Azioni sulle costruzioni

COSTRUZIONI 3°B (1)
A.S. 2013/2014

azioni dirette: carichi permanenti e carichi di esercizio
azioni indirette: precompressione, variazioni termiche, ritiro
azioni di carattere fisico-chimico: gelo, agenti aggressivi

Tipologie delle strutture

strutture in muratura tradizionale
strutture a scheletro indipendente
strutture a pannelli prefabbricati portanti

Tipologie dei carichi

carichi permanenti propri degli elementi strutturali
carichi permanenti portati
carichi variabili → statici
→ dinamici

carichi concentrati
carichi distribuiti (ripartiti)

$$F = m \cdot a \rightarrow P = m \cdot g$$

Un moto uniforme si ha quando $F = 0$
- Corpo fermo
- Corpo che si muove in moto uniforme

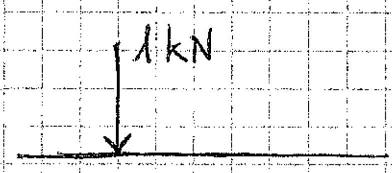
PRIMA		ORA	
Kg	Kgp ->	Kg	~~Kgp~~
massa	peso	massa	peso

1kgp = 9,8N
$\simeq$ 10N
↓
1daN

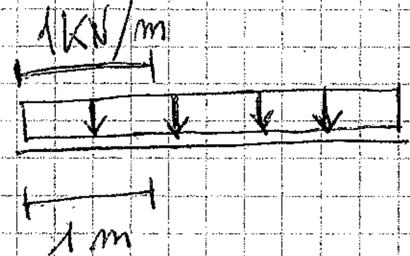
1000 N = 1kN
100 N = 1 hN
10N = 1daN
1 N
0,10
0,01

1daN è il vecchio kgp (kilogrammo-peso)

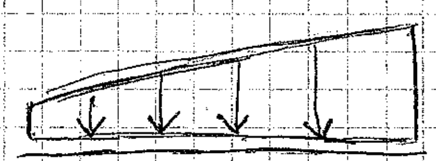
Carico concentrato →



Carico uniformemente ripartito (distribuito) →



Carico ripartito con legge di variazione lineare →



Altri carichi:

Carico neve - azione del vento

GRANDEZZE SCALARE

Grandezze esprimibili con un numero
(Es. Termometro)

GRANDEZZE VETTORIALI

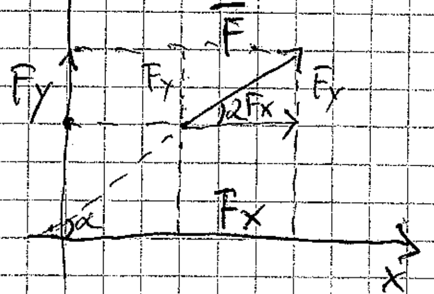
Caratterizzate da:

- Modulo
- Verso
- Direzione (retta d'azione cioè linea che indica dove passa il peso)

Parametri Vettoriali
- intensità o modulo
- direzione
- verso

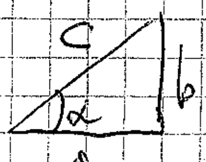
Parametri di una forza-vettore
- intensità o modulo
- retta d'azione
- verso
- il punto di applicazione

FORZE PIANE



$F_x = F \cdot \cos\alpha$ (cateto = all'ipotenusa per cos angolo adiacente al cateto)

$F_y = F \cdot \operatorname{sen}\alpha$ (cateto = all'ipotenusa per seno angolo opposto al cateto)



$a = c \cdot \cos\alpha$

$b = c \cdot \operatorname{sen}\alpha$

modulo della somma di un vettore

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + F_1 \cdot F_2 \cdot \cos}$$

differenza

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\beta}$$

Esigenze dell'utente (Salute, benessere, sicurezza)

4

⬇

Requisiti dell'opera (traduzione in termini tecnici delle esigenze)

⬇

Prestazioni (comportamento di un elemento edilizio)

⬇

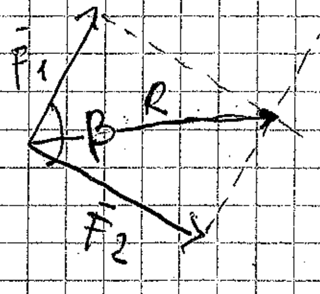
Proprietà

TEC. DELLE COSTRUZIONI

UNI: Ente Naz. It. per l'Unificazione

Direttiva europea 89|106|CEE

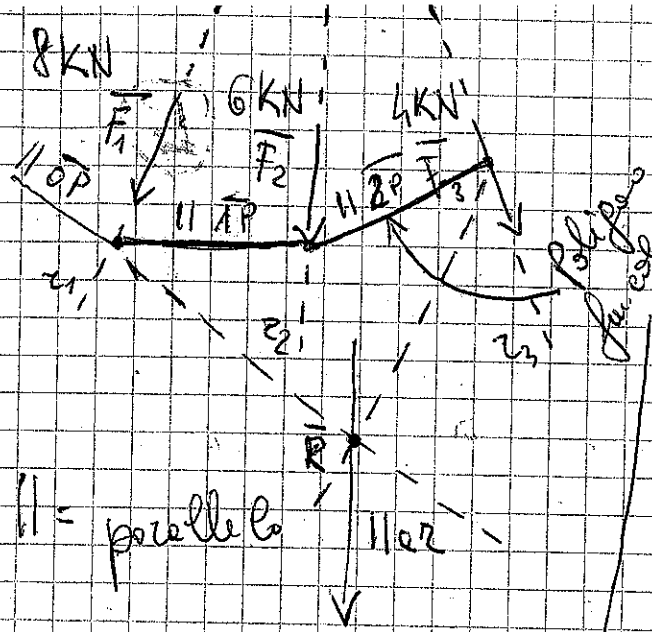
RISULTANTE: La risultante di un sistema di forze (+ forze min 2) è una forza che applicata al corpo produce gli stessi effetti del sistema di forze



R = Risultante

Poligono forze

5

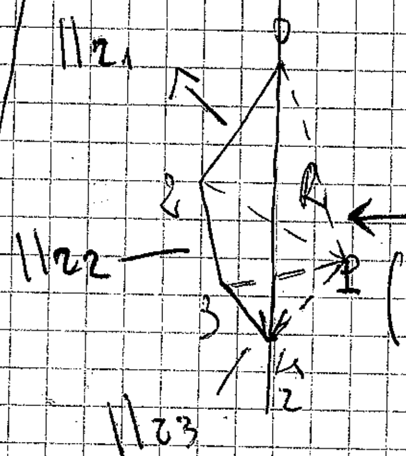


|| = parallelo

Si stabilisce una scala di rappresentazione delle forze

Es.

1cm = 4KN



$R = \overline{04} \cdot$ Scala forze $=$

$3,4 \cdot 4 = 13,6$ KN

proiettante

(polo)

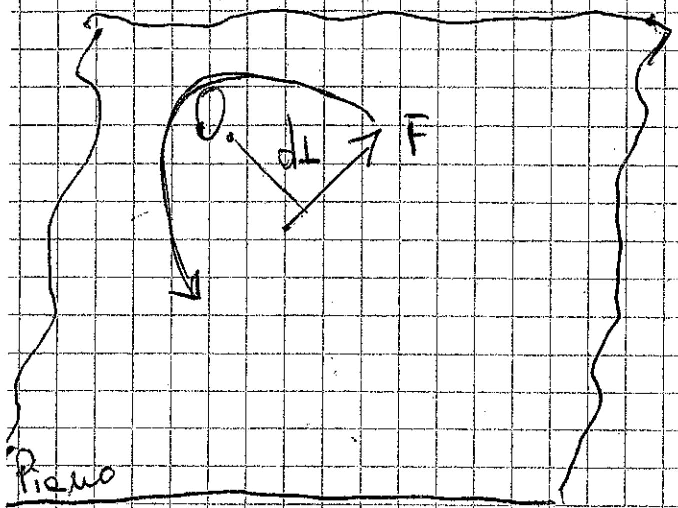
Poligono funicolare

P (Polo) a piacere

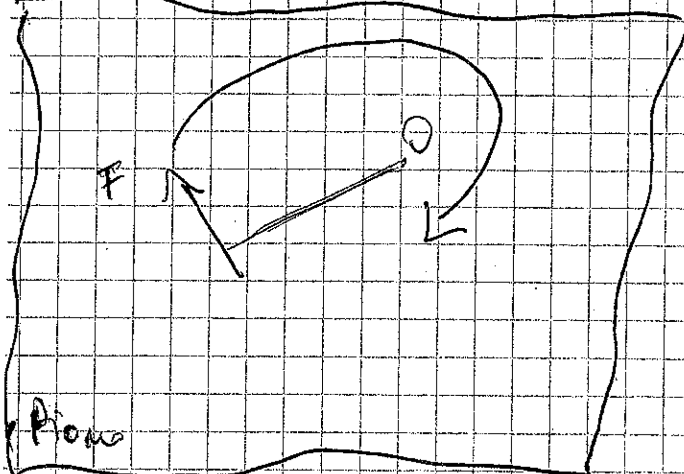
Trovo dove è posizionata la risultante delle forze

Ricorda: Se R = 0 non c'è equilibrio

IL MOMENTO DI UNA FORZA RISPETTO A UN PUNTO



Antiorario



Orario

Si dice momento di una forza rispetto a un punto il prodotto della forza per la distanza dal punto, valutata perpendicolarmente alla forza stessa.
Il momento può essere orario o antiorario e si identifica con un archetto munito di freccia. Per determinare il verso del momento (orario o antiorario) basta far ruotare la forza intorno al punto nel senso della freccia della forza.

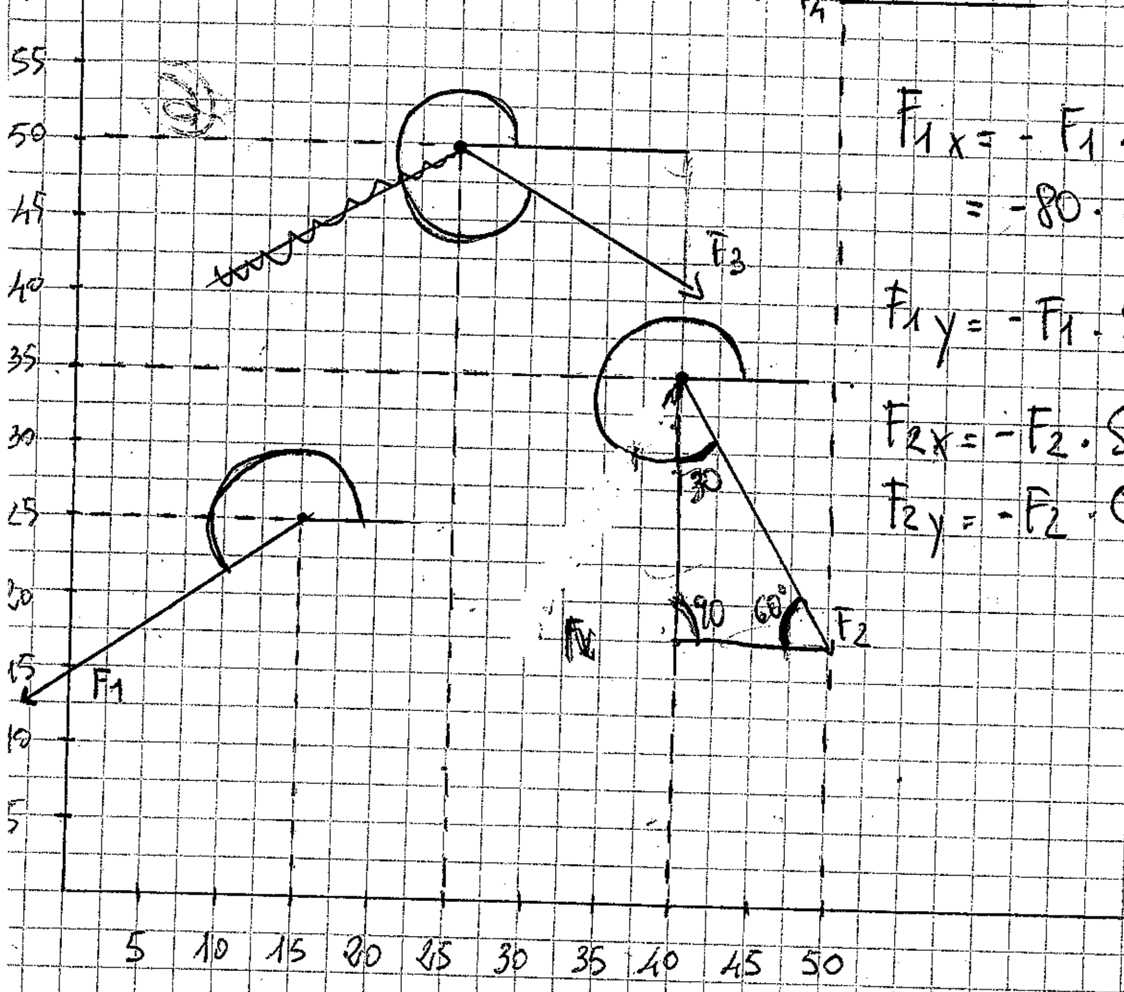
$$M_O = F \times d_\perp$$ (intensità del momento)

PROCEDIMENTO ANALITICO PER DETERMINARE LA RISULTANTE DI UN SISTEMA DI FORZE

$F_1 = 80N$, $F_2 = 50N$, $F_3 = 30N$, $F_4 = 60N$

$A_1 (15, 25)$, $A_2 = (40, 35)$, $A_3 (25, 50)$, $A_4 (50, 60)$

$\alpha_1 = 225°$, $\alpha_2 = 300°$, $\alpha_3 = 330°$, $\alpha_4 = 30°$



$F_{1x} = -F_1 \cdot \cos\beta_1 = -F_1 \cdot \operatorname{Sen}\gamma$
$= -80 \cdot \cos 45° = -56,57\ N$

$F_{1y} = -F_1 \cdot \operatorname{Sen} 45° = -56,57\ N$

$F_{2x} = -F_2 \cdot \operatorname{Sen} 30° =$

$F_{2y} = -F_2 \cdot \cos 60° =$

7

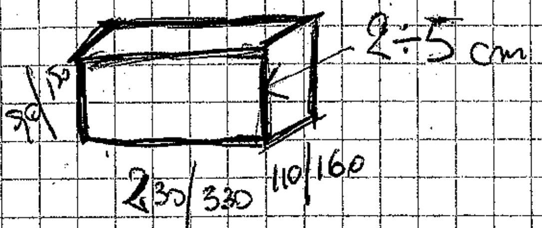
$+$
$-$ $+$
$-$

Rappresentazione di una forza F
1) R. Vettoriale (modulo, retta d'azione, verso)
2) R. Analitica

$$\begin{cases} F_x = -4 \\ F_y = 7 \\ M_o = 28\ N\cdot m \end{cases} \quad \text{oppure} \quad \begin{cases} F_x = -4\ N \\ F_y = 7\ N \\ \alpha = 120° \end{cases}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{16+49} = \sqrt{65} = 8,06\ N$$

LASTRE DI PIETRA SEMI-LAVORATE



PROPRIETÀ ROCCE

FISICHE — MECCANICHE — ALTRE PROPRIETÀ

· COSTRUZIONI ·

RAPPRESENTAZIONE DELLE FORZE

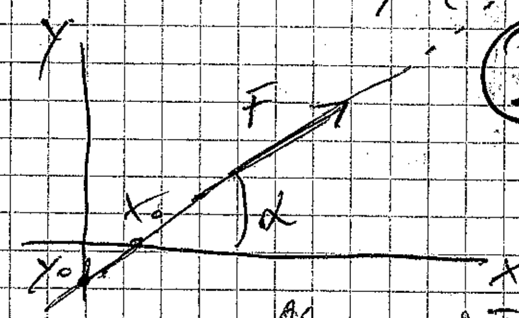
Una forza si può rappresentare graficamente (vettorialmente) o analiticamente:

Graficamente:
- modulo e intensità
- retta di azione
- verso
- punto di applicazione

Nota: Se il corpo si suppone rigido non ha importanza specificare il punto di applicazione in quanto la forza può scorrere lungo la retta di azione; al contrario se si tratta di un corpo elastico

Dati: F, α (x individuare z)
x_0 e y_0

Analiticamente $\begin{cases} F_x \\ F_y \\ M_0 \end{cases}$



Passaggio dalla rappresentazione vettoriale a quella analitica

Passaggio da rappresentazione analitica a quella grafica

$F_x = F \cdot \cos\alpha$
$F_y = F \cdot \operatorname{sen}\alpha$
$M_0 = F_x \cdot y_0 = -F_y \cdot x_0$

Dati: F_x, F_y, M_0
Inc: F, α, verso

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}, \quad x_0 = -\frac{M_0}{F_y}, \quad y_0 = \frac{M_0}{F_x}$$

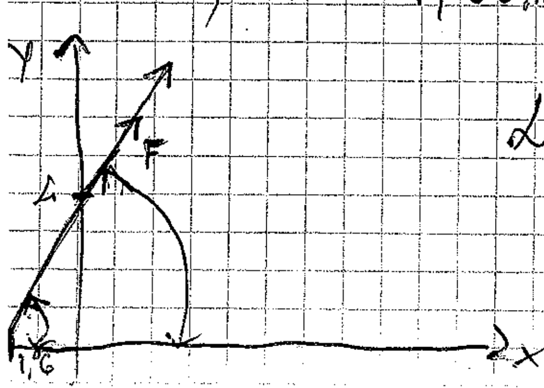
oppure

$$\tan\alpha = \frac{F_y}{F_x} \rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right)$$

Per il verso è necessario esaminare i versi di F_x e F_y

esercizio

$F = 50KN$, $X_0 = -1,60m$, $Y_0 = 4m$ con F diretto verso l'alto.



$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{y_0}{x_0}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{4}{-1,6}\right) = 68,20°$

$F_x = F \cdot \cos\alpha = 50 \cdot 0,37 = 18,57\ KN$
$F_y = F \cdot \operatorname{sen}\alpha = 50 \cdot 0,93 = 46,42\ KN$
$M_0 = F_x \cdot y_0 = 18,57 \cdot 4 = 74,28\ KN$

Individuare vettorialmente la forza che nel riferimento $O(x,y)$ ha i parametri:

10

$F_x = -80\ kN$

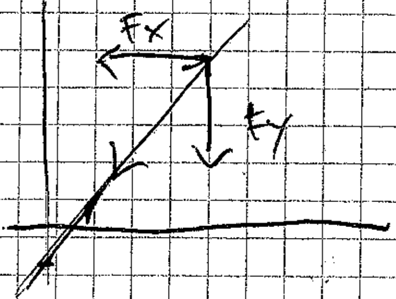
$F_y = -80\ kN$

$M_o = 74,40\ kN \cdot m$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{6400 + 6400} = \sqrt{12800} = 113,14\ kN$$

$$X_o = -\frac{M_o}{F_y} = -\frac{74,40\ kN \cdot m}{-80\ kN} = 0,93\ m$$

$$Y_o = +\frac{M_o}{F_x} = +\frac{74,40\ kN \cdot m}{-80\ kN} = -0,93\ m$$



1° Problema X CASA

$= 40\ kN$ $X_o = 3\ m$ $Y_o = -3\ m$ Forza diretta verso l'alto

2° Problema

$F_x = -20\ kN$ $F_y = 60\ kN$ $M_o = -150\ kN \cdot m$

1° Problema

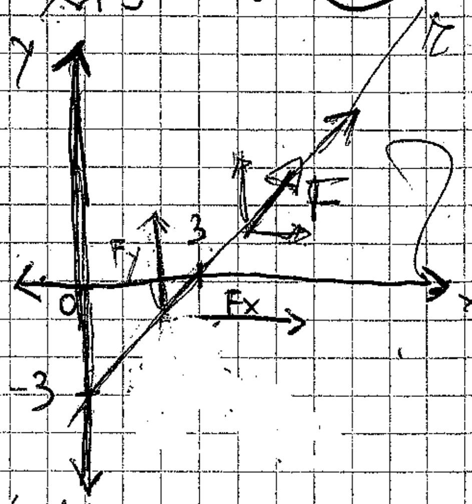
$F = 40\,kN \qquad X_0 = 3\,m \qquad Y_0 = -3\,m$ F diretta verso l'alto

$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{Y_0}{X_0}\right) = \tan^{-1}\left|\frac{-3}{3}\right| = \tan^{-1} +1 = 45°$? 11

$F_x = F \cdot \cos\alpha = 40 \cdot 0{,}717 = 28{,}28\,kN$

$F_y = F \cdot \sin\alpha = 40 \cdot -0{,}717 = +28{,}28\,kN$

$M_0 = F_x \cdot Y_0 = 28{,}28 \cdot (-3) = -84{,}84\,kN \cdot m$



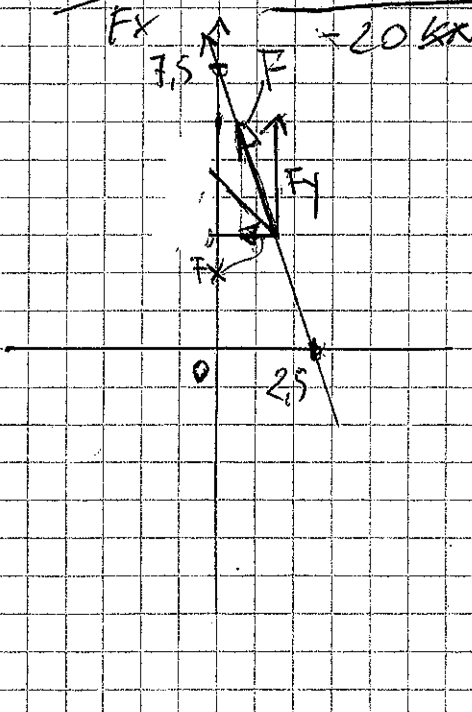
2° Problema

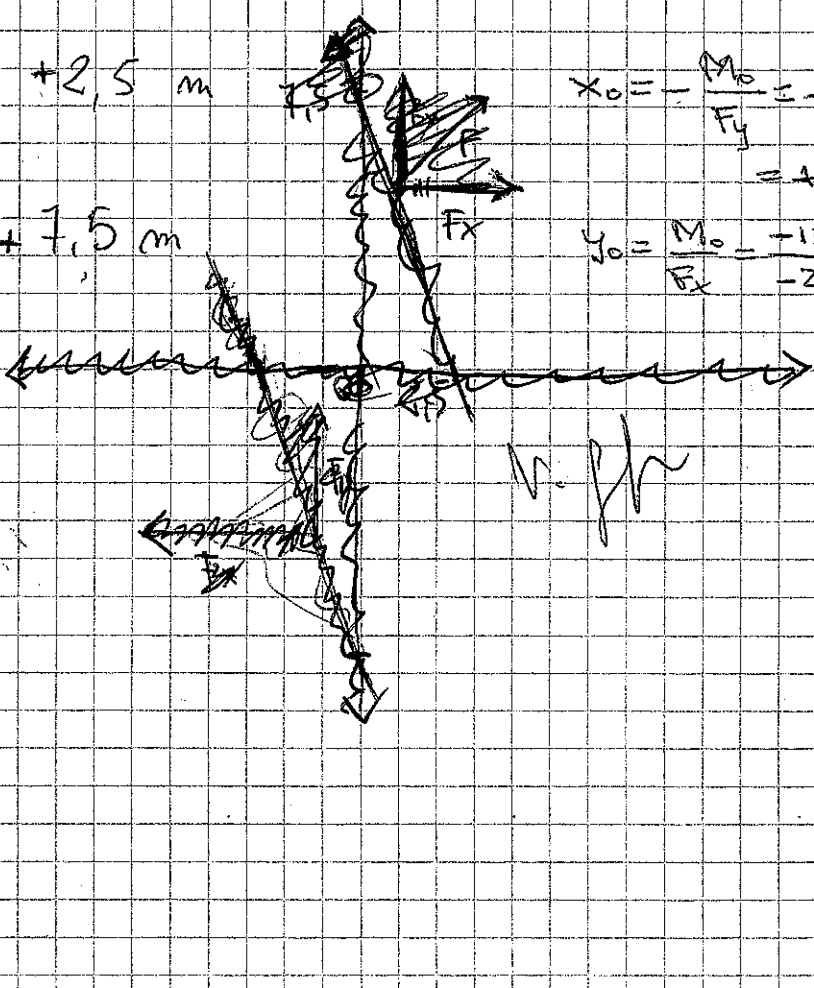
$F_x = -20\,kN \qquad F_y = 60\,kN \qquad M_0 = -150\,kN \cdot m$

