1{,}20\ KN/m^2$

Q ACCIDENTALE PER MANUTENZIONE :

$1\ KN/m^2$

$P.P = 0{,}10 \cdot 0{,}16 \cdot 7 = 0{,}112\ KN/m$

$P.\ IMPALCATO = 0{,}05 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 7 = 0{,}35\ KN/m^2$

$P.\ MASSETTO = 0{,}10 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 20 = 2{,}00\ KN/m^2$

$P.\ CERAMICA = 0{,}01 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 10 = 0{,}1\ KN/m^2$

$Q_{NEVE} = 1{,}2\ KN/m^2$

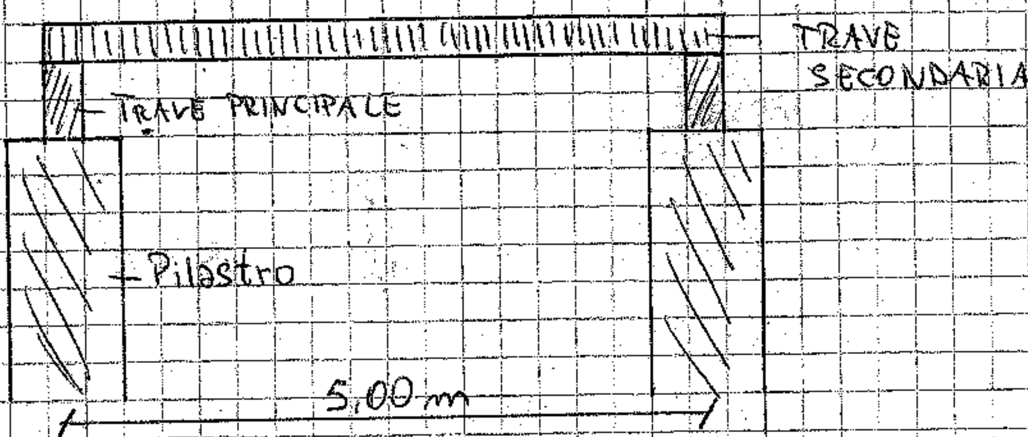
$Q_{PERSONE} = 1\ KN/m^2$

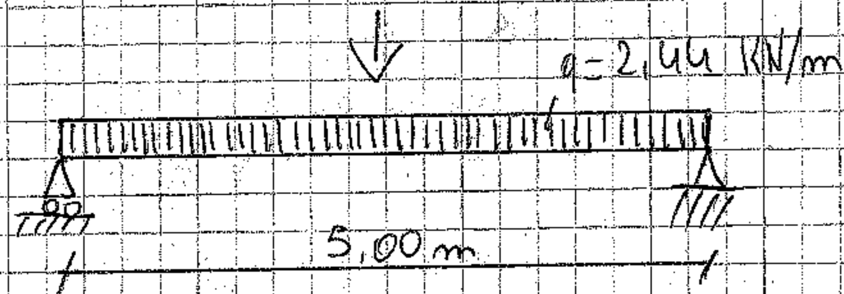
$4{,}65\ KN/m^2 + 0{,}112\ KN/m$

$4{,}65\ KN/m^2 \cdot \underbrace{0{,}50\ m}_{\text{interasse}} = 2{,}325\ KN/m +$

$0{,}112\ KN/m$

$2{,}44\ KN/m$





$M = \frac{1}{8} q \cdot l^2 = \frac{1}{8} \cdot 2{,}44 \cdot 5^2 = \underline{7{,}625}$ KN·m — flessione + taglio

lunghezza calcolo = o lunghezza netta + 5%
o interasse

Sollecitazione:

Tensione/Flessione $\sigma = \frac{M}{I} \cdot y$ → W

$$\sigma = \frac{M}{W} \left[\frac{N}{mm^2}\right]$$

Taglio puro $\tau = \frac{T_{\text{taglio}}}{A_{\text{sezione}}}$

Taglio

$$\tau = \frac{T \cdot S}{I \cdot b}$$

$$S = A \cdot d \Rightarrow S = \left(b \cdot \frac{h}{2}\right) \cdot \frac{h}{4} = \frac{b \cdot h^2}{8}$$

$$I = A \cdot d^2 \Rightarrow I = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$\tau = \frac{T \cdot \cancel{b} \cdot \cancel{h^2} \cdot \cancel{12}^{3}}{\cancel{8}_{2} \cdot \cancel{b} \cdot \cancel{h^3} \cdot b} = \frac{3}{2} \frac{T}{A} \quad N/mm^2$$

04/12/2014

Travi continue COMPITO DI COSTRUZIONI 27/11/2014 - 4° B

(1)

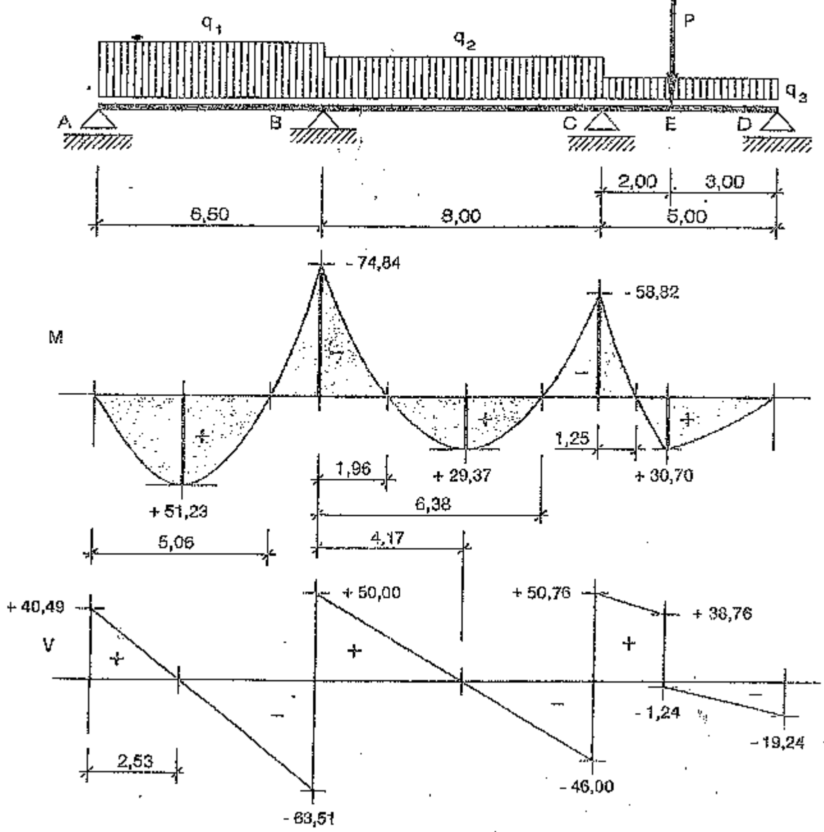
DATI

$q_1 = 16$ KN/m

$q_2 = 12$ KN/m

$q_3 = 6$ KN/m

$P = 40$ KN



Momenti:

$$B_1^* = \frac{16 \times 6{,}50^3}{24} \approx 183{,}08 \text{ kNm}^2;$$

$$B_2^* = C_1^* = \frac{12 \times 8{,}00^3}{24} = 256 \text{ kNm}^2;$$

$$C_2^* = \frac{6 \times 5{,}00^3}{24} + \frac{40 \times 3{,}00}{30} \times (5{,}00^2 - 3{,}00^2) = 95{,}25 \text{ kNm}^2;$$

$$\begin{cases} 2 \cdot M_B \cdot (6{,}50 + 8{,}00) + 8{,}00 \cdot M_C = -6 \times (183{,}08 + 256) \\ 8 \cdot M_B + 2 \cdot M_C \cdot (8{,}00 + 5{,}00) = -6 \times (256 + 95{,}25) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 29 \cdot M_B + 8 \cdot M_C = -2634{,}48 \\ 8 \cdot M_B + 26 \cdot M_C = -2107{,}50 \end{cases}$$