$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{400 + 3600} = \sqrt{4000} = 63{,}44\,kN$

$X_0 = \frac{-M_0}{F_y} = \frac{+150\,kN \cdot m}{60\,kN} = +2{,}5\,m$ $\qquad x_0 = -\frac{M_0}{F_y} = -\frac{-150}{60}$

$Y_0 = \frac{M_0}{F_x} = \frac{-150\,kN \cdot m}{-20\,kN} = +7{,}5\,m$ $\qquad y_0 = \frac{M_0}{F_x} = \frac{-150}{-20}$



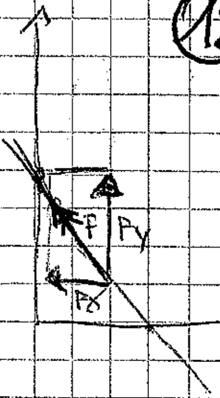


V. pfr

Passaggio dalla rappresentazione grafica-vett. a quella analitica

Dati: F, r (x_0 e y_0 oppure α), verso

Incognite: F_x, F_y, M_0



Risoluzione:

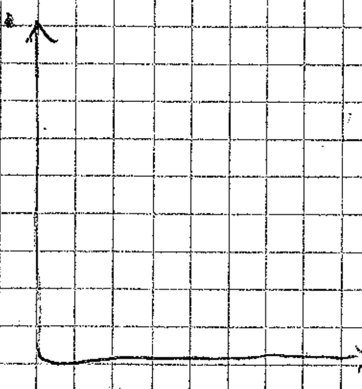
$\alpha = \tan^{-1}\left|\frac{y_0}{x_0}\right|$ ← Valore assoluto

$F_x = F \cdot \cos\alpha$ $\quad F_y = F \cdot \operatorname{sen}\alpha$ $\quad M_0 = -F_y \cdot x_0 = F_x \cdot y_0$

Passaggio dalla rappresentazione analitica a quella grafica-vet

Dati: F_x, F_y, M_0

Incognite: F, r (x_0, y_0 oppure α), verso

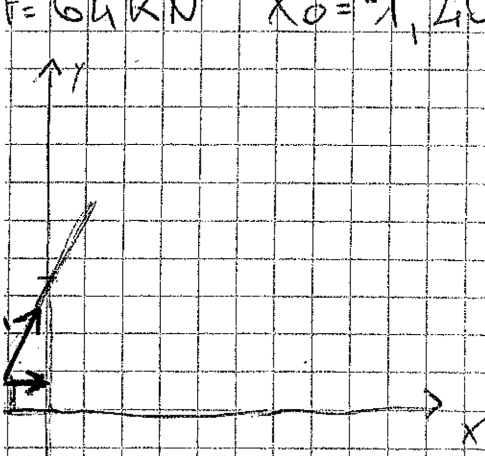


Risoluzione

$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$ $\quad X_0 = -\frac{M_0}{F_y}$ $\quad Y_0 = \frac{M_0}{F_x}$

Esercizio

$F = 64\,kN$ $\quad X_0 = -1{,}40\,m$ $\quad Y_0 = 3{,}50\,m$



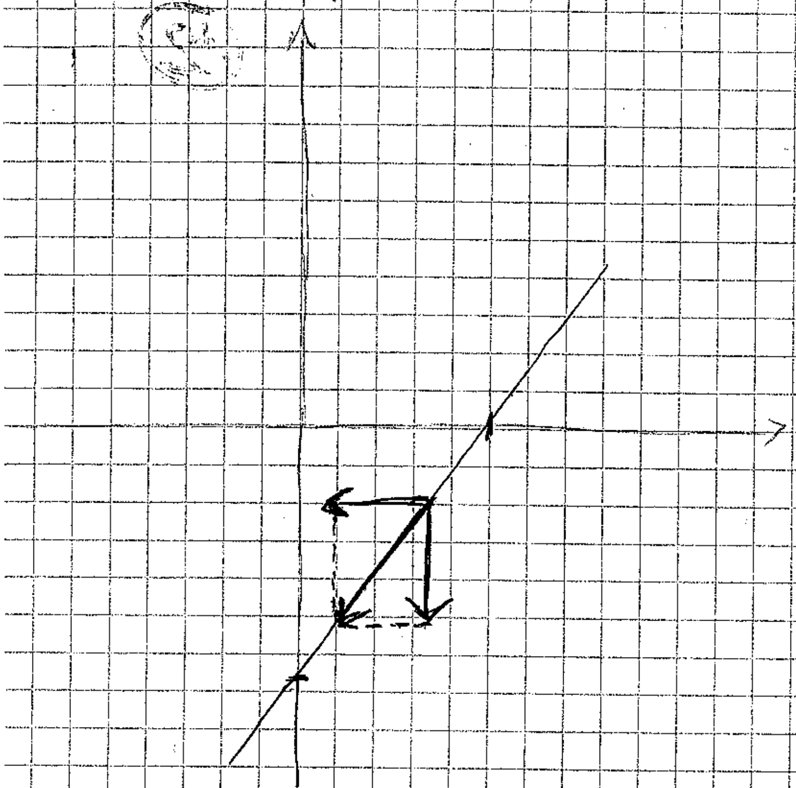
$\alpha = \tan^{-1}\left|\frac{3{,}50}{-1{,}40}\right| = 68{,}20°$

$F_x = F\cos\alpha = 23{,}75\,kN$

$F_y = F \cdot \operatorname{sen}\alpha = 59{,}42\,kN$

$M_0 = -F_x \cdot x_0 = F_x \cdot y_0 = 83{,}12\,kN \cdot m$

$F_x = -60 kN$ $F_y = -80 kN$ $M_0 = 400 kN \cdot m$



$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(-60)^2 + (-80)^2} =$$

$$\sqrt{3600 + 6400} = \sqrt{10000} = 100$$

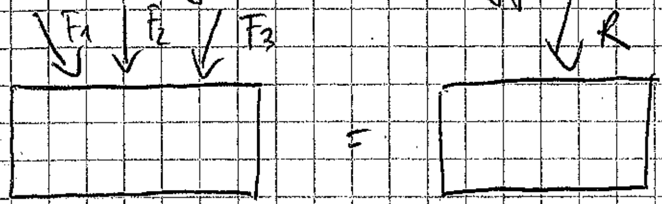
$$X_0 = -\frac{400}{-80} = 5$$

13

$$Y_0 = \frac{400}{-60} = -6{,}67$$

RISULTANTE DI UN SISTEMA DI FORZE

È quella forza che agendo sullo stesso corpo rigido produce gli stessi effetti che producono le forze stesse



Determinazione della risultante di un sistema di forze qualsiasi vettorialmente.

Procedimento:

Si utilizzano il poligono delle forze e, se è necessario, il poligono funicolare

Determinazione della risultante di un sistema di forze qualsiasi analiticamente

$F_1 : F_{1x}, F_{1y}, M_{o1}$

$F_2 : F_{2x}, F_{2y}, M_{o2}$

$F_3 : F_{3x}, F_{3y}, M_{o3}$

Procedimento:

$R_x = \sum F_{i,x} = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x}$ $\qquad R_x = -10$

$R_y = \sum F_{i,y} = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}$ $\qquad$ Se $R_y = 20$

$M_o = \sum M_{o,i} = M_{o1} + M_{o2} + M_{o3}$ $\qquad M_o = -30$

$$X_o = -\frac{M_o}{R_y}$$

$$Y_o = \frac{M_o}{R_x}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$F_{1,x} = -30\,N$ $\quad F_{2,x} = -17\,N$ $\quad F_{3,x} = 15\,N$

$F_{1,y} = 0$ $\quad F_{2,y} = -47\,N$ $\quad F_{3,y} = -13\,N$

$M_{O,1} = -180\,N\cdot m$ $\quad M_{O,2} = 165\,N\cdot m$ $\quad M_{O,3} = 105\,N\cdot m$

15

$$R_x = \sum F_{i,x} = (-30) + (-17) + (15) = -32$$

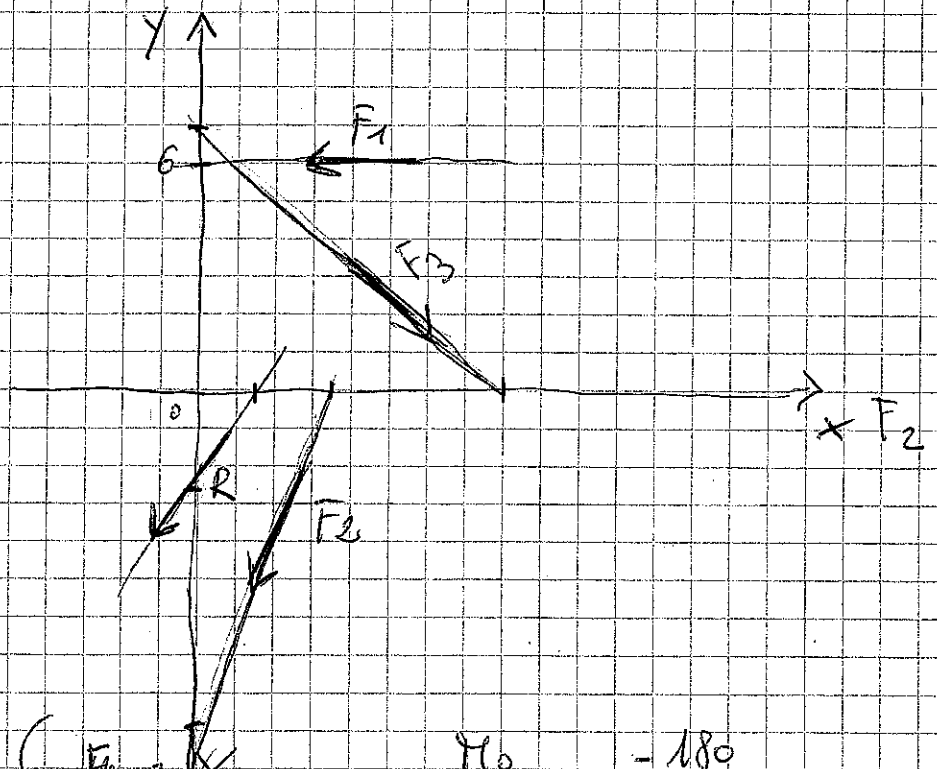
$$R_y = \sum F_{i,y} = (0) + (-47) + (-13) = -60$$

$$M_O = \sum M_{O,i} = (-180) + (165) + (105) = +90$$

$$X_O = -\frac{M_O}{R_y} = -\frac{90}{-60} = 1{,}5\ m$$

$$Y_O = \frac{M_O}{R_x} = \frac{90}{-32} = -2{,}81\ m$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{1024 + 3600} = \sqrt{4624} = 68\ KN\cdot m$$



F_2 $\begin{cases} X_{0,2} = +3{,}51 \\ Y_{0,2} = -9{,}70 \\ F_2 = 49{,}97 \end{cases}$

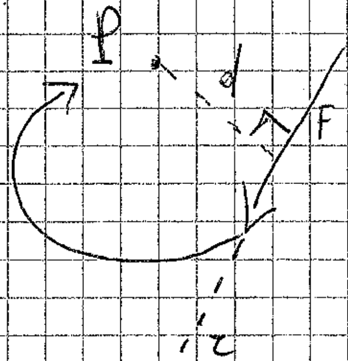
1 $\begin{cases} X_{0,1} = -\dfrac{M_O}{F_y} = -\dfrac{-180}{0} \\ Y_{0,1} = \dfrac{M_O}{F_x} = \dfrac{-180}{-30} = +6 \\ F_1 = \sqrt{F_{x,1}^2 + F_{y,1}^2} = 30 \end{cases}$

F_3 $\begin{cases} X_{0,3} = +8{,}07 \\ Y_{0,3} = +7 \\ F_3 = 20 \end{cases}$

MOMENTI E COPPIE DI FORZE

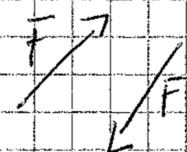
Momento di una forza rispetto a un punto:

Forza x distanza
Con la distanza valutata
normalmente alla forza

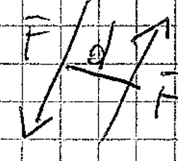


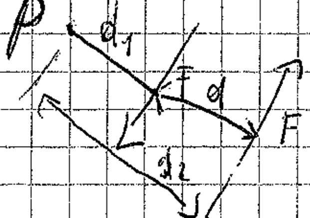
$M_p = F \cdot d$ · verso del Momento (orario)

Coppia di Forze: Sistema di Forze costituito da 2 Forze parallele di intensità uguale e verso opposto



Momento di una coppia di Forze:

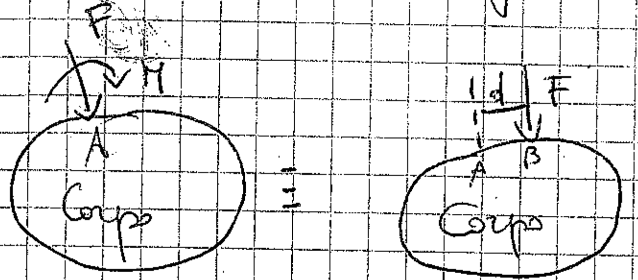




$M_p = F \cdot d_1 - F \cdot d_2 = F(d_1 - d_2) = F \cdot d$

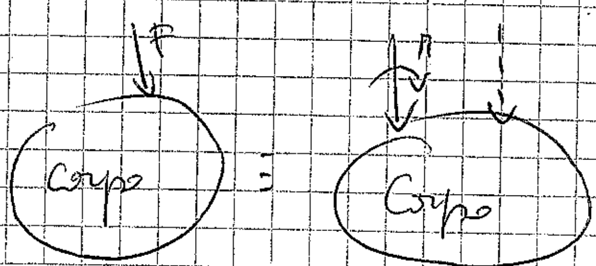
$M = F \cdot d$ ed è invariante rispetto a tutti i punti del piano

Risultante di una forza + momento



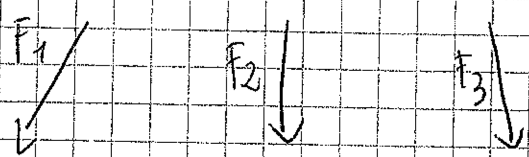
forza spostata parallelamente a se stessa di una distanza

$$d = \frac{M}{F}$$

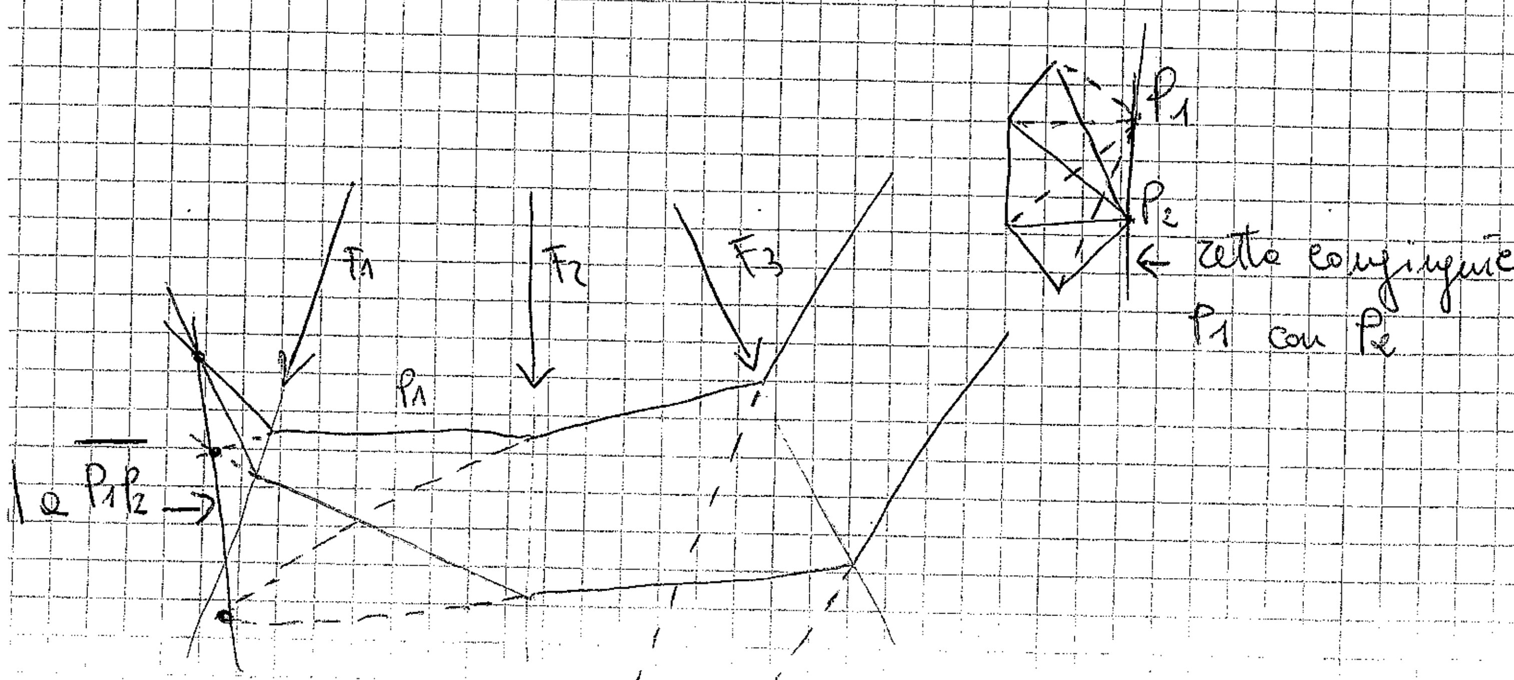


Forza + momento di trasporto pari a $M = F \cdot d$

TEOREMA DI CULMANN



I lati corrispondenti a due di due poligoni funicolari costruiti relativamente a due poli distinti s'incontrano su una retta parallela alla congiungente i poli stessi

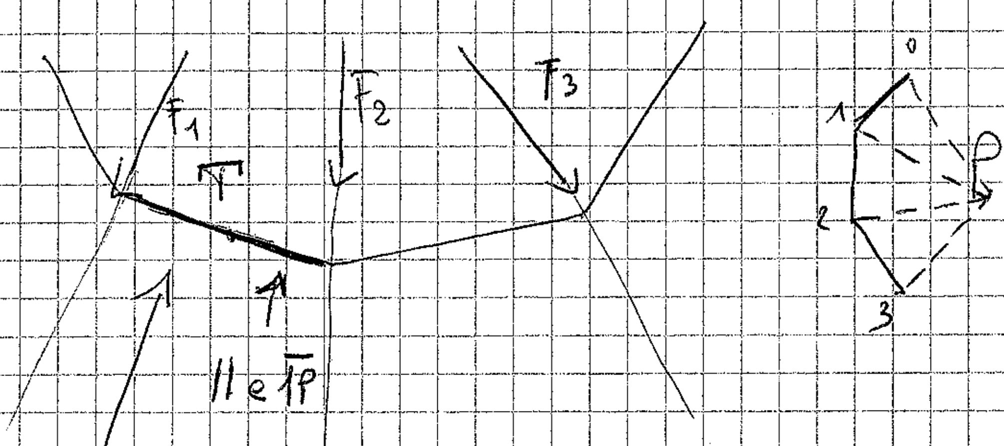


POSSIBILI POLIGONI FUNICOLARI CHE SI POSSONO COSTRUIRE DATO UN SISTEMA DI FORZE

18

Poichè il polo P dipende da 2 variabili e poichè si può variare la posizione del 1° lato del poligono funicolare, il numero dei possibili poligoni funicolari che si possono costruire è pari ∞^3 → infinito alla terza.
Per cui se si impone una condizione particolare questo numero scende a ∞^2, se si impongono 2 condizioni il numero scende a ∞, se si impongono 3 condizioni il numero è solo 1

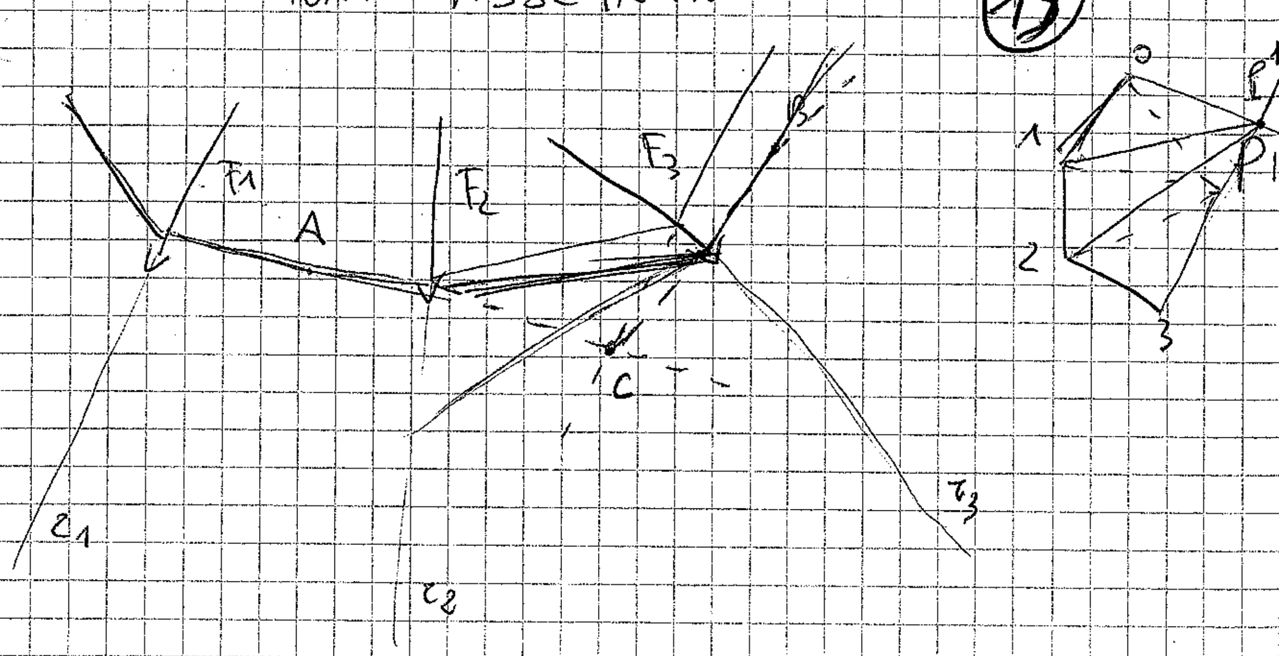
POLIGONO FUNICOLARE PASSANTE PER 1 PUNTO ASSEGNATO



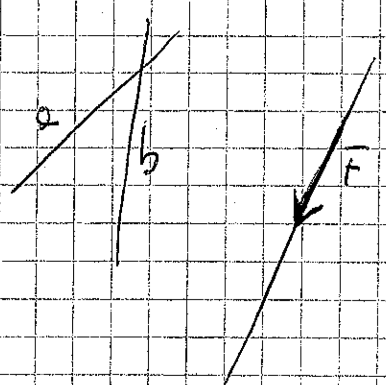
Costruire sempre il ~~primo~~ lato
dove c'è il punto T

POLIGONO FUNICOLARE PASSANTE CON 2 LATI PER 2 PUNTI ASSEGNATI

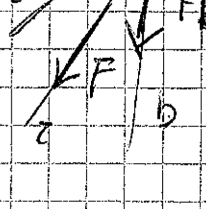
19



SCOMPOSIZIONE DI FORZE



Problema impossibile

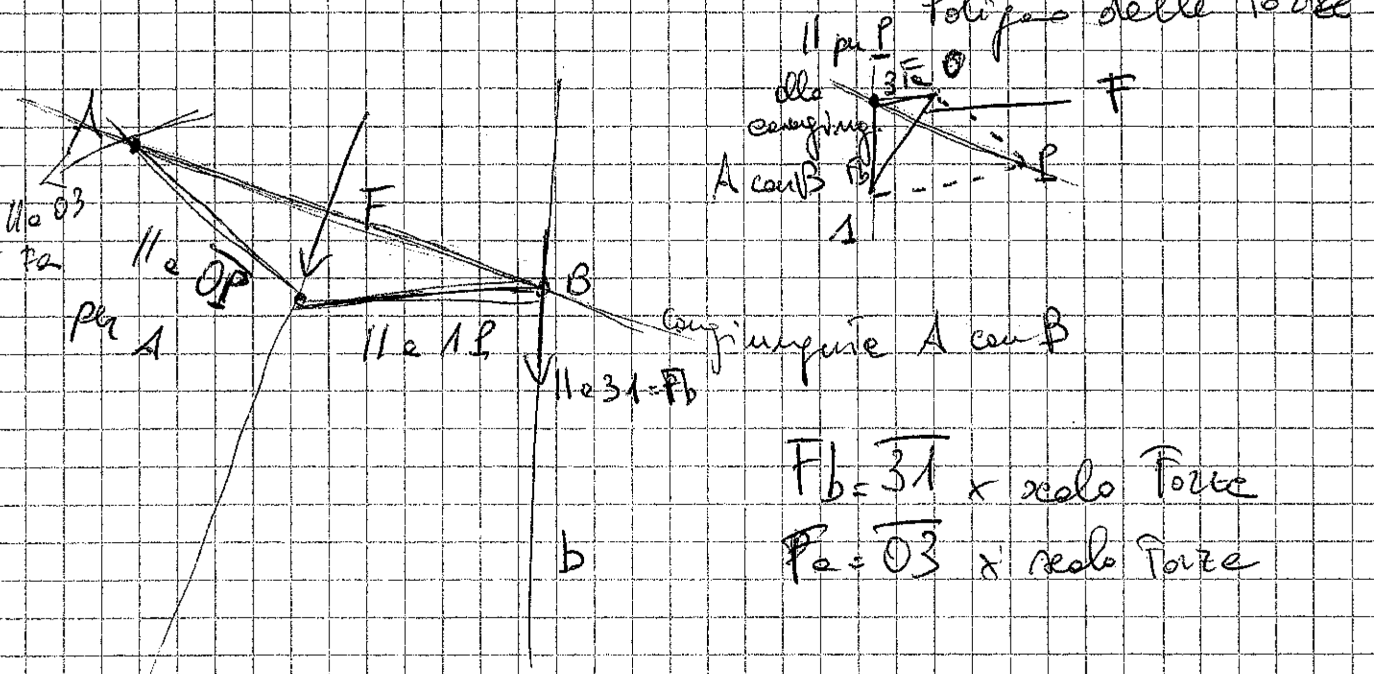


Fa e Fb ammettono come risultante la forza

Problema determinato

SCOMPOSIZIONE DI UNA FORZA IN 2 COMPONENTI, DATI 1 PUNTO E 1 RETTA D'AZIONE

20



$F_b = \overline{31} \times$ scala Forze

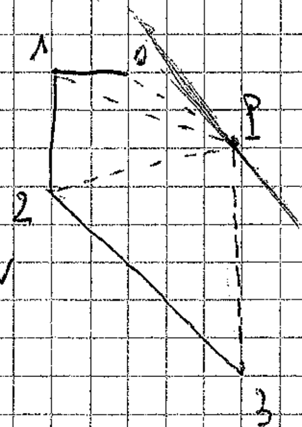
$F_a = \overline{O3} \times$ scala Forze

1 - Poligono delle Forze

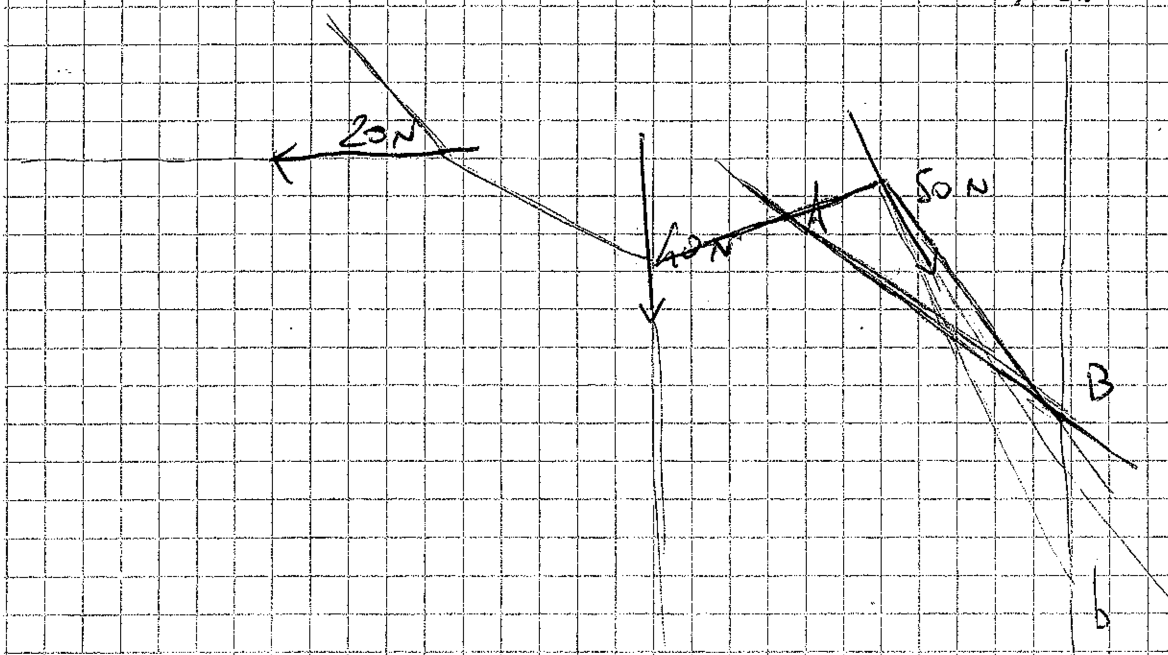
2 - congiungere A B

3 - ~~Retta~~ Parallela AB per il punto P

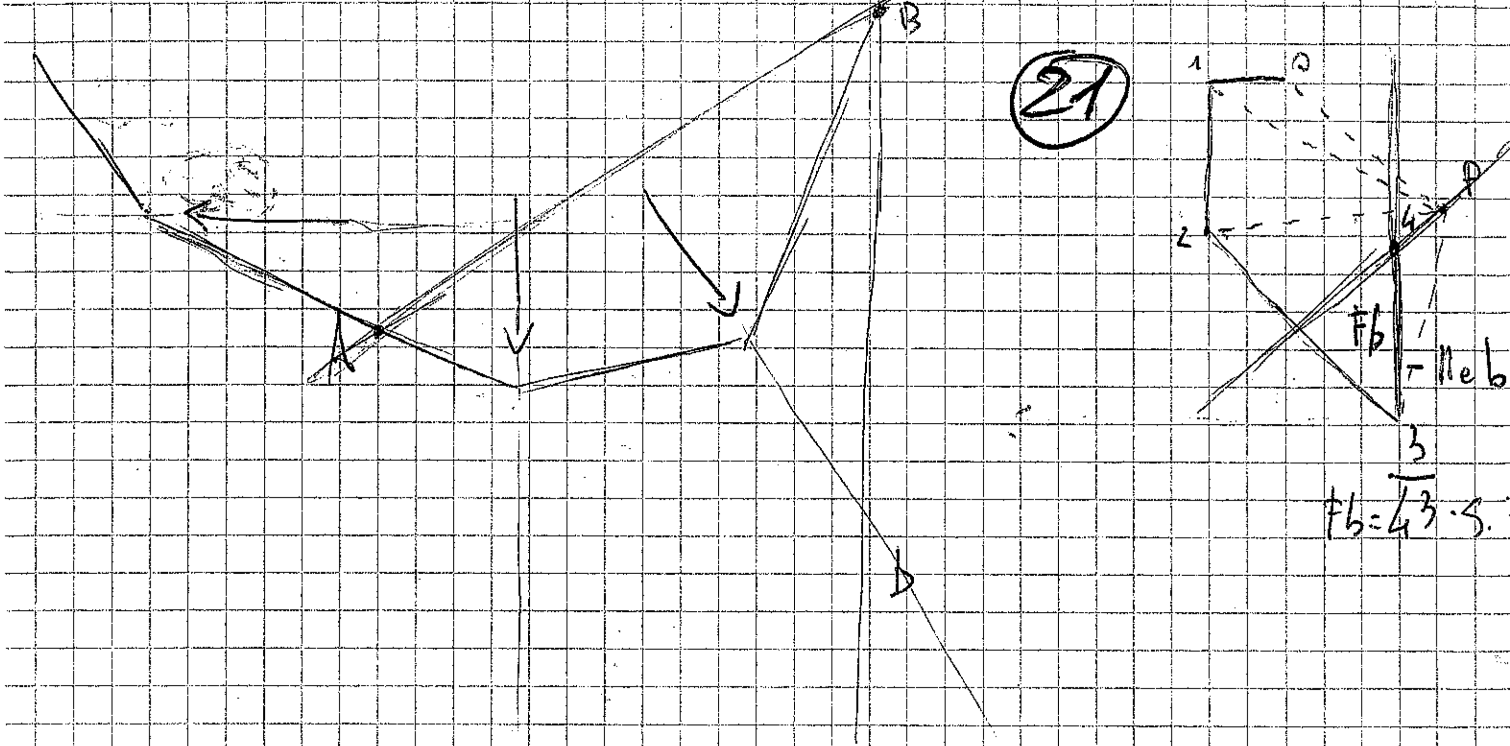
4 - poi 1 - 3 - 0



1 cm = 20 N



21

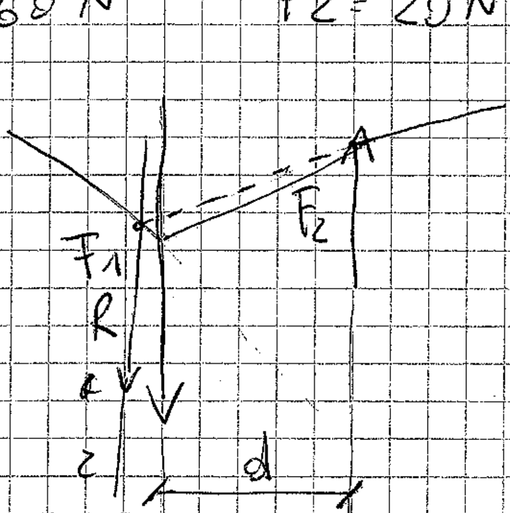


$F_1 = 60\ N$ $\quad F_2 = 20\ N$ $\quad d = 5\ cm$ (vettorialmente)

Scala delle Forze: 1 cm = 20 N

$R = \overline{O2} \times scal\ F$

$2 \cdot 20 = 40\ N$



R 2 = retta d'azione della Risultante parallela al segmento $\overline{O2}$

(Analiticamente)

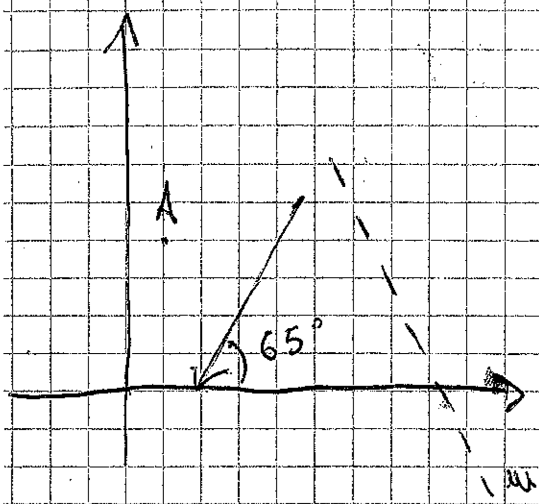
$F_{1,x} = 0$ $\quad F_{1,y} - 60\ N$

$F_{2,x} = 0$ $\quad F_{2,y}\ 20\ N$

$M_{O,1} =$ $\quad M_{O,2}$ $\quad M_O = M_{O1} + M_{O2} = -(-20) \cdot 5 = 100\ N \cdot cm$

$R_x = 0$ $\quad R_y - 40\ N$

$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 40$



$$F_e \begin{cases} F_{e,x} \\ F_{e,y} \\ M_{o,x} \end{cases} \qquad F_b \begin{cases} F_{b,x} \\ F_{b,y} \\ M_{o,y} \end{cases}$$

$$F \begin{cases} F_x = F \cdot \cos 65° = 29{,}58\ N \\ F_y = F \cdot \operatorname{sen} 65° = 63{,}44\ N \\ M_o = -F_y \cdot x_o = -(-63{,}44) \cdot 20 = 1268{,}80\ N \cdot m \end{cases}$$

CERNIERA CON CARRELLO

MOVIMENTI POSSIBILI

- traslazione secondo la linea di scorrimento del carrello
- rotazione

MOVIMENTI ~~Kposs~~ IMPEDITI

Traslazione secondo la direzione $\perp$ alla linea di scorrimento del carrello

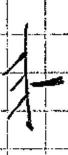

(cerniera fissa)


(incastro perfetto)

Tipi di Vincoli

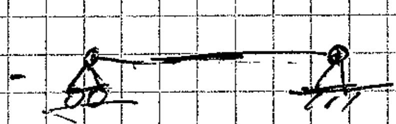
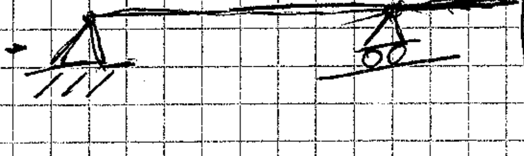
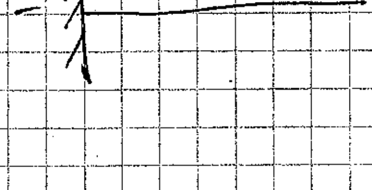
 (Cerniera con carrello) impedisce solo il movimento $\perp$ alla linea di orientamento del carrello

 (cerniera fissa) impedisce due movimenti (le traslazioni secondo 2 assi)

 (incastro perfetto) impedisce tre movimenti (le due traslazioni e la rotazione)

I vincoli sviluppano delle forze dette reazioni vincolari

TIPI SEMPLICI DI TRAVI ISOSTATICHE

-  (trave semplicemente appoggiata)
-  (trave appoggiata con sbalzo)
-  (trave a mensola)

CALCOLO DELLE REAZIONI VINCOLARI NELLE TRAVI ISOSTATICHE

TRAVI ISOSTATICHE: il numero dei vincoli semplici è strettamente necessario e sufficiente a evitare movimenti di corpo rigido

TRAVI LABILI: il numero dei vincoli semplici non è strettamente necessario e sufficiente a evitare movimenti di corpo rigido

TRAVI IPERSTATICHE: il numero dei vincoli semplici ~~somma~~ è sovrabbondante per evitare movimenti di corpo rigido

CALCOLO DELLE REAZIONI VINCOLARI NELLE TRAVI ISOSTATICHE

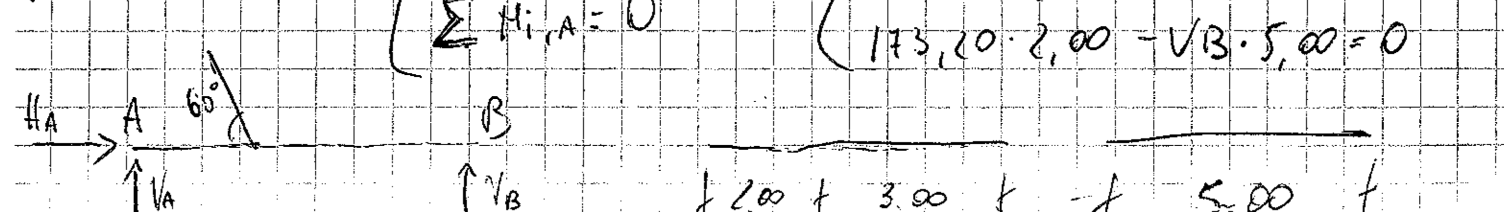
Trave: geometricamente è un solido monodimensionale cioè con una dimensione preponderante più delle altre due. Essa si rappresenta sul piano tramite il suo asse geometrico

Vincoli: sono impedimenti fisici al movimento del corpo della trave

$P_x = P \cdot \cos 60° = 100$ daN

$P_y = P \cdot \text{Sen } 60° = 173{,}20$ daN

$$\begin{cases} \Sigma F_{i,x} = 0 \\ \Sigma F_{i,y} = 0 \\ \Sigma M_{i,A} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} H_A + 100 = 0 \\ V_A - 173{,}20 + V_B = 0 \\ 173{,}20 \cdot 2{,}00 - V_B \cdot 5{,}00 = 0 \end{cases}$$

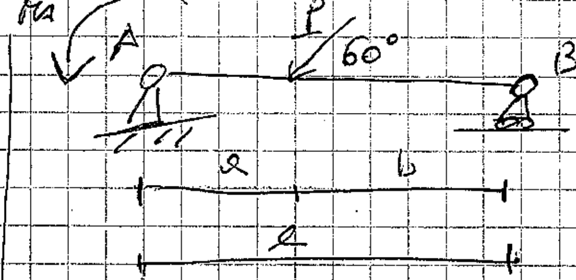


$$\begin{cases} H_A = -100 \\ \dots \\ 173{,}20 \cdot 2{,}00 = V_B \cdot 5{,}00 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_A = -100 \\ \dots \\ \dfrac{173{,}20 \cdot 2{,}00}{5{,}00} = V_B \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_A = -100 \\ \dots \\ V_A = 173{,}20 - V_B \end{cases}$$

$$V_B = \frac{346{,}40}{5{,}00} = 69{,}28$$



25

$$\text{dg}\begin{cases} M_A = \quad 360 \text{ daN}\cdot\text{m} \\ \underline{P} = 220 \text{ daN} \\ \left.\begin{matrix} a = 2{,}40 \text{ m} \\ b = 2{,}10 \text{ m} \end{matrix}\right\} 4{,}50 = l \end{cases}$$

$$P_x = P \cdot \cos 60° = 220 \cdot 0{,}5 = 110$$

$$P_y = P \cdot \text{Sen} 60° = 220 \cdot 0{,}8 = 190{,}52$$

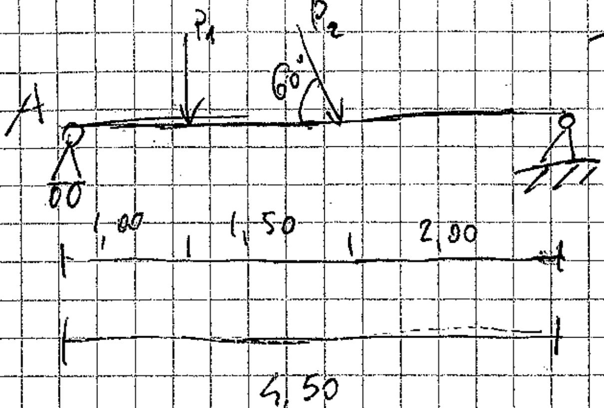
$$\begin{cases} \Sigma F_{i,x} = 0 \\ \Sigma F_{i,y} = 0 \\ \Sigma M_{i,A} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} V_A - 190{,}52 + V_B = 0 \\ 190{,}52 \cdot 2{,}40 - V_B \cdot 2{,}10 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dots \\ 190{,}52 \cdot 2{,}40 = V_B \cdot 2{,}10 \end{cases} \qquad \begin{cases} \dots \\ \dfrac{190{,}52 \cdot 2{,}40}{2{,}10} = V_B \end{cases} \qquad \begin{cases} V_A = 190{,}52 - V_B \\ V_B = \dfrac{457{,}248}{2{,}10} = \end{cases}$$