$$M_C = -3{,}625 \cdot M_B - 329{,}31;$$
$$8 \cdot M_B - 94{,}25 \cdot M_B - 8562{,}06 = -2107{,}50$$

$$-86{,}25 \cdot M_B = +6454{,}56 \qquad M_B = -\frac{6454{,}56}{86{,}25} \approx -74{,}84 \text{ kNm};$$

$$M_C = -3{,}625 \times (-74{,}84) - 329{,}31 \approx -58{,}82 \text{ kNm}$$

Taglio:
$M_B = M_A + V_A^d \cdot 6{,}50 - q_1 \cdot \frac{6{,}50^2}{2}$; $\quad V_A^d = -\frac{74{,}84}{6{,}50} + 16 \times \frac{6{,}50}{2} \approx +40{,}49$ kN;

$V_B^s = +40{,}49 - 16 \times 6{,}50 = -63{,}51$ kN;

$M_C = M_B + V_B^d \cdot 8{,}00 - q_2 \cdot \frac{8{,}00^2}{2}$; $\quad V_B^d = \frac{-58{,}82 + 74{,}84}{8{,}00} + 12 \times \frac{8{,}00}{2} \approx 50{,}00$ kN;

$V_C^s = 50{,}00 - 12 \times 8{,}00 = -46{,}00$ kN;

$M_D = M_C + V_C^d \cdot 5{,}00 - 6 \times \frac{5{,}00^2}{2} - 40 \times 3{,}00$;

$V_C^d = \frac{58{,}82}{5{,}00} + 6 \times \frac{5{,}00}{2} + 40 \times \frac{3{,}00}{5{,}00} \approx +50{,}76$ kN;

$V_E^s = 50{,}76 - 6 \times 2{,}00 = +38{,}76$ kN; $\quad V_E^d = 38{,}76 - 40 = -1{,}24$ kN;
$V_D^s = -1{,}24 - 6 \times 3{,}00 = -19{,}24$ kN;

- campata AB: $V = 0$ per: $x_A = \frac{40{,}49}{16} \approx 2{,}53$ m;
- campata BC: $V = 0$ per: $x_B = \frac{50{,}00}{12} \approx 4{,}17$ m;
- campata CD: $V = 0$ per: $x_C = 2{,}00$ m

Reazioni:
$R_A = 40{,}49$ kN; $\quad R_B = 50 + 63{,}51 = 113{,}51$ kN;
$R_C = 46 + 50{,}76 = 96{,}76$ kN; $\quad R_D = 19{,}24$ kN

Momenti in campata:

$M_{AB} = 40{,}49 \times 2{,}53 - 16 \times \frac{2{,}53^2}{2} \approx 51{,}23$ kNm;

$M_{BC} = -74{,}84 + 50 \times 4{,}17 - 12 \times \frac{4{,}17^2}{2} \approx 29{,}37$ kNm;

$M_{CD} = -58{,}82 + 50{,}76 \times 2{,}00 - 6 \times \frac{2{,}00^2}{2} = 30{,}70$ kNm