217,74

$$\begin{cases} V_A + V_B = 0 \\ -M_A - V_B \cdot 4{,}50 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} V_A = -V_B = -(-80) = 80 \\ -360 = V_B \cdot 4{,}50 \end{cases}$$

$$V_B = \frac{-360}{4{,}50} = -80$$



$P_1 = 300$ daN

$P_2 = 100$ daN

$M_B = 150$ daN · m

26

$P_{1x} =$

$P_{1y} =$

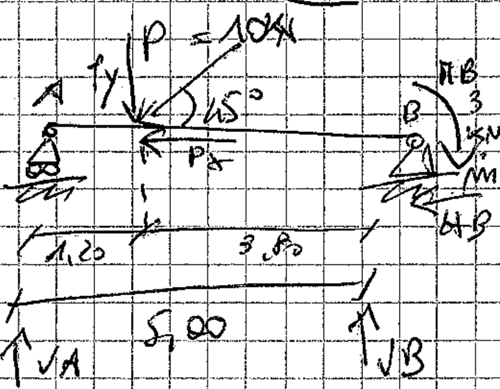
$P_{2x} =$

$P_{2y} =$

H= reazione vincolare orizzontale

V= reazione vincolare verticale

M= reazione vincolare



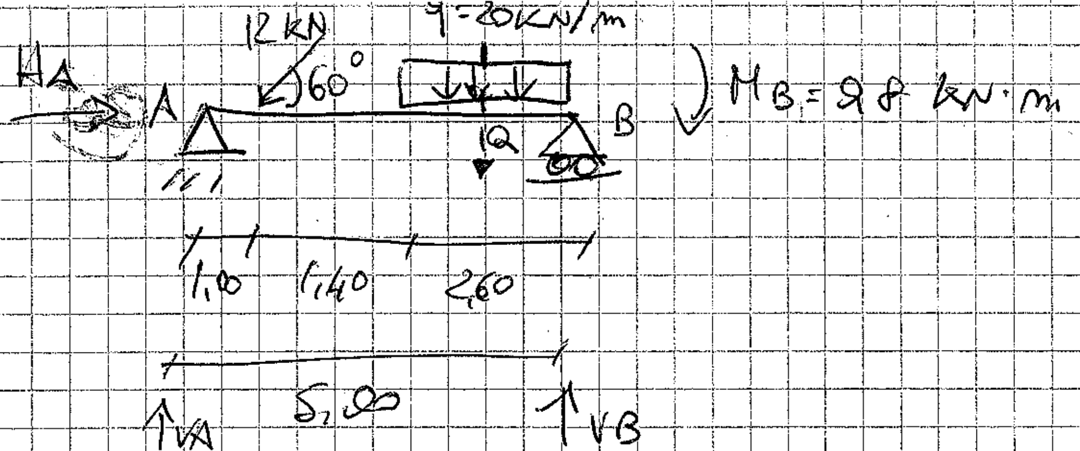
$$\begin{cases} \sum F_{i,x} = 0 \\ \sum F_{i,y} = 0 \\ \sum M_{i,A} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -10 \cdot \cos 45° - HB = 0 \\ VA - 10 \operatorname{sen} 45° + VB = 0 \\ 10 \cdot \operatorname{sen} 45° \cdot 1{,}20 - VB \cdot 5{,}00 + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -10 \cdot \cos 45° = HB \\ \dots \\ 8{,}48 + 3 = VB \cdot 5{,}00 \end{cases} \qquad \begin{cases} \dots \\ VA = 10 \cdot \operatorname{sen} 45 + 2{,}29 \\ \dots \end{cases}$$

$$\frac{11{,}48}{5{,}00} = VB$$

$\downarrow$

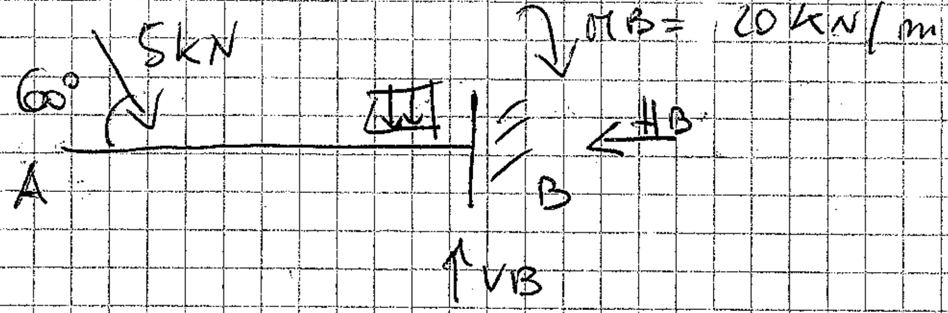
2,29



27

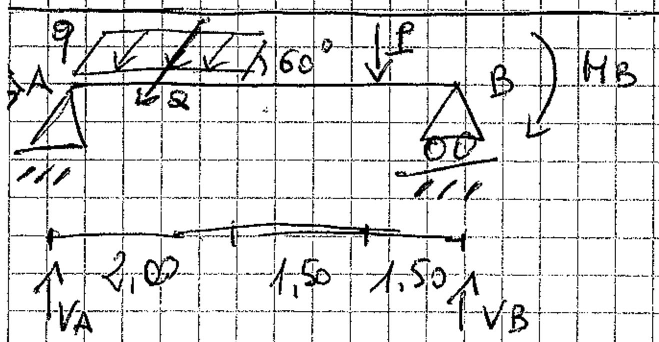
$$\begin{cases} P_x = 12 \cdot \cos\alpha \\ P_y = 12 \cdot \operatorname{sen}\alpha \end{cases} \qquad \begin{cases} P_x = 6 \text{ KN} \\ P_y = 10{,}39 \text{ kN} \end{cases}$$

$$\begin{cases} HA - 6 = 0 \\ VA - 10{,}39 - 52 + VB = 0 \\ 10{,}39 \cdot 1{,}00 + 52 \cdot 3{,}70 - VB \cdot 5{,}00 + 0{,}8 = 0 \end{cases}$$



28

$$\begin{cases} P_x = 5 \cdot \cos\alpha \\ P_y = 5 \cdot \operatorname{sen}\alpha \end{cases} \qquad \begin{cases} P_x = 2{,}5 \\ P_y = 4{,}33 \end{cases}$$



$q = 2500$ daN/m $\rightarrow Q \rightarrow \begin{cases} Q_x \\ Q_y \end{cases}$

$P = 1000$ daN

$M_B = 600$ daN·m

$Q = 2500 \cdot 2 = 5000$ daN

$Q_x = 5000 \cdot \cos 60° = 5000 \cdot 0{,}5 = 2500$ daN

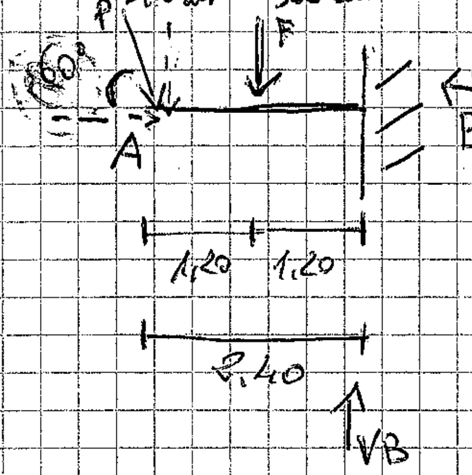
$Q_y = 5000 \cdot \operatorname{sen} 60° = 5000 \cdot 0{,}866 = 4330$ daN

$$\begin{cases} H_A - Q_x = 0 \\ P - Q_y + V_A + V_B = 0 \\ M_B + Q \cdot 1 + P \cdot 3{,}5 - V_B \cdot 5 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} H_A = 2500 \text{ daN} \\ 1000 - 4330 + V_A + V_B = 0 \\ 600 + 4330 + 3500 - V_B \cdot 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_A = 2500 \text{ daN} \\ V_A = -1000 + 4330 - V_B \\ V_B = \dfrac{8430}{5} \end{cases} \qquad \begin{cases} \text{"} \quad \text{"} \\ \text{"} \quad \text{"} \\ V_B = 1686 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_A = 2500 \text{ daN} \\ V_A = 1664 \text{ daN} \\ V_B = 1686 \text{ daN} \end{cases}$$

1)



$P_x = 400 \cdot \cos 60° = 200$ daN

$P_y = 400 \cdot \sin 60° = 346,4$ daN

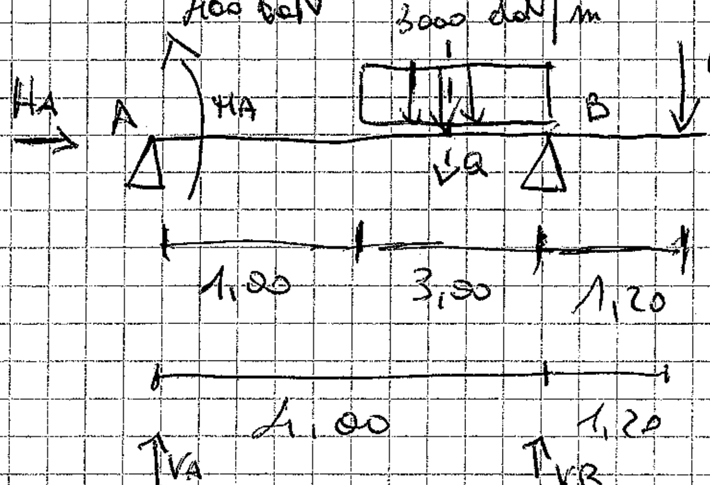
29

$$\begin{cases} -HB + P_x = 0 \\ VB - F - P_y = 0 \\ F \cdot 1,20 + P_y \cdot 2,40 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} -HB + \overset{200}{P_x} = 0 \\ VB - \overset{F}{\cancel{4}} - P_y = 0 \\ 360 + 831,36 = 1191,36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 200 = HB \\ VB = 1191,36 \\ 3,60 + 831,36 = 1191,36 \end{cases}$$

---

2)



$Q = 3000 \cdot 1,5 = 4500$ daN

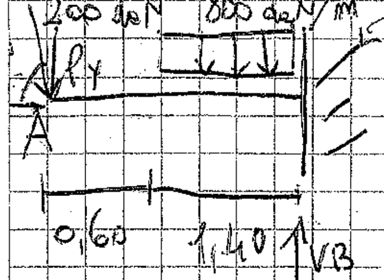
$$\begin{cases} HA = 0 \\ VA - 4500 - 600 + VB = 0 \\ -MA + 4500 + 600 = VB \cdot 5,20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} HA = 0 \\ VA - 4500 - 600 + VB = 0 \\ \cancel{4000}\ 4700 - VB \cdot 5,20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ldots \\ \ldots \\ \dfrac{4700}{5,20} = VB \end{cases} \qquad \begin{cases} HA = 0 \\ VA = 4500 + 600 - 903,846 = \\ VB = 903,846 \text{ daN} \end{cases} \qquad \begin{cases} HA = 0 \\ VA = 4196,154 \text{ daN} \\ VB = 903,846 \text{ daN} \end{cases}$$

$$\begin{cases} HB = 0 \\ VA - 1000 + VB - 500 = 0 \\ -MA + 1000 \cdot 3,00 - VB \cdot 4,50 + \overset{500}{\cancel{1}} \cdot 5,90 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} HB = 0 \\ VA - 1500 + VB = 0 \\ -\cancel{MA} + 3000 - VB \cdot 4,50 + 2950 = 0 \end{cases}$$

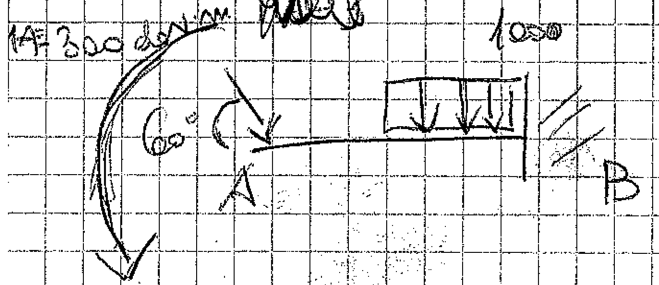
$$\begin{cases} HB = 0 \\ '' \\ 5650 - VB \cdot 4,50 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} '' \\ '' \\ VB = \dfrac{5650}{\ldots} = 1,255 \end{cases} \qquad \begin{cases} VA = 1500 + 1,255 = 1501,255 \end{cases}$$

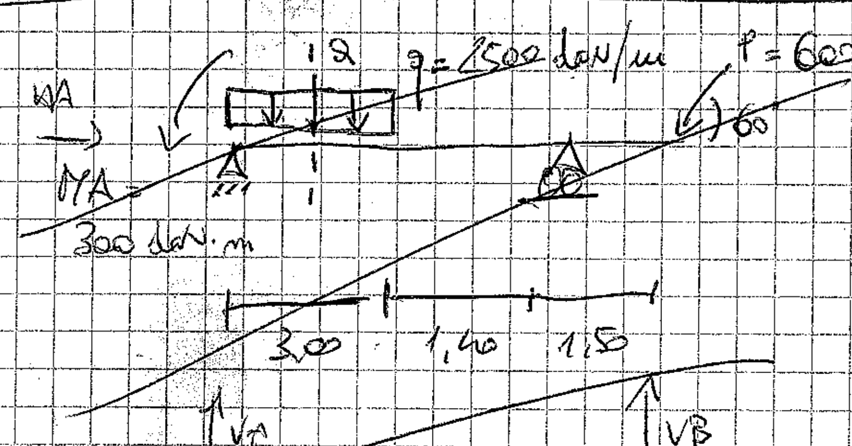


30

$P_x = 200 \cdot \cos 60° = 100$

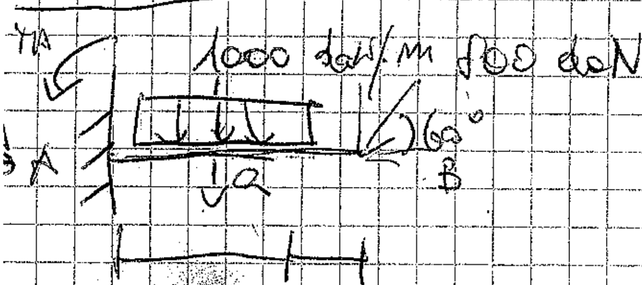
$P_y = 200 \cdot \sin 60° = 173,20$





$Q = 7500$

$P_x =$



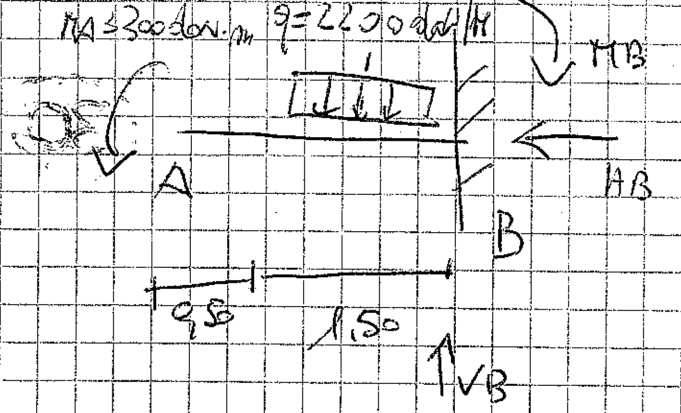
$P_x = 800 \cdot \cos 60° = 400$

$P_y = 800 \cdot \sin 60° = 692,82$

$Q = 1000 \cdot 1,40 = 1400$

$$\begin{cases} HA - 400 = 0 \\ -1400 + VA - 692,82 = 0 \\ -MA + 1400 \cdot 0,70 + 692,82 \cdot 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} HA = 400 \\ VA = 1400 + 692,82 \quad 2092,82 \\ \cancel{} -MA \cancel{} 980 + 1385,64 \end{cases}$$



$R = 2200 \cdot 1{,}50 = 3300$

31

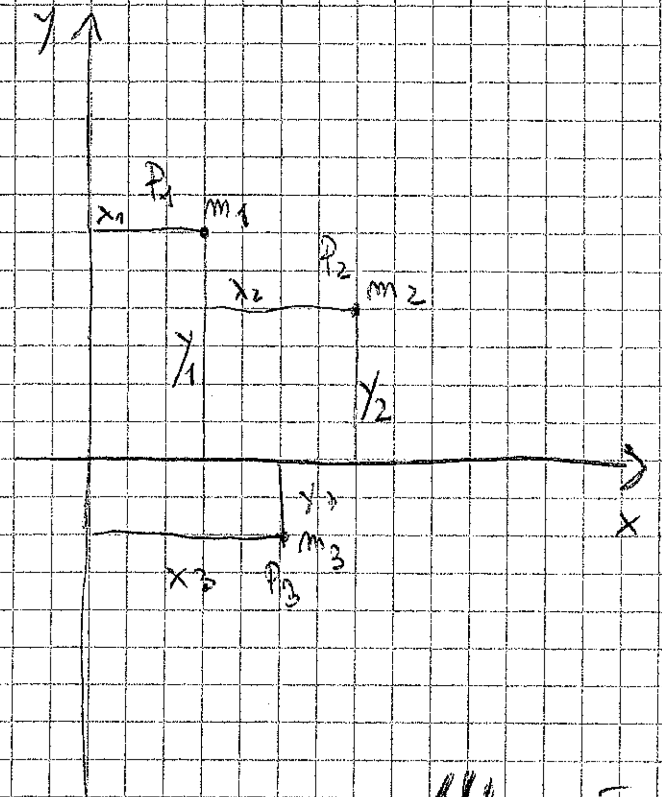
$$\begin{cases} HB = 0 \\ -3300 + VB = 0 \\ -300 + MB - VB \cdot 2 + 3300 \cdot 1{,}25 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} HB = 0 \\ VB = 3300 \\ -300 + MB - 3300 \cdot 2 + 3300 \cdot 1{,}25 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} HB = 0 \\ VB = 3300 \\ M_B = 2775 \end{cases}$$

GEOMETRIA DELLE MASSE, MOMENTO STATICO E BARICENTRO

Sistema di ... = più di ... (considero più cose)



Si definisce momento statico ~~della m~~ rispetto all'asse x delle masse m_i la somma dei prodotti delle masse m_i × le rispettive distanze (y_i) dall'asse x.

I simboli:

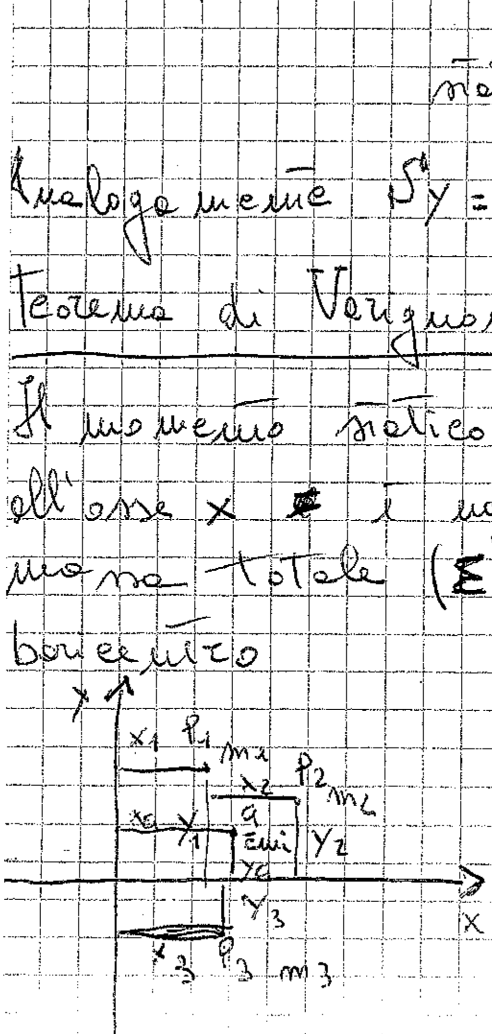
$S_x = m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 - m_3 \cdot y_3$

Momento statico rispetto all'asse x → $S_x = \sum m_i \cdot y_i$

Analogamente $S_y = \sum m_i \cdot x_i$

<u>Teorema di Varignon</u>

Il momento statico di un sistema di masse rispetto all'asse x è uguale al momento statico della massa totale ($\sum m_i$) pensata concentrata nel baricentro



$$\sum m_i \cdot y_i = \left(\sum m_i\right) \cdot y_G$$

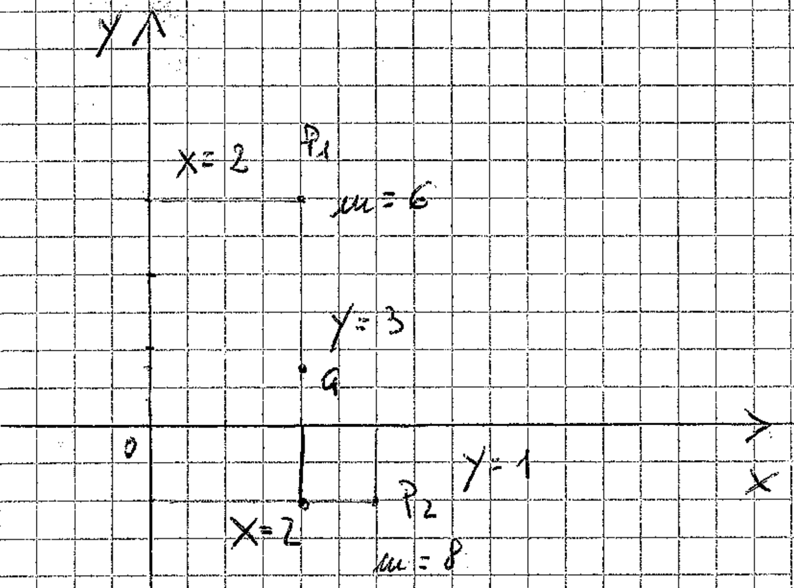
$$\downarrow$$

$$\sum m_i \cdot y_i = M \cdot y_G$$

Il teorema di Varignon ci permette di trovare la posizione del baricentro di un sistema di masse. Infatti

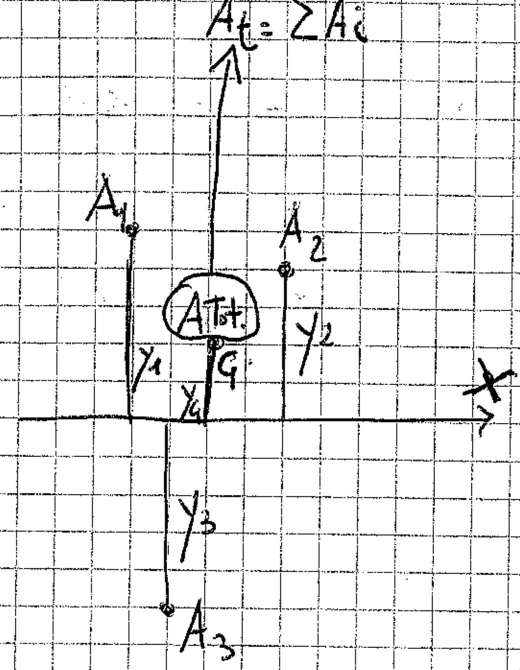
- da $\sum m_i \cdot y_i = M \cdot y_G \longrightarrow y_G = \dfrac{\sum m_i \cdot y_i}{M}$

- da $\sum m_i \cdot x_i = M \cdot x_G \longrightarrow x_G = \dfrac{\sum m_i \cdot x_i}{M}$



$$x_G = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2}{m_1 + m_2} = \frac{6 \cdot 2 + 8 \cdot 2}{6+8} = \frac{28}{14} = 2 \text{ cm}$$

$$y_G = \frac{m_1 \cdot y_1 - m_2 \cdot y_2}{m_1 - m_2} = \frac{6 \cdot 3 - 8 \cdot 1}{6+8} = \frac{10}{14} = 0,71 \text{ cm}$$



Il Momento statico del sistema di aree A_i rispetto all'asse x e y (34)

$$S_x = A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3 = \sum A_i \cdot y_i$$
$$S_y = A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + A_3 \cdot x_3 = \sum A_i \cdot x_i$$

Momento statico dell'area totale (concentrata nel baricentro) rispetto all'asse x e y

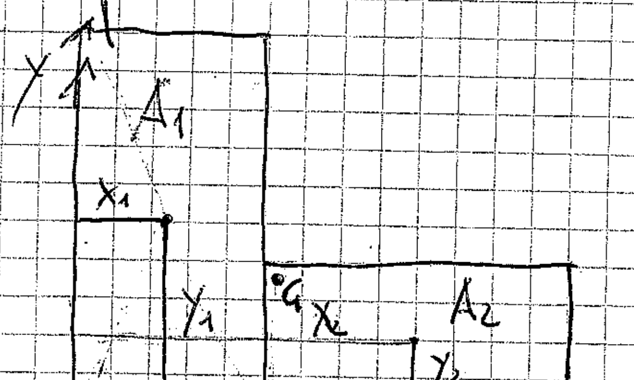
$$S_x = A_t \cdot y_G$$
$$S_y = A_t \cdot x_G$$

Teorema di Varignon:

$$\sum A_i \cdot y_i = A_t \cdot y_G$$
$$\sum A_i \cdot x_i = A_t \cdot x_G$$

Conseguenza del t. di Varignon: $\begin{cases} x_G = \dfrac{\sum A_i \cdot x_i}{A_t} \\ y_G = \dfrac{\sum A_i \cdot y_i}{A_t} \end{cases}$

Esempio:



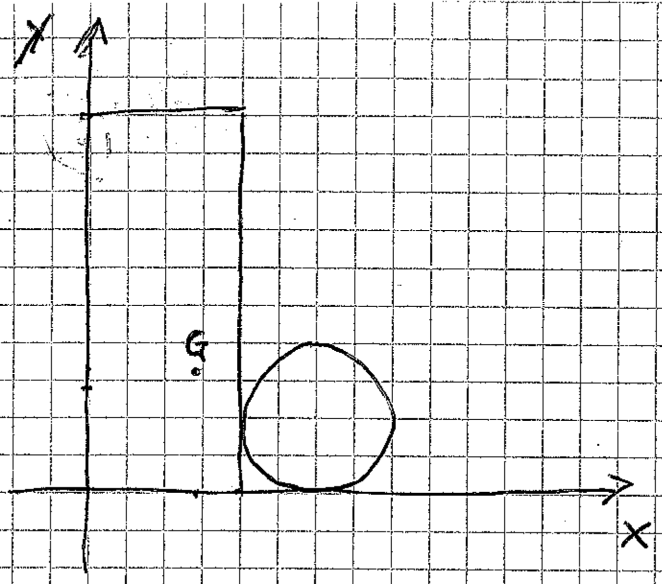
$$\left.\begin{array}{l} A_1 = 5 \cdot 10 = 50 \text{ cm}^2 \\ A_2 = 4 \cdot 8 = 32 \text{ cm}^2 \end{array}\right\} A_t = 82 \text{ cm}^2$$

$Y_1 = 5$ cm $\quad X_1 = 2,5$ cm

$Y_2 = 2$ cm $\quad X_2 = 4 + 5 = 9$ cm

$$X_G = \frac{50 \cdot 2,5 + 32 \cdot 9}{82} = 5,03 \text{ cm}$$

$$Y_G = \frac{50 \cdot 5 + 32 \cdot 2}{82} = 3,82 \text{ cm}$$



$r = 2\,cm$

Area cerchio $= \pi \cdot r^2$

35

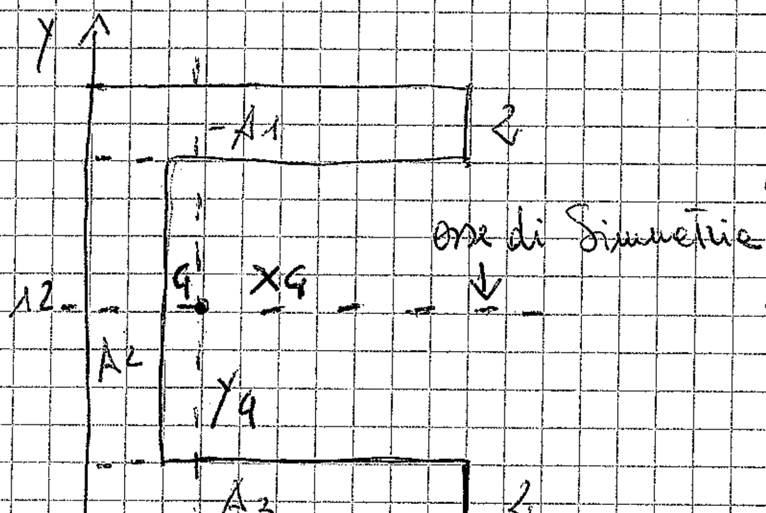
$A_1 = 4 \cdot 10 = 40\,cm$
$A_2 = 12{,}56\,cm$
$\left\{ A_t = 52{,}56\,cm \right.$

$$X_G = \frac{40 \cdot 2 + 12{,}56 \cdot 6}{52{,}56} = 2{,}95$$

$X_1 = 2 \quad X_2 = 6$

$Y_1 = 5 \quad Y_2 = 2$

$$Y_G = \frac{40 \cdot 5 + 12{,}56 \cdot 2}{52{,}56} = 4{,}28$$



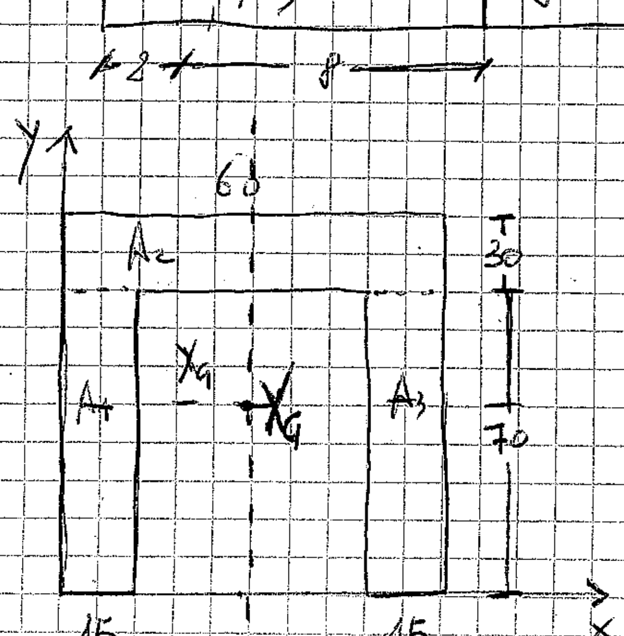
$A_1 = 2 \cdot 10 \quad X_1 = 5 \quad Y_1 = 1$

$A_2 = 2 \cdot 8 \quad X_2 = 1 \quad Y_2 = 4 \cdot 2$

$A_3 = 2 \cdot 10 \quad X_3 = 5 \quad Y_3 = 1$

$$Y_G = \frac{20 \cdot 1 + 16 \cdot 6 + 20 \cdot 11}{36} = 1{,}88$$

$$X_G = \frac{20 \cdot 5 + 16 \cdot 1 + 20 \cdot 5}{36} = 6$$



$A_1 = 15 \cdot 70 = 1050$

$A_2 = 30 \cdot 60 = 1800$

$A_3 = 15 \cdot 70 = 1050$

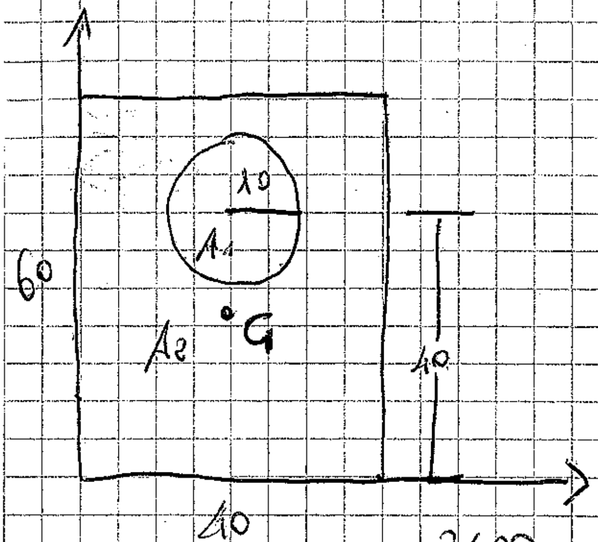
$X_1 = 7{,}5\,cm \quad Y_1 = 35$

$X_2 = 30 \quad Y_2 = 85$

$X_3 = 52{,}5 \quad Y_3 = 35$

$Y_G = \frac{226500}{3900} = 58{,}07$

$A_{cerchio} = \pi \cdot r^2$ 36

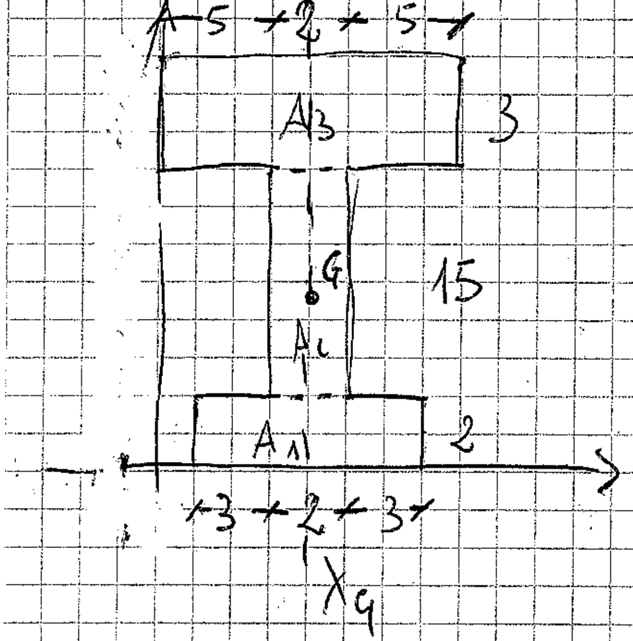


$A_1 = 314$
$A_2 = 2400$
$\left.\right\} A_t = 2714$

$X_1 = 20 \quad Y_1 = 40$
$X_2 = 20 \quad Y_2 = 30$

$$X_G = \frac{314 \cdot 20 + \quad 2400 \quad \cdot 20}{2714} = \quad 20$$

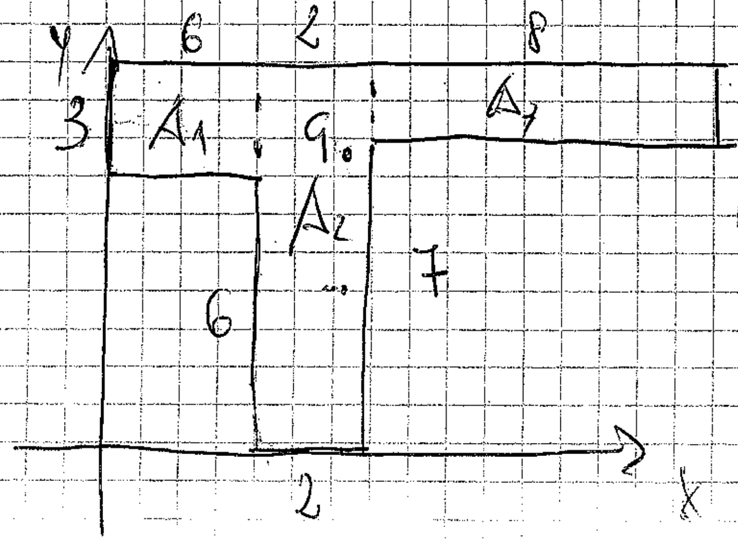
$$Y_G = \frac{314 \cdot 40 + 2400 \cdot 30}{2714} = 31{,}15$$



$A_1 = 2 \cdot 8 = 16$
$A_2 = 15 \cdot 2 = 30$
$A_3 = 12 \cdot 3 = 36$
$A_t = 82$

$X_G = 6$
$Y_1 = 1$
$Y_2 = 9{,}5$
$Y_3 = 18{,}5$

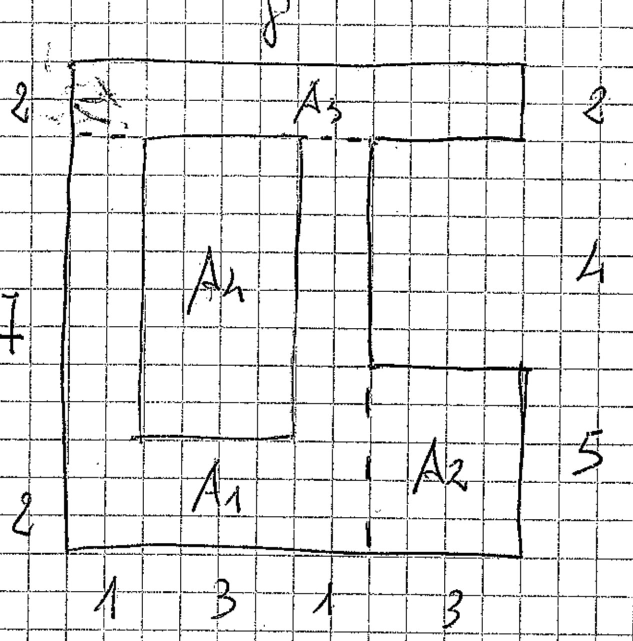
$$Y_G = \frac{16 + 30 \cdot 9{,}5 + 36 \cdot 18{,}5}{82} = 11{,}79$$



$A_1 = 18$	$X_1 = 3$	$Y_1 = 7{,}5$
$A_2 = 18$	$X_2 = 7$	$Y_2 = 4{,}5$
$A_t = 52 \quad A_3 = 16$	$X_3 = 12$	$Y_3 = 8$

$$X_G = \frac{18 \cdot 3 + 18 \cdot 7 + 16 \cdot 12}{52} = 7{,}15$$

$$Y_G = \frac{18 \cdot 7{,}5 + 18 \cdot 4{,}5 + 16 \cdot 8}{52} = 6{,}61$$



$A_1 = 5 \cdot 9 = 45 - 21 = 24$

$A_2 = 3 \cdot 5 = 15$

$A_3 = 8 \cdot 2 = 16$ $\quad A_t = \cancel{52}\ 76$

$A_4 = 3 \cdot 7 = 21$ $\quad$ 37

$X_1 = 2,5 \qquad Y_1 = 4,5$

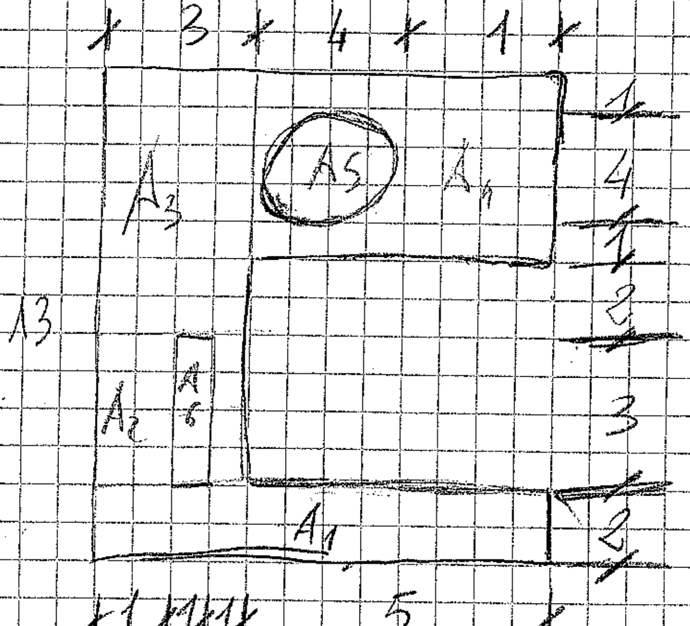
$X_2 = 6,5 \qquad Y_2 = 2,5$

$X_3 = 4 \qquad Y_3 = 10$

$X_4 = 2,5 \qquad Y_4 = 5,5$

$$X_G = \frac{24 \cdot 2,5 + 15 \cdot 6,5 + 16 \cdot 4 + 21 \cdot 2,5}{76} = 3,60$$

$$Y_G = \frac{24 \cdot 4,5 + 15 \cdot 2,5 + 16 \cdot 10 + 21 \cdot 5,5}{76} = 5,53$$



$A_1 = 16\ cm^2$

$A_2 = 9\ cm^2$

$A_3 = 24\ cm^2$

$A_4 = 30\ cm^2$

$A_5 = 12,56\ cm^2$

$A_6 = 3\ cm^2$

$A_t = 63,44\ cm^2$

$X_1 = 4 \qquad Y_1 = 1$

$X_2 = 1,5 \qquad Y_2 = 3,5$

$X_3 = 1,5 \qquad Y_3 = 9$

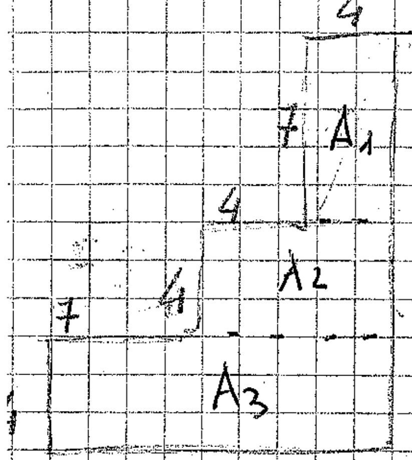
$X_4 = 5,5 \qquad Y_4 = 10$

$X_5 = 5 \qquad Y_5 = 10$

$X_6 = 1,5 \qquad Y_6 = 3,5$

$X_G = 3,33$

$Y_G = 6,74$



$A_1 = 28\ cm^2$

$A_2 = 32\ cm^2 \quad A_t = 120\ cm^2$

$A_3 = 60\ cm^2$

$X_1 = 13\ cm \quad Y_1 = 11{,}5\ cm$

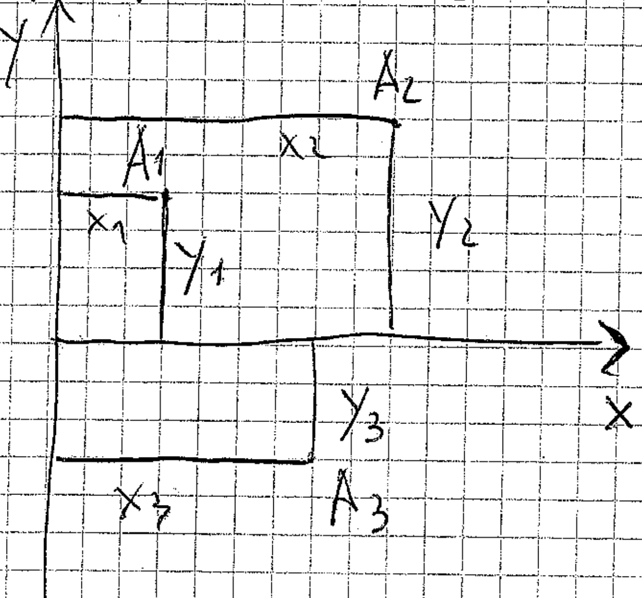
$X_2 = 11\ cm \quad Y_2 = 6\ cm$

$X_3 = 7\ cm \quad Y_3 = 2\ cm$

$$X_G = \frac{28 \cdot 13 + 32 \cdot 11 + 60 \cdot 7}{120} = 9{,}47\ cm$$

$$Y_G = \frac{28 \cdot 11{,}5 + 32 \cdot 6 + 60 \cdot 2}{120} = 5{,}28\ cm$$

MOMENTI DI INERZIA



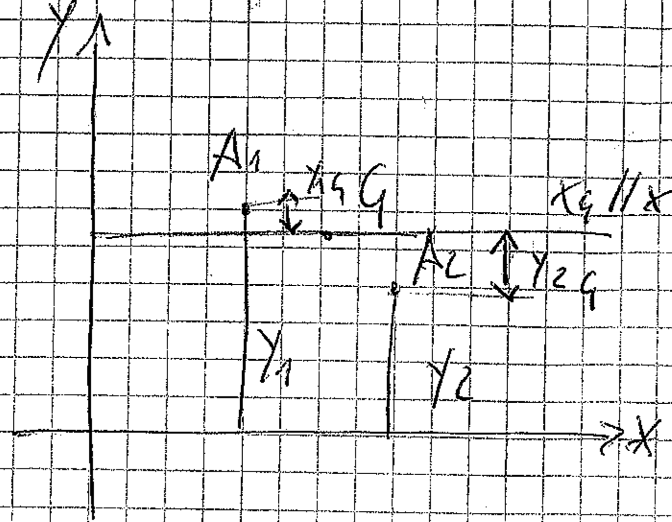
m. di inerzia rispetto a x

$$I_x = A_1 \cdot Y_1^2 + A_2 \cdot Y_2^2 + A_3 \cdot Y_3^2 = \sum A_i \cdot Y_i^2$$

$$I_y = \sum A_i \cdot x_i^2$$

$$I_x = \sum A_i \cdot y_i^2 = \sum \underbrace{(A_i \cdot y_i)}_{S_{i,x}} \cdot y_i = \sum S_{i,x} \cdot y_i$$

Teorema di trasposizione o di Huygens per momenti di inerzia



S_x = area × distanza = cm²·cm

I_x = area × distanza² = cm²·cm²

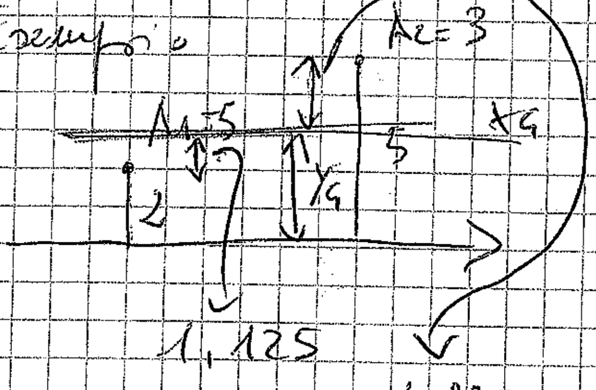
Sia G baricentro delle aree

Sia X_G l'asse passante per G e // a x

Si dimostra che: $I_x = I_{xG} + A_t \cdot y_G^2$

$$I_x = \sum A_i \cdot y_i^2 \qquad I_{xG} = \sum A_i \cdot y_{i,G}^2$$

Esempio



$S_x = A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 = 5 \cdot 2 + 3 \cdot 5 = 25$

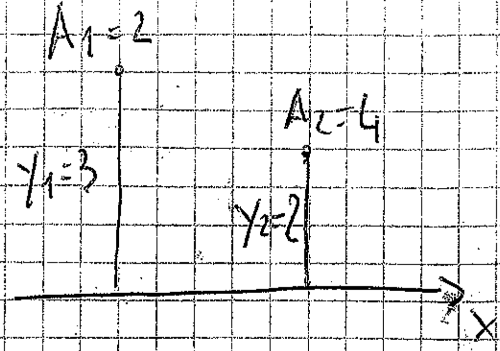
$\sum A_i \cdot y_i = A_t \cdot y_G$ (T. Varignon)

$y_G = \frac{25}{8} = 3,125$ cm

$I_x = \sum A_i \cdot y_i^2 = 5 \cdot 2^2 + 3 \cdot 5^2 = 20 + 75 = 95 \text{ cm}^4$

$I_{xG} = \sum A_i \cdot y_{i,G}^2 = 5 \cdot 1,125^2 + 3 \cdot 1,875 = 16,875 \text{ cm}^4$

$I_x = I_{xG} + A_t \cdot y_G^2 = 16,875 + 8 \cdot 3,125^2 = 95 \text{ cm}^4$



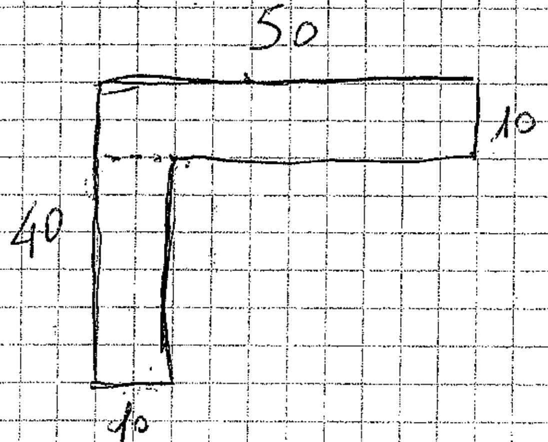
$S_x = A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 = 2\cdot 3 + 4\cdot 2 = 14$