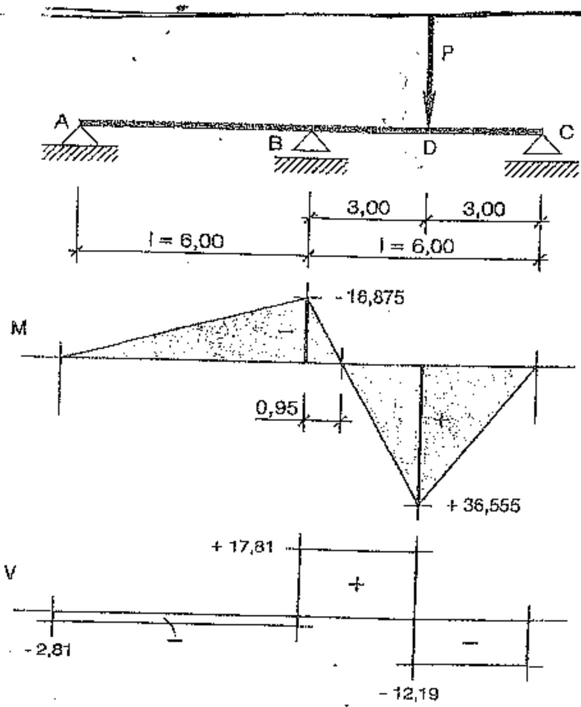
Ascisse di momento nullo:
- campata AB: $40{,}49 \cdot x - 16 \cdot \frac{x^2}{2} = 0 \quad x \cdot (8 \cdot x - 40{,}49) = 0 \quad x = \frac{40{,}49}{8} \approx 5{,}06$ m;
- campata BC: $-74{,}84 + 50 \cdot x - 12 \cdot \frac{x^2}{2} = 0 \qquad 6 \cdot x^2 - 50 \cdot x + 74{,}84 = 0$

$x = \frac{50 \pm \sqrt{50^2 - 24 \times 74{,}84}}{12}$; $\quad x_1 \approx 6{,}38$ m; $\quad x_2 \approx 1{,}96$ m;

- campata CD: $-58{,}82 + 50{,}76 \cdot x - 6 \cdot \frac{x^2}{2} = 0 \qquad 3 \cdot x^2 - 50{,}76 \cdot x + 58{,}82 = 0$

$x = \frac{50{,}76 \pm \sqrt{50{,}76^2 - 12 \times 58{,}82}}{6} \quad x \approx 1{,}25$ m

3



DATI
P = 30 KN

$$B_2^* = \frac{P \cdot b}{6 \cdot l} \cdot (l^2 - b^2) = \frac{30 \times 3,00}{6 \times 6,00} \times (6,00^2 - 3,00^2) = 67,50 \text{ kN m}^2;$$

$$2 \cdot M_B \cdot 12,00 = -6 \times 67,50 \qquad M_B = -\frac{405}{24} = -16,875 \text{ kN m};$$

$$-16,875 = V_A^d \cdot 6,00 \qquad V_A^d = V_B^s = -\frac{16,875}{6,00} \approx -2,81 \text{ kN};$$

$$M_C = -16,875 + V_B^d \cdot 6,00 - 30 \times 3,00;$$

$$V_B^d = V_D^s = \frac{16,875}{6,00} + \frac{30 \times 3,00}{6,00} \approx +17,81 \text{ kN};$$

$$V_D^d = V_C^s = +17,81 - 30 = -12,19 \text{ kN}$$

Reazioni:

$R_A = -2,81$ kN; $R_B = 17,81 + 2,81 = +20,62$ kN; $R_C = 12,19$ kN;

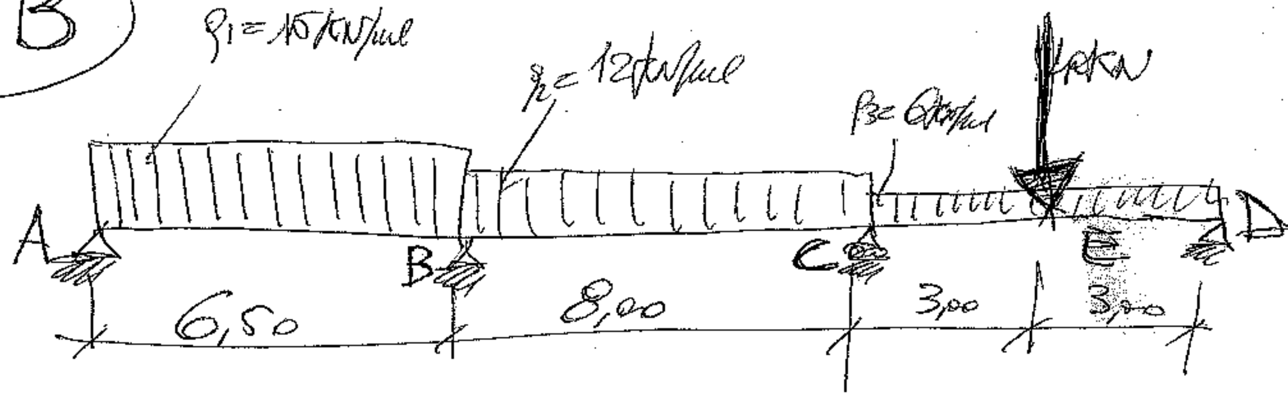
* $M_D = -16,875 + 17,81 \times 3,00 = 36,555$ kN m; $\simeq 36,57$