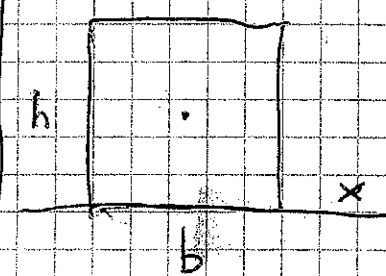
x definizione di momento statico

$S_x = A_t \cdot y_G$ (x T. di Varignon

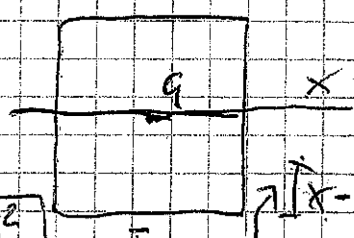
$14 = 6 \cdot y_G \rightarrow y_G = \frac{14}{6} = 2{,}33$ cm

$I_x = \sum A_i \cdot y_i^2$ (x definizione) $=$
$2\cdot 3^2 + 4\cdot 2^2 = 18 + 16 = 34$





$I_x = \frac{1}{3} b h$

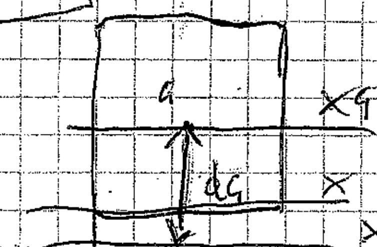


$I_{xG} = \frac{1}{12}$

$y_G = \frac{300 \cdot 15 + 500 \cdot 35}{800} = 27{,}5$

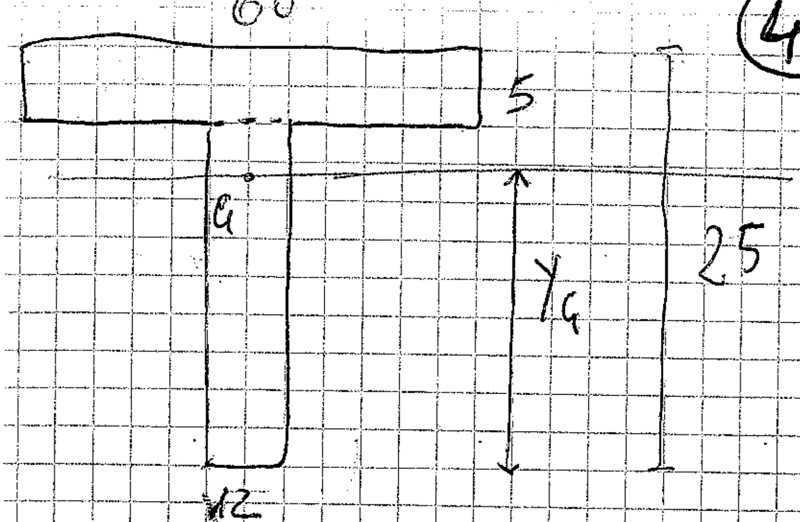
$I_x = \frac{1}{3} b h^3 = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 30^3 + \frac{1}{12} \cdot 50 \cdot 10^3 + 500 \cdot 35^2$

$I_{xG} = I_x - A_t y_G^2$



$I_{x'} = I_{xG} + d_G^2$

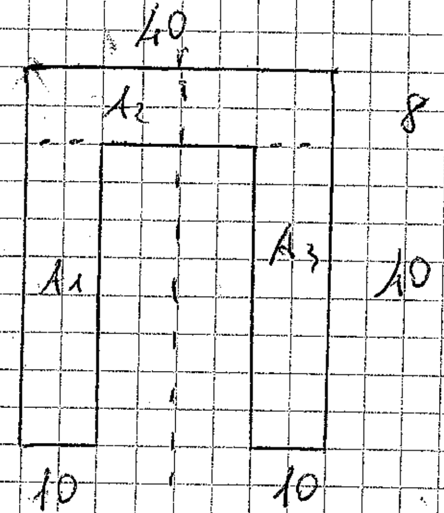
41



$$Y_G = \frac{240 \cdot 10 + 300 \cdot 22{,}5}{540} = 16{,}9$$

$$I_x = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 20^3 + \frac{1}{12} \cdot 60 \cdot 5^3 + 30 \cdot 22{,}5^2 = 184.500$$

$$I_{xG} = 29539{,}656$$



Baricentro G

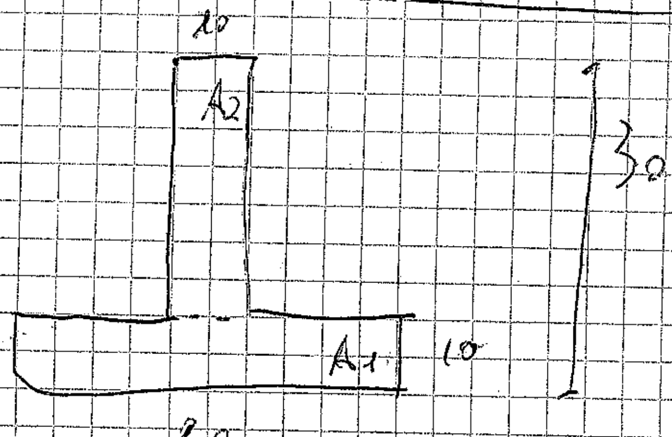
$X_G = 20\,cm$

$$Y_G = \frac{400 \cdot 20 + 320 \cdot 44 + 400 \cdot 20}{1120} = 26{,}8$$

$A_1 = 400$ $Y_1 = 20$

$A_2 = 320$ $Y_2 = 44$

$A_3 = 400$ $Y_3 = 20$

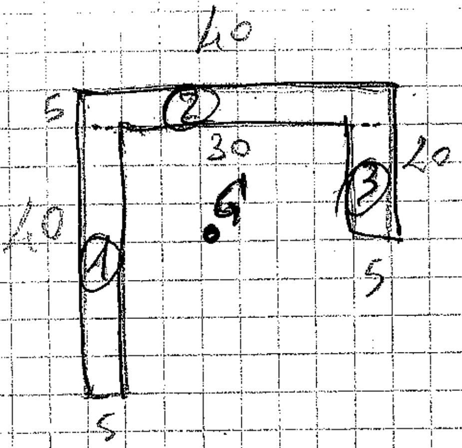


$X_G = 20$

$$Y_G = \frac{400 \cdot 5 + 200 \cdot 20}{600} = 10$$

$$I_x = \frac{1}{3} \cdot 40 \cdot 10^3 + \frac{1}{12} \cdot 10 \cdot 20^3 + 200 \cdot 20 =$$

$$I_{xG} = I_x - A_t \cdot Y_G^2$$



$X_G = \frac{175 \cdot 2,5 + 200 \cdot 20 + 75 \cdot 37,5}{450} = 16,11$

$Y_G = 175 \cdot 20 + 200 \cdot 37,5 + 75 \cdot 30 = 22,77$

~~I_X = [illegible]~~

~~I_{XG} =~~

42

$A_1 = 175$ $X_1 = 2,5$ $Y_1 = 20$

$A_2 = 200$ $X_2 = 20$ $Y_2 = 37,5$

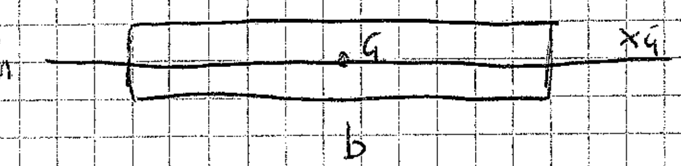
$A_3 = 75$ $X_3 = 37,5$ $Y_3 = 30$

$I_X = 71188,\bar{3} + 416,66 + 333,\bar{3} = 72208,38666$

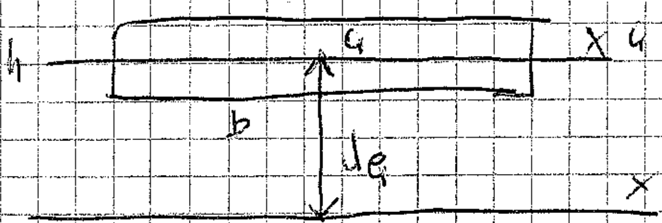
$I_{XG} =$

FORMULE

$$I_X = \frac{1}{3} b h^3$$

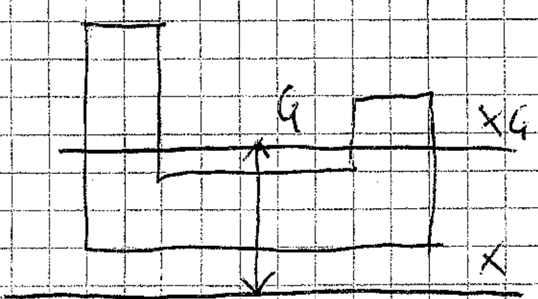


$$I_{XG} = \frac{1}{12} b h^3$$



$$I_X = I_{XG} + A \cdot d_G^2$$

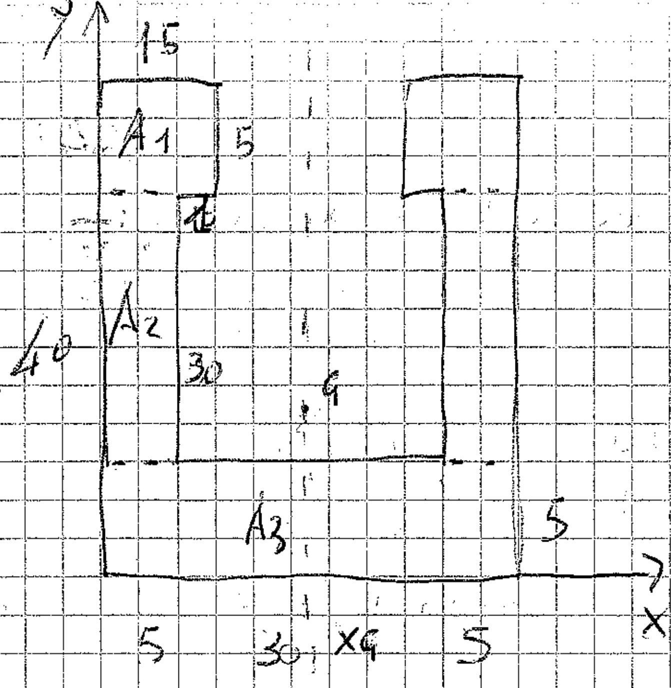
(T. di trasposizione per il rettangolo



$$I_X = I_{XG} + A_t \cdot d_G^2$$

(T. di trasposizione x l'intera figura

$$I_{XG} = I_X - A_t \cdot d_G^2$$



$A_1 : 30$

$A_2 = 150$ $\quad At = 380$

$A_3 = 200$

43

$Y_1 = 37{,}5$

$Y_2 = 20$

$Y_3 = 2{,}5$

$$Y_G = \frac{\overset{112{,}5}{30 \cdot 37{,}5} + \overset{3000}{150 \cdot 20} + \overset{500}{200 \cdot 2{,}5}}{380}$$

9,5 cm

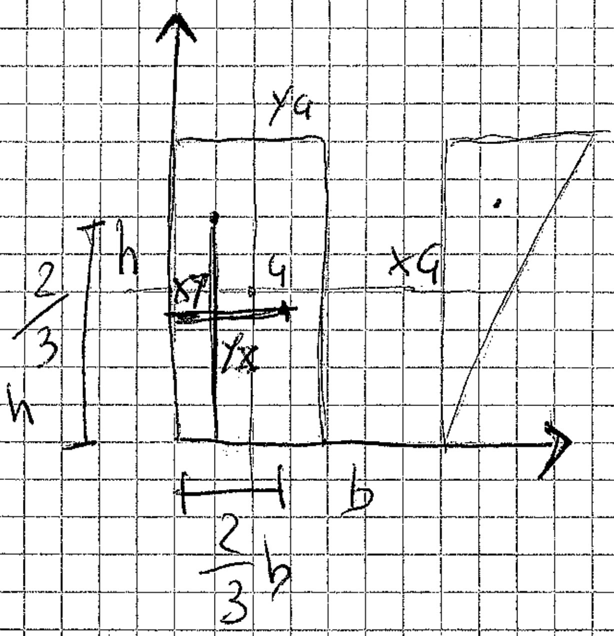
$I_x = \frac{1}{12} 40 \cdot 40^3 = 213333{,}3333$

$I_{xG} = 213333{,}\bar{3} + 380 \cdot 9{,}5^2 =$
$247628{,}3333$

$I_x = \frac{1}{3} b h^3 \quad , \quad I_{xG} = \frac{1}{12} b h^3$

$Y_X = \frac{I_x}{A \cdot Y_G} = \frac{\frac{1}{3} b h^{\cancel{3}}}{\cancel{b} \cdot \cancel{h} \cdot \frac{h}{2}} = \frac{2}{3} h$

$X_Y = \frac{I_Y}{A \cdot X_G} = \frac{\frac{1}{3} h b^{\cancel{3}}}{\cancel{b} \cdot \cancel{h} \cdot \frac{b}{2}} = \frac{2}{3} b$



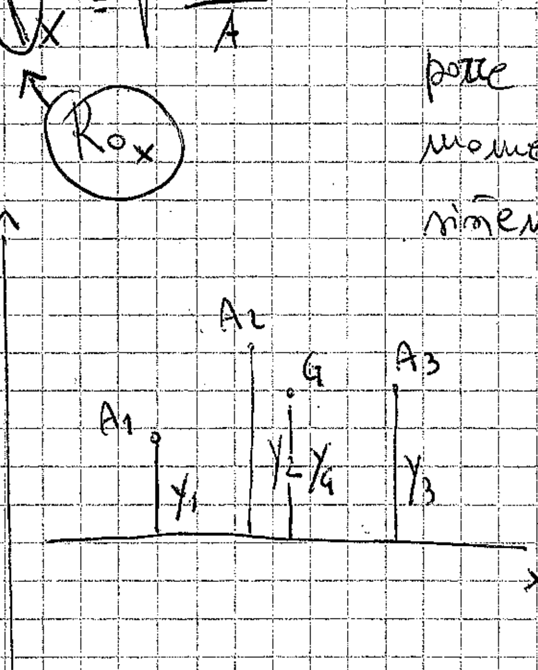
X e Y rappresentano i baricentri dei momenti statici rispetto all'asse x e y

RAGGIO DI INERZIA RISPETTO A UN ASSE

$$\rho_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$$

ρ o Ro_x

È la distanza dall'asse x alla quale porre l'area totale per avere lo stesso momento di inerzia $I_x = \sum A_i \cdot y_i^2$ del sistema delle aree parziali.



$$I_x = A_1 \cdot y_1^2 + A_2 \cdot y_2^2 + A_3 \cdot y_3^2$$

Sia G il baricentro del sistema di aree.

È possibile concentrare in G l'area totale e calcolare I_x con la formula $I_x = A \cdot y_G^2$?

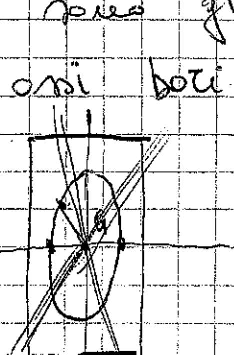
NO, perché per il momento di inerzia non vale il t. di Varignon ma vale invece il t. di trasposizione cioè

$$I_x = I_{xG} + A \cdot y_G^2$$

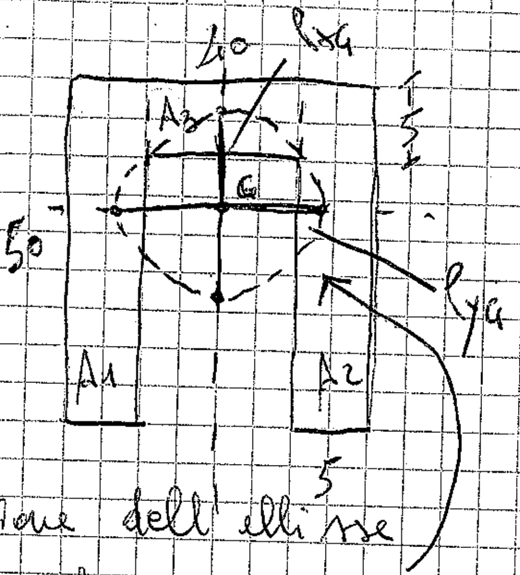
ELLISSE CENTRALE DI INERZIA

L'ellisse centrale di Inerzia è una figura geometrica (ellisse) il cui centro è il baricentro delle aree e i cui punti sono gli estremi di tutti i raggi di Inerzia rispetto agli assi baricentrici.

Esempio:



uno dei modi per costruire l'ellisse è quello di individuare i suoi assi (minore o maggiore)



1) Posizione baricentro

$X_G = 20$ cm

$$Y_G = \frac{250 \cdot 25 + 250 \cdot 25 + 150 \cdot 47{,}5}{650} = 30{,}19 \text{ cm}$$

2) Calcolo I_x, I_{xG}, I_y e I_{yG} della figura

$$I_x = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 50^3 + \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 50^3 + \frac{1}{12} \cdot 30 \cdot 5^3 + 150 \cdot 47{,}5^2 = 755416{,}67 \text{ cm}^4$$

$$I_{xG} = 755416{,}67 - 650 \cdot 30{,}19^2 = 162982{,}54 \text{ cm}^4$$

$$I_y = \frac{1}{3} \cdot 50 \cdot 5^3 + \frac{1}{12} 50 \cdot 5^3 + 250 \cdot 37{,}5^2 + \frac{1}{12} 5 \cdot 50^3 + 150 \cdot 20^2 = 425416{,}67 \text{ cm}^4$$

$$I_{yG} = 425416{,}67 - 650 \cdot 20^2 = 165416{,}67 \text{ cm}^4$$

3) Calcolo di ρ_x, ρ_{xG}, ρ_y, ρ_{yG}

$$\rho_x = \sqrt{\frac{755416{,}67}{650}} = 34{,}09 \text{ cm}$$

$$\rho_{xG} = \sqrt{\frac{162982{,}54}{650}} = 15{,}83 \text{ cm}$$

$$\rho_y = \sqrt{\frac{425416{,}67}{650}} = 25{,}58 \text{ cm}$$

$$\rho_{yG} = \sqrt{\frac{165416{,}67}{650}} = 15{,}95 \text{ cm}$$

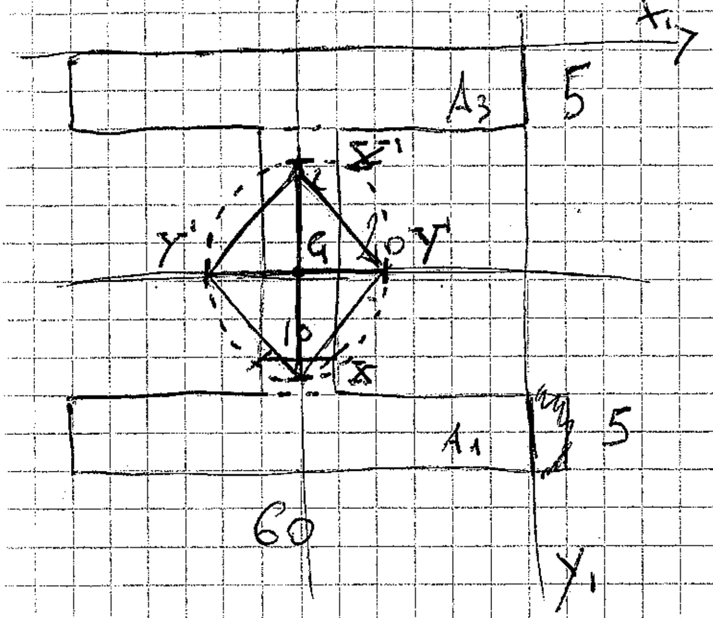
4) Costruzione dell'ellisse centrale di inerzia

5) Costruzione del nocciolo centrale di inerzia

$Y_X = 38{,}49$ cm

$X_Y = 30{,}49$ cm

Determina l'ellisse centrale di inerzia e il nocciolo centrale di inerzia delle seguente figura piana: (46)



1) Calcolo di x_G e y_G

$x_G = 30$ cm ; $y_G = 15$ cm

2) Calcolo di I_x e I_y

$$I_x = \frac{1}{3} \cdot 60 \cdot 5^3 + \frac{1}{12} \cdot 10 \cdot 20^3 + 200 \cdot 15^2 + \frac{1}{12} \cdot 60 \cdot 5^3 + 300 \cdot 27{,}5^2 = 281666{,}67 \text{ cm}^4$$

$$I_y = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 60^3 + \frac{1}{12} \cdot 20 \cdot 10^3 + 200 \cdot 30^2 + \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 60^3 = 901666{,}67 \text{ cm}^4$$

3) Calcolo di I_{xG} e I_{yG}

$I_{xG} = I_x - A_t \cdot y_G^2 = 101666{,}67$ cm^4

$I_{yG} = I_y - A_t \cdot x_G^2 = 181666{,}67$ cm^4

4) Calcolo di $I_{x'}$ e $I_{y'}$

$I_{x'} = I_x$ e $I_{y'} = I_y$

5) Calcolo di ρ_{xG} e ρ_{yG}

$\rho_{xG} = \sqrt{\frac{I_{xG}}{A}} = 11{,}27$ cm

$\rho_{yG} = \sqrt{\frac{I_{yG}}{A}} = 15{,}07$ cm

Dopo aver trovato ρ_{xG} e ρ_{yG} si può tracciare l'ellisse centrale d'inerzia mediante i suoi assi

6) Calcolo y_X e x_Y, $y_{X'}$ e $x_{Y'}$

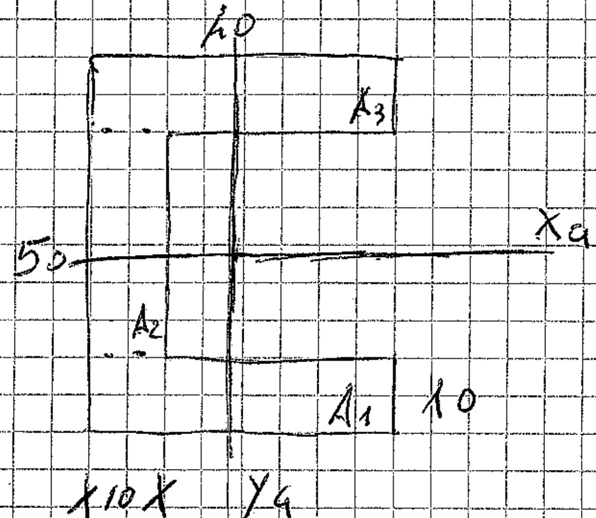
$$y_X = \frac{I_x}{A \cdot y_G} = 23{,}47 \text{ cm} \quad \left(= \overline{GX}\right)$$

$$x_Y = \frac{I_y}{A \cdot x_G} = 37{,}53 \text{ cm} \quad \left(= \overline{GY}\right)$$

$$y_{X'} = \frac{I_{x'}}{A \cdot (h - y_G)} = 23{,}47 \text{ cm} \quad \left(= \overline{GX'}\right)$$

$$x_{Y'} = \frac{I_{y'}}{A \cdot (h - x_G)} = 37{,}53 \text{ cm} \quad \left(= \overline{GY'}\right)$$

Si ricorda che X, Y, X' e Y' sono i baricentri di momenti statici tangenti alla figura



$$Y_G = \frac{400 \cdot 20 + 400 \cdot 20 + 300 \cdot 5}{1100} = 15{,}9 \text{ cm}$$

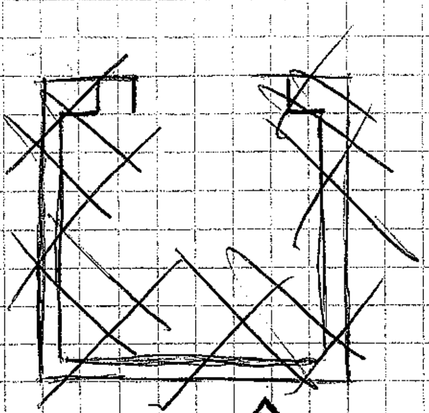
$$I_x = \frac{1}{3} \cdot 40 \cdot 10^3 + \frac{1}{12} \cdot 10 \cdot 30^3 + 300 \cdot \ldots$$

$$\frac{1}{12} \cdot 40 \cdot 10^3 + 400 \cdot 45^2 =$$

$$1036666{,}67 \text{ cm}^4$$

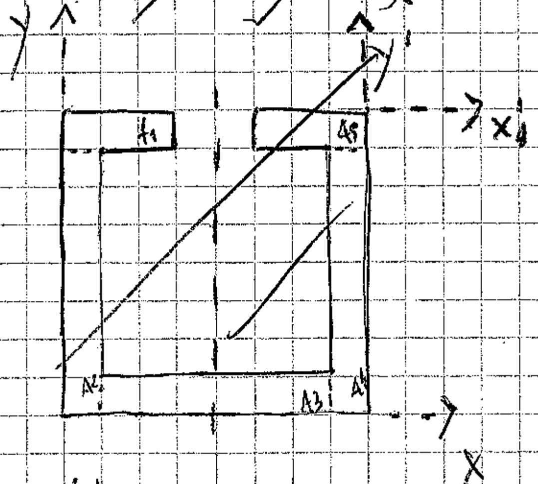
$$I_y = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 40^3 + \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot 10^3 + \frac{1}{3} \cdot 10 \ldots 40$$

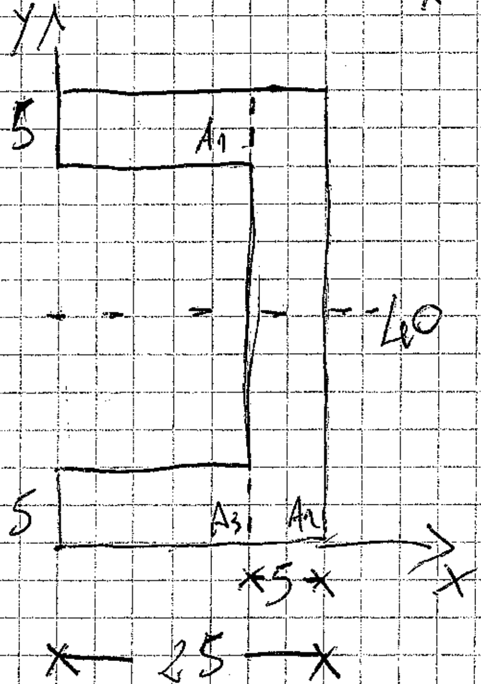
$$52666{,}67 \text{ cm}^4$$



~~$XG = 20\ cm$ $YG = 18,65\ cm$~~

~~$I_x =$~~





$YG = 20\ cm$ $A_t = 400\ cm^2$

$$XG = \frac{1000 + 1500 + 1000}{400} = 16,25\ cm$$

$$I_x = \frac{1}{12} \cdot 20 \cdot 5^3 + 100 \cdot 37,5^2 + \frac{1}{3} 5 \cdot 40^3 +$$

$$\frac{1}{3} \cdot 20 \cdot 5^3 = 248333,33$$

$$I_{xG} = 248333,33 - 400 \cdot 20^2 = 88333,33\ c$$

$$I_y = \frac{1}{3} \cdot 20^3 \cdot 5 + \frac{1}{12} \cdot 5^3 40 + \frac{1}{3}\, 200 \cdot 22,5^2 + \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 20^3 =$$

$$128333,33$$

$$I_{yG} = 128333,33 - 400 \cdot 16,25^2 = 22708,33\ cm^4$$

$$\rho_x = \sqrt{\frac{I_x}{A_t}} = 24{,}92 \text{ cm}$$

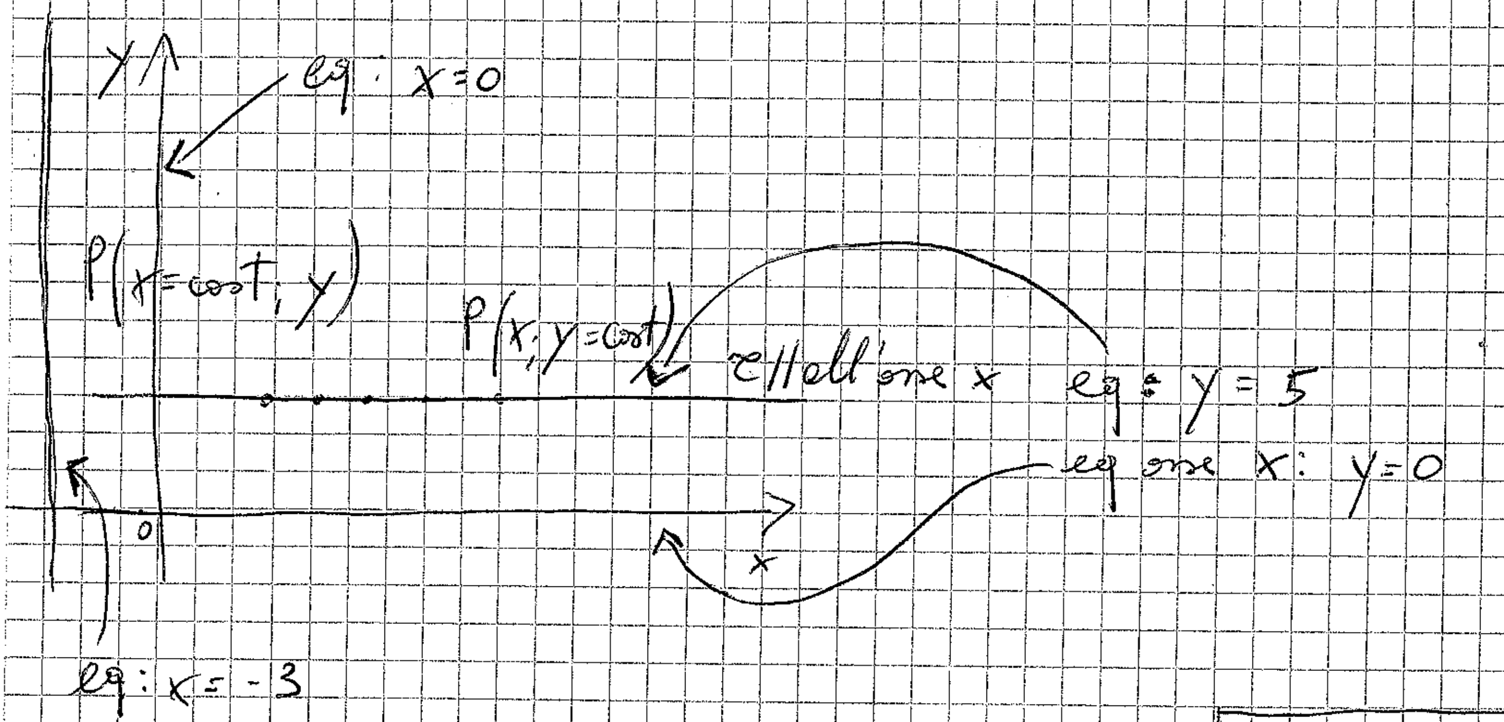
$$\rho_y = \sqrt{\frac{I_y}{A_t}} = 17{,}91 \text{ cm}$$

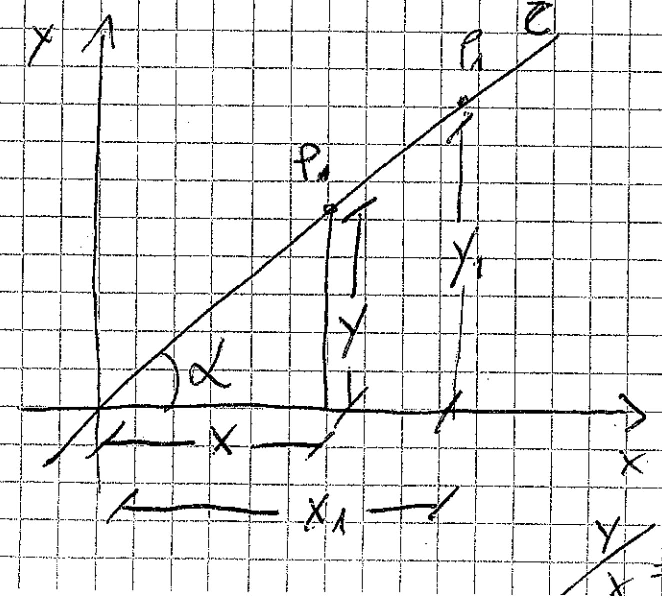
$$\rho_{xG} = \sqrt{\frac{I_{xG}}{A_t}} = 14{,}86 \text{ cm}$$

$$\rho_{yG} = \sqrt{\frac{I_{yG}}{A_t}} = 7{,}53 \text{ cm}$$

$$y_X = \frac{I_x}{A \cdot y_G} = 31{,}04 \text{ cm}$$

$$x_Y = \frac{I_y}{A \cdot x_G} = 19{,}74 \text{ cm}$$





$\boxed{Tg = \text{tangente}}$

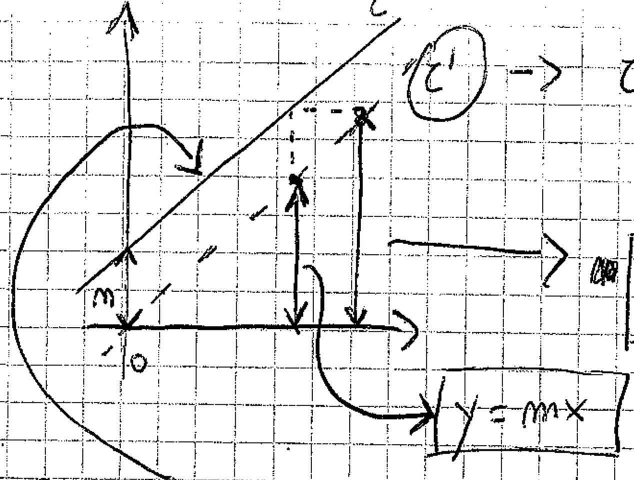
$$\frac{y}{x} = tg\,\alpha \rightarrow y = x \cdot tg\,\alpha$$

$$\frac{y_1}{x_1} = tg\,\alpha \quad \text{(sempre tg. di } \alpha$$

$$\frac{y}{x} = tg\,\alpha - y = \underbrace{tg\,\alpha}_{= m} \cdot x \longrightarrow y = m \cdot x$$

r' → retta per origine O // a r

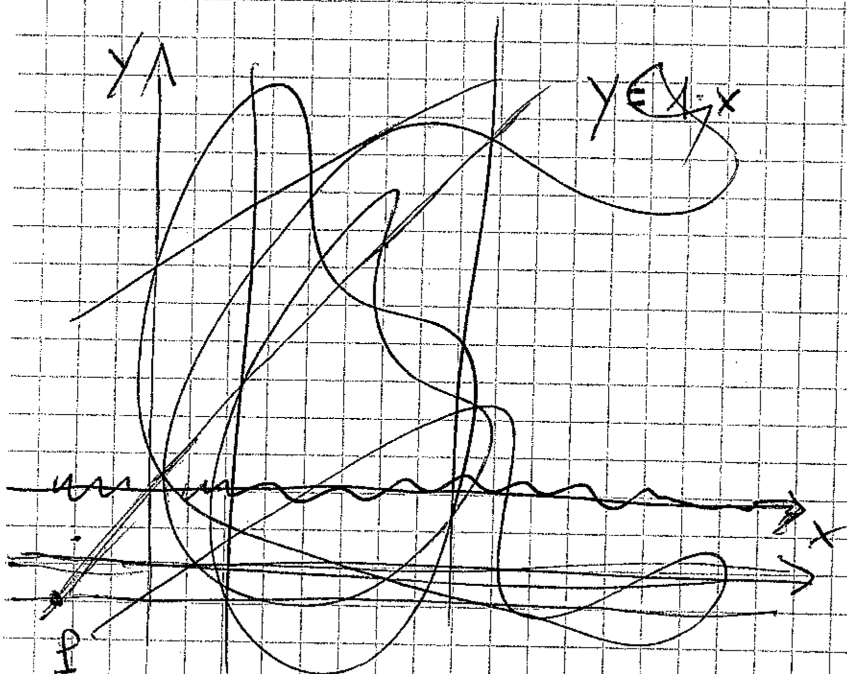
eq r': $y = mx$

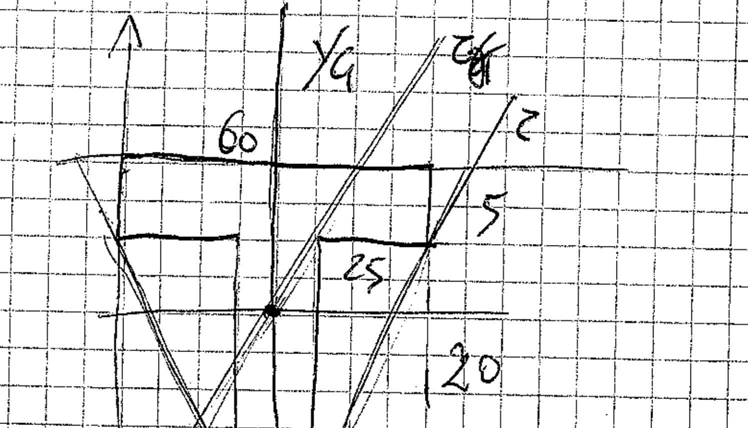


$\boxed{y = mx + m}$

$\boxed{y = mx}$

~~equaz~~ eq. r: $y = mx + m$





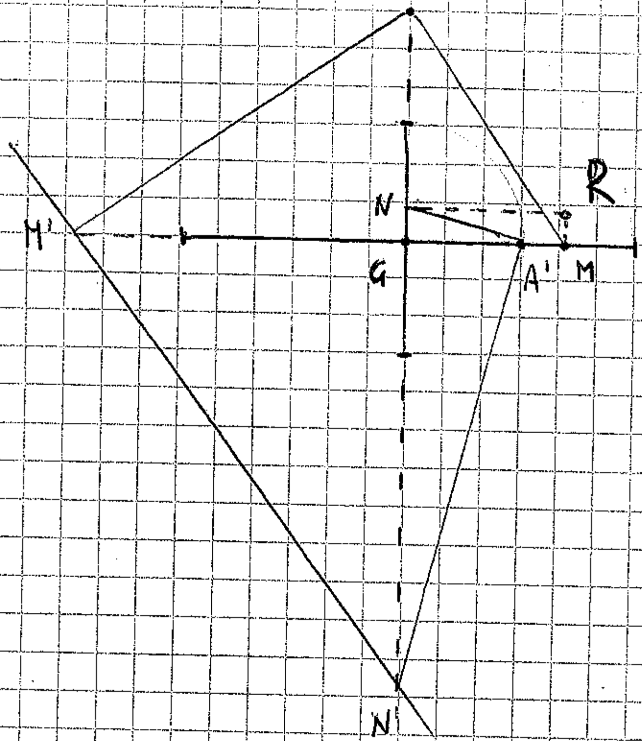
$Tg\,\alpha = \frac{20}{25} = 0{,}8$ cm

Eq di rG : $y = 0{,}8 \cdot x$

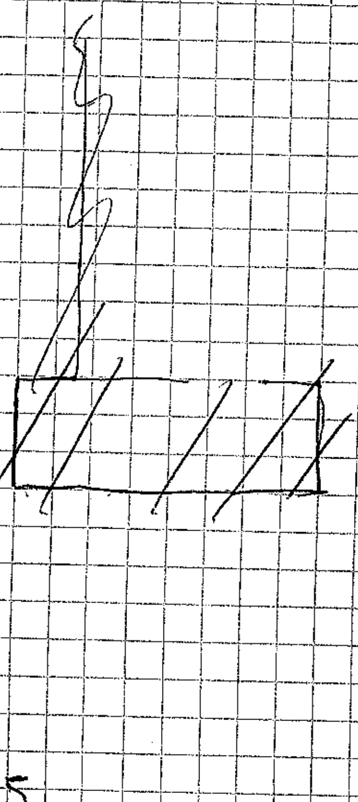
Eq di r // rG : $y = 0{,}8 \cdot x \cdot y_G$

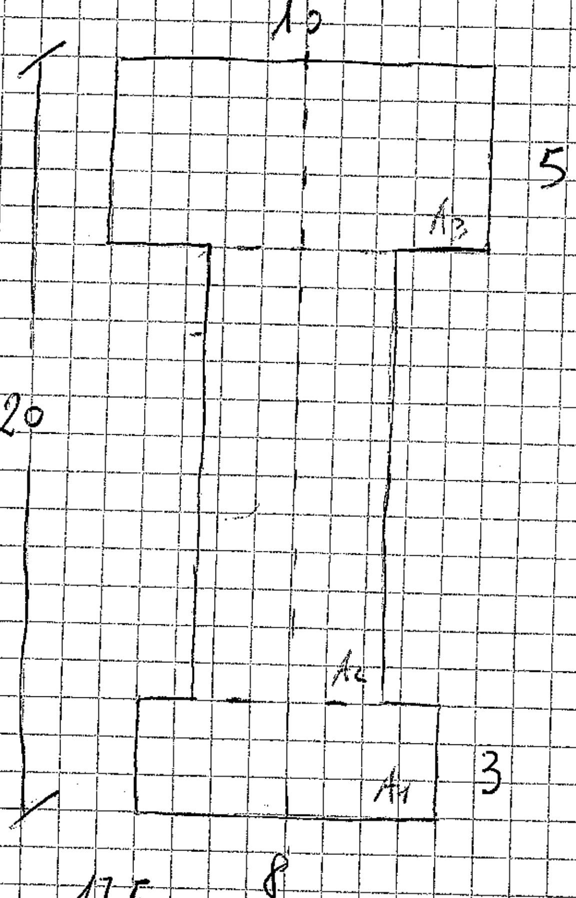
$P_{xG} = 7{,}22$

$P_{yG} = 13{,}5h$



Ellisse e nocciolo centrale d'inerzia della figura seguente:





$X_G = 5$ cm

$$Y_G = \frac{24 \cdot 1{,}5 + 60 \cdot 9 + 50 \cdot 17{,}5}{134} = 10{,}8 \text{ cm}$$

$$I_x = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 3^3 + \frac{1}{12} \cdot 5 \cdot 12^3 + 60 \cdot 9^2 + \frac{1}{12} \cdot 10 \cdot 5^3 + 50 \cdot 17{,}5^2 = 72 + 720 + 4860 + 104{,}167 + 15312{,}5 = 21068{,}67$$

$$I_y = \frac{1}{12} \cdot 3 \cdot 8^3 + 24 \cdot 5^2 + \frac{1}{12} \cdot 12 \cdot 5^3 + 60 \cdot 5^2 + \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 10^3 =$$

$$128 + 600 + 125 + 1500 + 1666{,}67 = 4019{,}67 \text{ cm}^4$$ 52

$$I_{xG} = I_x - A_T \cdot y_G^2 = 21068{,}67 - 134 \cdot 10{,}8^2 =$$

$$- 15629{,}76 = 5438{,}91 \text{ cm}^4$$

$$I_{yG} = I_y - A_T \cdot x_G^2 = 4019{,}67 - 134 \cdot 5^2 =$$

$$- 3350 = 669{,}67 \text{ cm}^4$$

$$\rho_{xG} = \sqrt{\frac{I_{xG}}{A}} = \sqrt{\frac{5438{,}91}{134}} = 6{,}37 \text{ cm}$$

$$\rho_{yG} = \sqrt{\frac{I_{yG}}{A}} = \sqrt{\frac{669{,}67}{134}} = 2{,}23 \text{ cm}$$

$$I_{x'} = I_{xG} + A_T \cdot y_G^2 = 16673{,}46 \text{ cm}^4$$

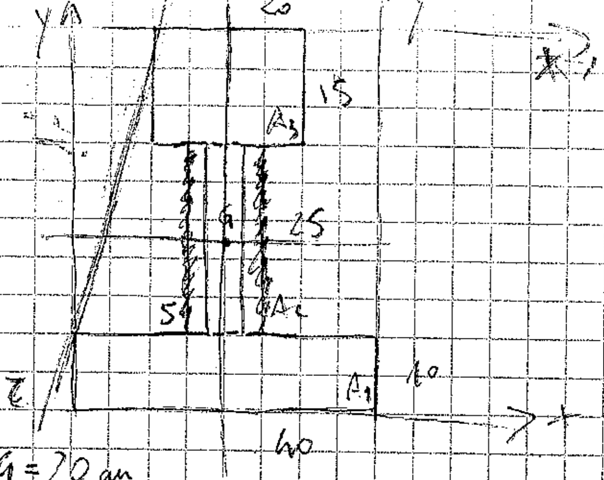
$$I_{y'} = I_{yG} + A_T \cdot x_G^2 = 4019{,}67 \text{ cm}^4$$

$$y_X = \frac{I_x}{A \cdot y_G} = \frac{I_x}{1447{,}2} = 14{,}56 \text{ cm}$$

$$x_Y = \frac{I_y}{A \cdot x_G} = \frac{I_y}{670} = 6 \text{ cm}$$

$$y_{X'} = \frac{I_{x'}}{A \cdot (h - y_G)} = 13{,}55 \text{ cm}$$

$$x_{Y'} = \frac{I_{y'}}{A \cdot (h - x_G)} =$$



X_G e Y_G $\quad$ ρ_x ρ_y

I_x $\quad$ I_y $\quad$ ρ_{xG} ρ_{yG}

I_{xG} $\quad$ I_{yG}

$I_{x'} = I_{xG} + A \cdot y_G^2$ $\quad$ $I_{y'} = I_y$

$y_X = \dfrac{I_x}{A \cdot y_G}$ $\quad$ $y'_{X'} = \dfrac{I_{x'}}{A \cdot y'_G}$

$x_Y = \dfrac{I_y}{A \cdot x_G}$

$X_R \cdot Y_R$

$X_G = 20\ cm$

$$Y_G = \frac{400 \cdot 5 + 125 \cdot 22{,}5 + 300 \cdot 42{,}5}{825} = 21{,}29\ cm$$

$$I_x = \frac{1}{3} \cdot 20 \cdot 10^3 + \frac{1}{12} \cdot 5 \cdot 25^3 + 125 \cdot 22{,}5^2 + \frac{1}{12} \cdot 10 \cdot 15^3 + 300 \cdot 42{,}5^2 = 630625\ cm^4$$

$$I_y = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 40^3 + \frac{1}{12} \cdot 25 \cdot 5^3 + 125 \cdot 20^2 + \frac{1}{12} \cdot 15 \cdot 10^3 + 300 \cdot 42{,}5^2 = 393593{,}75\ cm^4$$