$M = 0$ per: $16,875 : x_B = 36,555 : (3,00 - x_B)$

$$50,625 - 16,875 \cdot x_B = 36,555 \cdot x_B \qquad x_B = \frac{50,625}{53,43} \approx 0,95 \text{ m}$$

4ªB

1



$$M_A \cdot 6{,}50 + 2 M_B \cdot (6{,}50 + 8{,}00) + M_C \cdot 8{,}00 = -6\left(B^{*}_{AB} + A^{*}_{BC}\right)$$

$$M_B \cdot 8{,}00 + 2 M_C \left(8{,}00 + 6{,}00\right) + M_D \cdot 6{,}00 = -6\left(B^{*}_{C} + A^{*}\right) -$$

$$B^{*}_{(AB)} = \frac{1}{24} \cdot 16 \cdot 6{,}50^3 = 183{,}08$$

$$A^{*}_{(BC)} = \frac{1}{24}\, 12 \cdot 8{,}00^3 = 256$$

$$B^{*}_{(CB)} = \frac{1}{24}\, 12 \cdot 8{,}00^3 = 256$$

$$A^{*}_{(C\text{-}D)} = \left(\frac{1}{24}\, 6 \cdot 6^3 + \frac{1}{16}\, 40 \cdot 6^2\right) = 144$$

$$M_A \cdot 6{,}50 + 29\, M_B + M_C \cdot 8{,}00 = -6\left(183{,}08 + 256\right)$$

$$M_B \cdot 8{,}00 + 28\, M_C + M_D \cdot 6{,}00 = -6\left(256 + 144\right)$$

$$\begin{cases} 0 + 29 M_B + M_C \cdot 8{,}00 = -2634{,}48 \\ M_B \cdot 8{,}00 + 28 M_C + 0 = -2400 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_B = \dfrac{-M_C \cdot 8{,}00 - 2634{,}48}{29} \\ = \left(-\dfrac{M_C \cdot 8{,}00}{29} - \dfrac{2634{,}48}{29}\right) \cdot 8{,}00 + 28 M_C = -2400 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_B = -0{,}276 M_C - 90{,}84 \\ = \left(-0{,}276 M_C - 90{,}84\right) \cdot 8{,}00 + 28 M_C = -2400 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_B = -0{,}276 M_C - 90{,}84 \\ \left(-0{,}276 M_C \cdot 8{,}00\right) - \left(90{,}84 \cdot 8{,}00\right) + 28 M_C = -2400 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_B = \text{---} \\ -2{,}21 M_C - 726{,}72 + 28 M_C = -2400 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_B = \text{---} \\ M_C\left(-2{,}21 + 28\right) = -2400 + 726{,}72 \end{cases}$$

③

$$\begin{cases} M_B = \text{---} \\ 25{,}79\, M_C = -1673{,}28 \end{cases}$$

$$\boxed{M_C = -64{,}88 \text{ kN·m}}$$

$$\begin{cases} M_B = -0{,}276\, M_C - 90{,}84 \\ \quad = (-0{,}276 \cdot -64{,}88) - 90{,}84 \end{cases}$$

$$M_B = +17{,}91 - 90{,}84 = -72{,}93 \text{ kN·m}$$

$$\boxed{M_B = -72{,}93 \text{ kN·m}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} M_B &= -72{,}93 \text{ kN·m} \\ M_C &= -64{,}88 \text{ kN·m} \\ M_A &= 0 \\ M_D &= 0 \end{aligned}}$$

REAZIONI VINCOLARI

$$R_A \cdot 6{,}50 - \frac{16 \cdot 6{,}50^2}{2} = M_B \rightarrow \text{NEGATIVO}$$

$$R_A = \left(\frac{16 \times 6{,}50^2}{2} - 72{,}93\right) \Big/ 6{,}50 = \underline{40{,}78\,kN}$$

$$R_{B_{(S)}} = R_A - 9 \cdot 6{,}50 = 40{,}78 - 104 = 63{,}22\,kN$$

$$R_{B_{(D)}} = M_B + R_B \cdot 8{,}00 - \frac{12 \cdot 8{,}00^2}{2} = M_C$$

$$R_{B_{(D)}} = \frac{384 - 64{,}88 + 72{,}93}{8{,}00} = 49{,}00\,kN$$

$$\boxed{R_{B_{(TOTALE)}} = 63{,}22 + 49{,}00 = 112{,}22\,kN}$$

$$R_{C_{(S)}} = 49{,}00 - (12 \cdot 8{,}00) = 47{,}00\,kN$$

$$R_D \cdot 6{,}00 - \frac{6 \cdot 6{,}00^2}{2} - (40 \cdot 3{,}00) = M_C$$

$$R_D = \frac{\frac{6 \cdot 6{,}00^2}{2} + 40 \cdot 3}{6} - 64{,}88$$

$$\boxed{R_D = 27{,}18 \text{ KN}}$$

$$R_{C\,(\text{TOTALE})} = R_A + R_B + R_D - (16{,}8 \times 6{,}50 + 8{,}00 \times 12 + 6 \times 6{,}00 + 40)$$

↓ 276 KN

$$R_C = 40{,}78 + 112{,}22 + 27{,}18 - 276 = 95{,}82 \text{ kN}$$

$$R_{C(D)} = 95{,}82 - R_{C(S)} = 95{,}82 - 47{,}00 = 48{,}82 \text{ kN}$$

Calcolo M_{MAX} POSITIVO TRA A-B e B-C

e momento MAX (+) nel punto E _

TAGLIO NULLO =

$$R_A - q \cdot X = 0$$

$$X = \frac{R_A}{q} = \frac{40{,}78}{16} = 2{,}55\,m$$

$$M^{\oplus}_{max\,(A-B)} = \left(R_A \cdot 2{,}55\right) - \frac{16 \cdot 2{,}55^2}{2} = \left(40{,}78 \cdot 2{,}55 - \frac{16 \cdot 2{,}5}{2}\right.$$

$$\boxed{M^{\oplus}_{max\,(AB)} = +\ 51{,}97\ KN \cdot m}$$

$$M^{\oplus}_{max\,(B-C)} = \frac{49{,}00}{12} = 4{,}08\,m$$

$$M^{\oplus}_{max\,(B-C)} = M_B + \left(R_{B(D)} \cdot 4{,}08\right) - \frac{12 \cdot 4{,}08^2}{2} =$$

$$= -72{,}93 + 49{,}00 \times 4{,}08 - \frac{12 \cdot 4{,}08^2}{2} =$$

$$-72{,}93 + 199{,}92 - 99{,}88 = 27{,}11\ KN \cdot m$$

$$\boxed{M^{max\,\oplus}_{(BC)} = +\ 27{,}11\ KN \cdot m}$$

(7)

$$M_E = (R_D \cdot 3{,}00) - \frac{6 \times 3{,}00^2}{2} = (27{,}18 \cdot 3{,}00) - \left(\frac{6 \cdot 3{,}00^2}{2}\right)$$

$$M_E = 81{,}54 - 27 = 54{,}54\ kN \cdot m$$

$$\boxed{M_E = +54{,}54\ kN \cdot m}$$

4ªB RISOLUZIONE ESERCIZIO COMPITO DEL 4/12/2014