$I_{xG} = 157033{,}32\ cm^4$

$I_{yG} = 63593{,}75\ cm^4$

$I_{x'} = I_{xG} + A \cdot y_G^2 = 630976{,}2025\ cm^4$

$I_{y'} = I_{yG} + A \cdot x_G^2 = 393593{,}75\ cm^4$

$\rho_x = \sqrt{\dfrac{I_x}{A}} = 27{,}65\ cm$

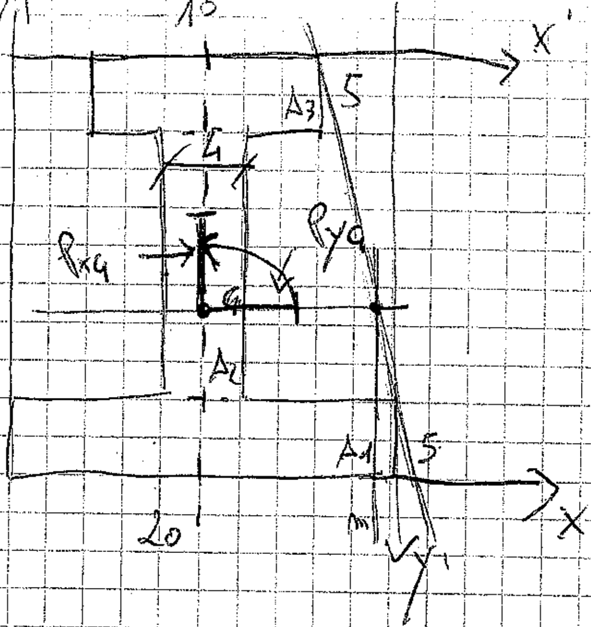
$\rho_y = \sqrt{\dfrac{I_y}{A}} = 21{,}84\ cm$

$\rho_{xG} = \sqrt{\dfrac{I_{xG}}{A}} = 17{,}65\ cm$

$\rho_{yG} = \sqrt{\dfrac{I_{yG}}{A}} = 8{,}78\ cm$

$y_X = \dfrac{I_x}{A \cdot y_G} = \dfrac{630625}{17564{,}25} = 35{,}90\ cm$ $\quad$ $y_{X'} = \dfrac{630976{,}2025}{23694} = 26{,}62$

$x_Y = \dfrac{I_y}{A \cdot x_G} = \dfrac{393593{,}75}{16500} = \cancel{22{,}}\ 23{,}85\ cm$ $\quad$ $x_{Y'} = \dfrac{393593{,}75}{24750} = 15{,}90$



$X_G = 10$ cm

$Y_G = 8{,}02$ cm

$I_x = 20583{,}33$ cm^4

$I_y = 22803{,}33$ cm^4

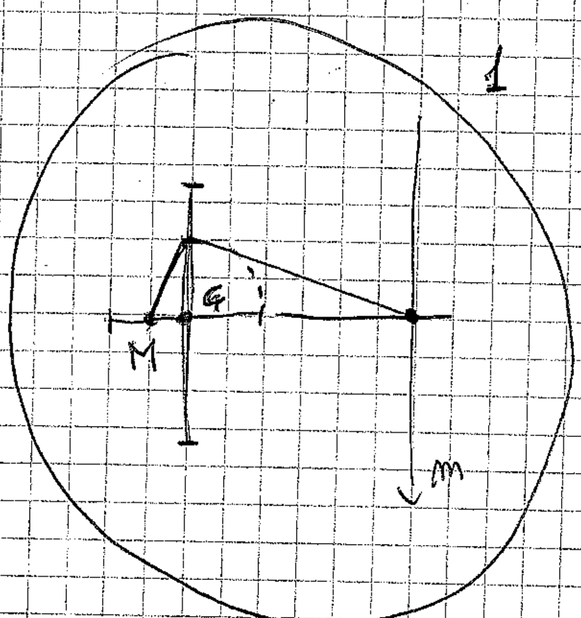
$I_{xG} = I_x - A_T \cdot y_G^2 =$

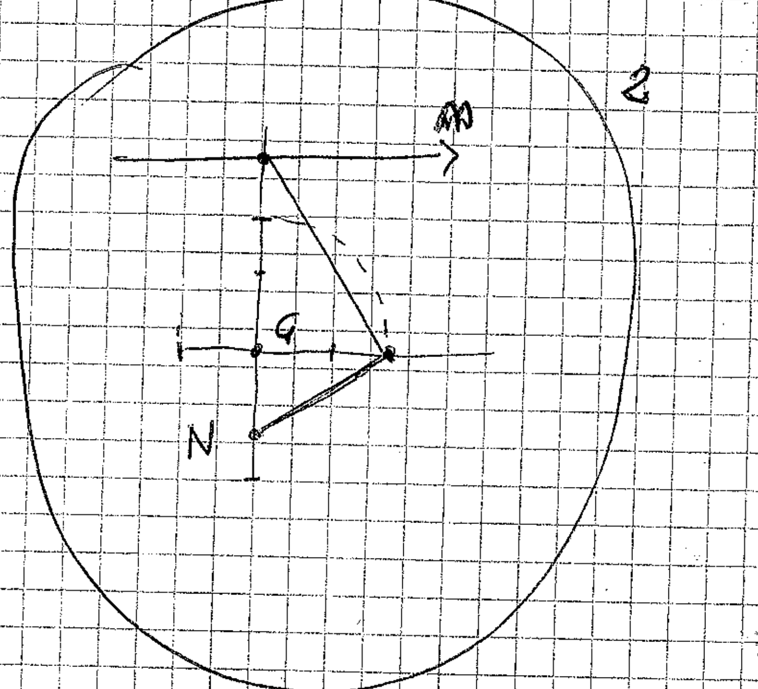
$20583{,}33 - 12220{,}876 = 8362{,}454$ cm^4

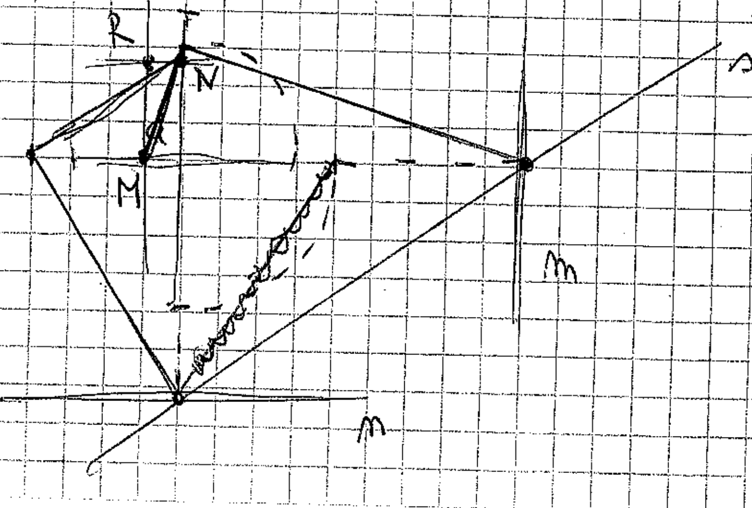
$I_{yG} = I_y - A_t \cdot x_G^2 = 22803{,}33 - 19000 = 3803{,}33$ cm^4

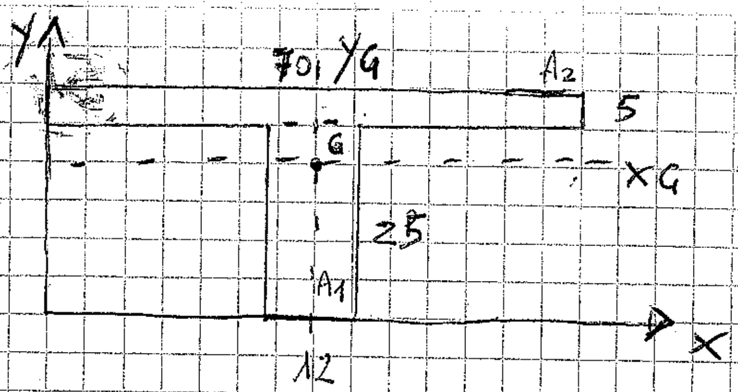
$\rho_{xG} = \sqrt{\dfrac{I_{xG}}{A}} = 6{,}63$ cm

$\rho_{yG} = \sqrt{\dfrac{I_{yG}}{A}} = 4{,}47$ cm









$A_1 = 300$
$A_2 = 350$ } 650 At

55

$y_G = \frac{300 \cdot 12{,}5 + 350 \cdot 27{,}5}{650}$

$\frac{3750 + 9625}{650} = 20{,}58$

$I_x = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 25^3 + \frac{1}{12} \cdot 70 \cdot 5^3 + 350 \cdot 27{,}5^2 = 62500 + 729{,}167 + 264687{,}5 =$

$327916{,}67 \text{ cm}^4$

$I_y = \frac{1}{12} \cdot 25 \cdot 12^3 + 300 \cdot 35^2 + \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 70^3 = 3600 + 367500 + 571666{,}67 =$

$942766{,}67 \text{ cm}^4$

$I_{xG} = I_x - At \cdot y_G^2 = 52618{,}01 \text{ cm}^4$

$I_{yG} = I_y - At \cdot x_G^2 = 146516{,}67 \text{ cm}^4$

$\rho_{xG} = \sqrt{\frac{I_{xG}}{A}} = 8{,}99 \text{ cm}$

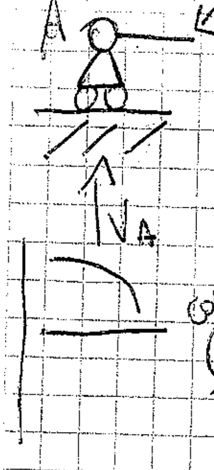
$\rho_{yG} = \sqrt{\frac{I_{yG}}{A}} = 15{,}01 \text{ cm}$

$I_{y'} = I_y$

$I_{x'} = I_{xG} + At \cdot y^{g\,2} = 110419{,}195 \text{ cm}^4$

$y_X = \frac{I_x}{A \cdot y_G} =$

$x_Y = \frac{I_y}{A \cdot x_G} =$



Trave

(cerniera con carrello)

Movimento impedito: traslazione perpendicolare alla linea di scorrimento del carrello.

CONSEGUENZA

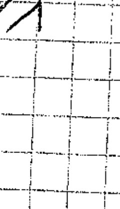
Il vincolo suddetto sviluppa solo la reazione ⊥ alla linea di scorrimento del carrello

(cerniera fissa)

Movimenti impediti: traslazione verticale e orizzontale

CONSEGUENZA

Reazioni sviluppate H_A e V_A



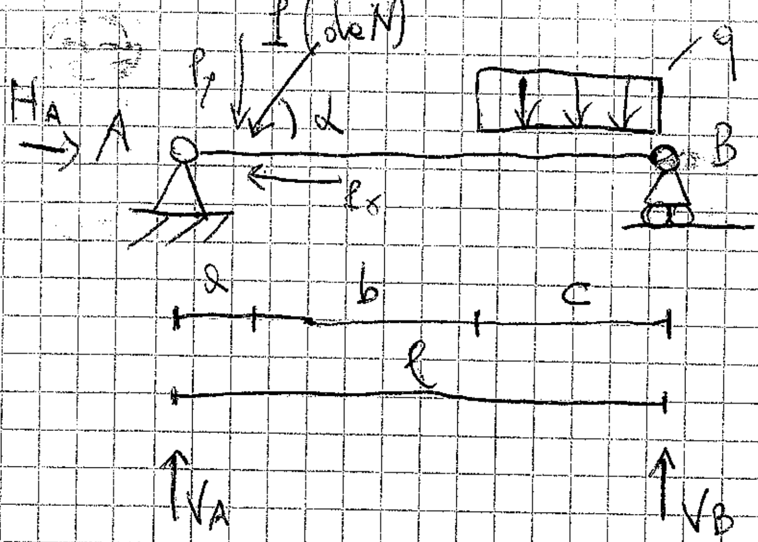
(incastro perfetto)

Movimenti impediti: le due traslazioni e la rotazione.

CONSEGUENZA

Reazioni sviluppate: H_A, V_A e M_A

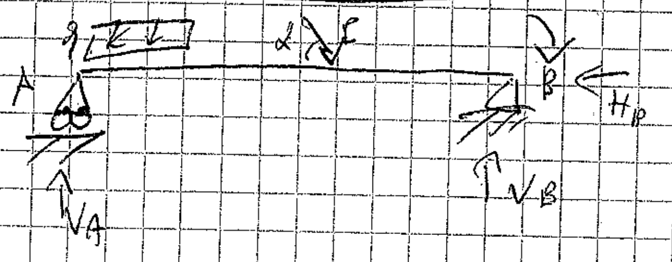
CALCOLO DELLE REAZIONI VINCOLARI



Dati: P, α, q, a, b, l

$$\begin{cases} \Sigma F_{i,x} = 0 \\ \Sigma F_{i,y} = 0 \\ \Sigma M_{i,A} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} H_A - P_x = 0 \\ V_A - P_y - q \cdot c + V_B = 0 \\ P_y \cdot a + qc\left(l - \frac{c}{2}\right) - V_B \cdot l = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} H_A = P_x \\ \dots \\ V_B \cdot l = P_y \cdot a + qc\left(\right. \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} H_A = P_x \\ \dots \\ V_B = \dfrac{P_y \cdot a + qc\left(l - \frac{c}{2}\right)}{l} \end{cases}$$



$q = 1500$ daN/m

$P = 1200$ daN , $\alpha = 60°$

$M_B = 500$ daN · m

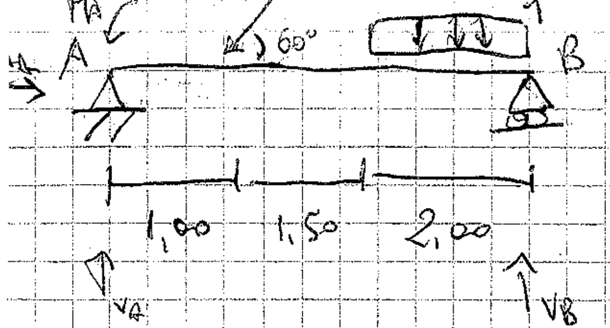
$P_x = P \cos\alpha = 1200 \cdot \cos 60° = 600$ daN

$P_y = P \operatorname{sen}\alpha = 1200 \cdot \operatorname{sen} 60 = 1039,23$ da

$$\begin{cases} 600 - H_B = 0 \\ V_A - 3000 - 1039,23 + V_B = 0 \\ 3000 \cdot 1 + 1039,23 \cdot 3,50 - V_B \cdot 5 + 500 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 600 = H_B \\ \dots \\ 3000 + 3637,305 - V_B \cdot 5 + 500 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} '' \\ '' \\ V_B \cdot 5 = \dfrac{7137,305}{5} \end{cases} = \begin{cases} '' \\ \dots \\ V_B = 1427,4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dots \\ V_A = 3000 + 1039,230 - 1427,461 = 2611,769 \end{cases}$$



$M_A = 300$ daN/m

$P = 1400$ daN , $\alpha = 60° \rightarrow P_x = P \cdot \cos\alpha = 700$

$\hookrightarrow P_y = P \cdot \sin\alpha = 1212,43$

$q = 2200$ daN/m

$M_B = 400$ daN/m

58

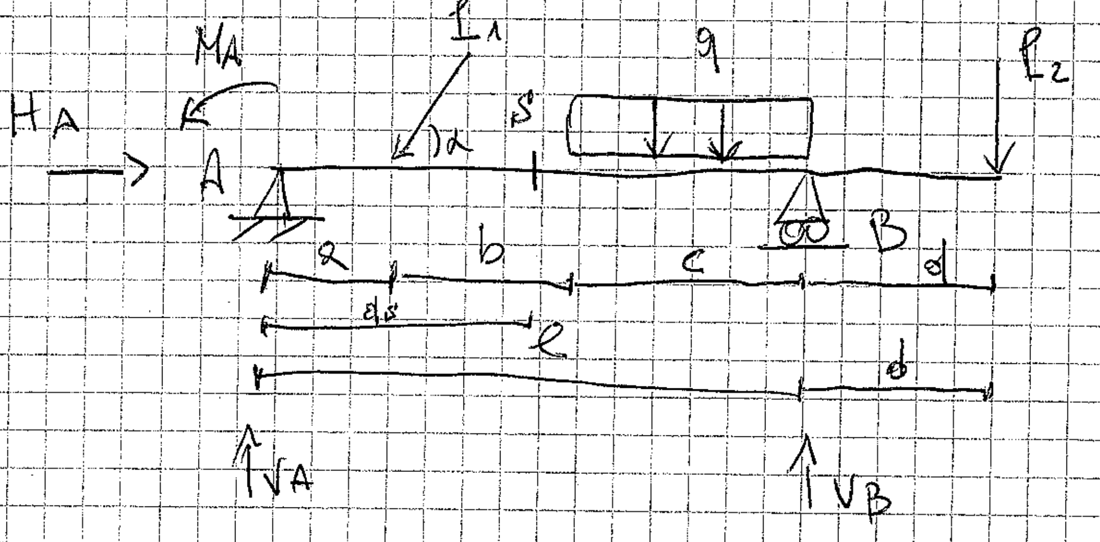
$$\begin{cases} H_A - 700 = 0 \\ V_A - 1212,43 - 4400 + V_B = 0 \\ -300 + 400 + 1212,43 \cdot 1 - V_B \cdot 4,50 + 4400 \cdot 3,50 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_A = 700 \\ \ldots \\ 100 \; V_B \cdot 4,50 = 16712,43 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ldots \\ \ldots \\ V_B = \dfrac{16712,43}{4,50} = 3713,87 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ldots \\ V_A = 1212,43 + 4400 - 3713,87 = 1898,56 \\ \ldots \end{cases}$$

LE CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE



Calcolo reazioni vincolari

$$\begin{cases} H_A - P_{1,x} = 0 \\ V_A - P_{1,y} - q \cdot c + V_B - P_2 = 0 \\ -M_A + P_{1,y} \cdot a + q \cdot c \left(l - \frac{c}{2}\right) - V_B \cdot l + P_2 \cdot (l + d) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} H_A \\ V_A \\ V_B \end{cases}$$

$T_S = V_A - P_{1,y}$

$M_S = -M_A + V_A \cdot d_s - P_{1,y} \cdot (d_s - a)$

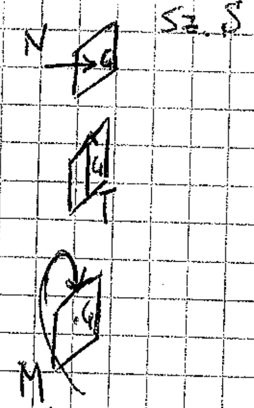
$N_S = -H_A + P_{1,x}$

Le caratteristiche di sollecitazione sono:

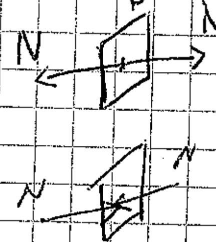
N = Sforzo normale centrato

T = Taglio

M = Momento flettente



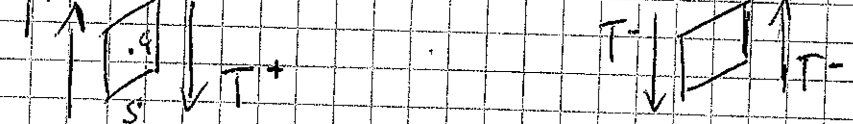
N_S = Somma di tutte le forze ⊥ alla sezione e che stanno o a sinistra o a destra della sezione



N^+

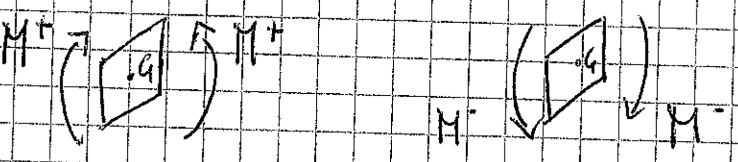
N^-

T_S = Somma di tutte le forze // alla sezione e che stanno o a sinistra o a destra della sezione

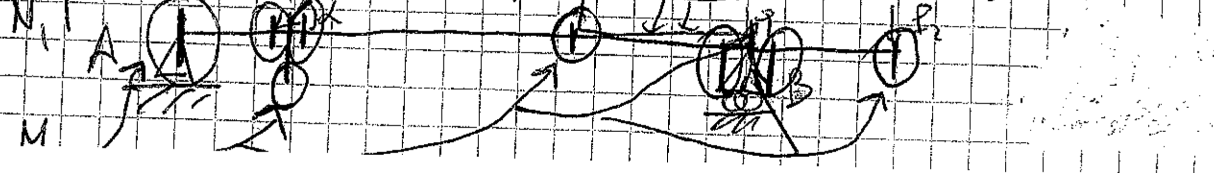


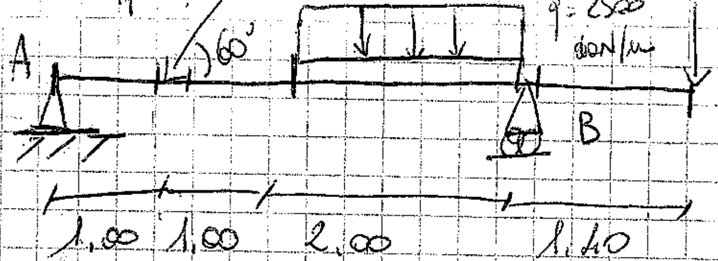
Ci si regola dalle frecce sinistre

M_S = Somma di tutti i momenti rispetto al baricentro della sezione S di tutte le forze che stanno o a sinistra o a destra della sezione



Sezioni che conviene prendere e calcolare le 3 caratteristiche





$P_{1,x} = 600$ daN

$P_{1,y} = \cancel{866,025}$ daN
1039,23 daN

$$\begin{cases} HA = 600 \\ VA - 6439,23 + VB = 0 \\ 18199,23 - VB \cdot 4,00 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} VA - 6439,23 + 4549,80 = \\ VB = \frac{18199,23}{4,00} = 4549, \end{cases}$$

$$\begin{cases} HA = 600 \\ VA = 1889,43 \\ VB = 4549,80 \end{cases}$$

SFORZO NORMALE N

$N_A = -600$

$N_{1,sx} = -600$

$N_{1,dx} = 0$

$N_2 = 0$

$N_B = 0$

$N_C = 0$

TAGLIO T

$T_A = 1889,43$

$T_{1,sx} = 1889,43$

$T_{1,dx} = 1889,43 - 1039,23 = 850,2$

$T_2 = 850,2$

$T_B = 1889,43 - 1039,23 - 5000 = -4149,8$

$T_{B,dx} = -4149,8$

$T_C = 400$

MOMENTO FLETTENTE M

$M_A = 0$

$M_1 = 1889,43 \cdot 1,00 = 1889,43$

$M_2 = 1889,43 \cdot 2,00 - 1039,23 \cdot 1,00 = 2739,63$

$M_B = -400 \cdot 1,40 = -560$

$M_C = 0$

Nel tracciare i diagrammi dello sforzo normale centrato e del taglio si devono tener presente le seguenti regolette pratiche:

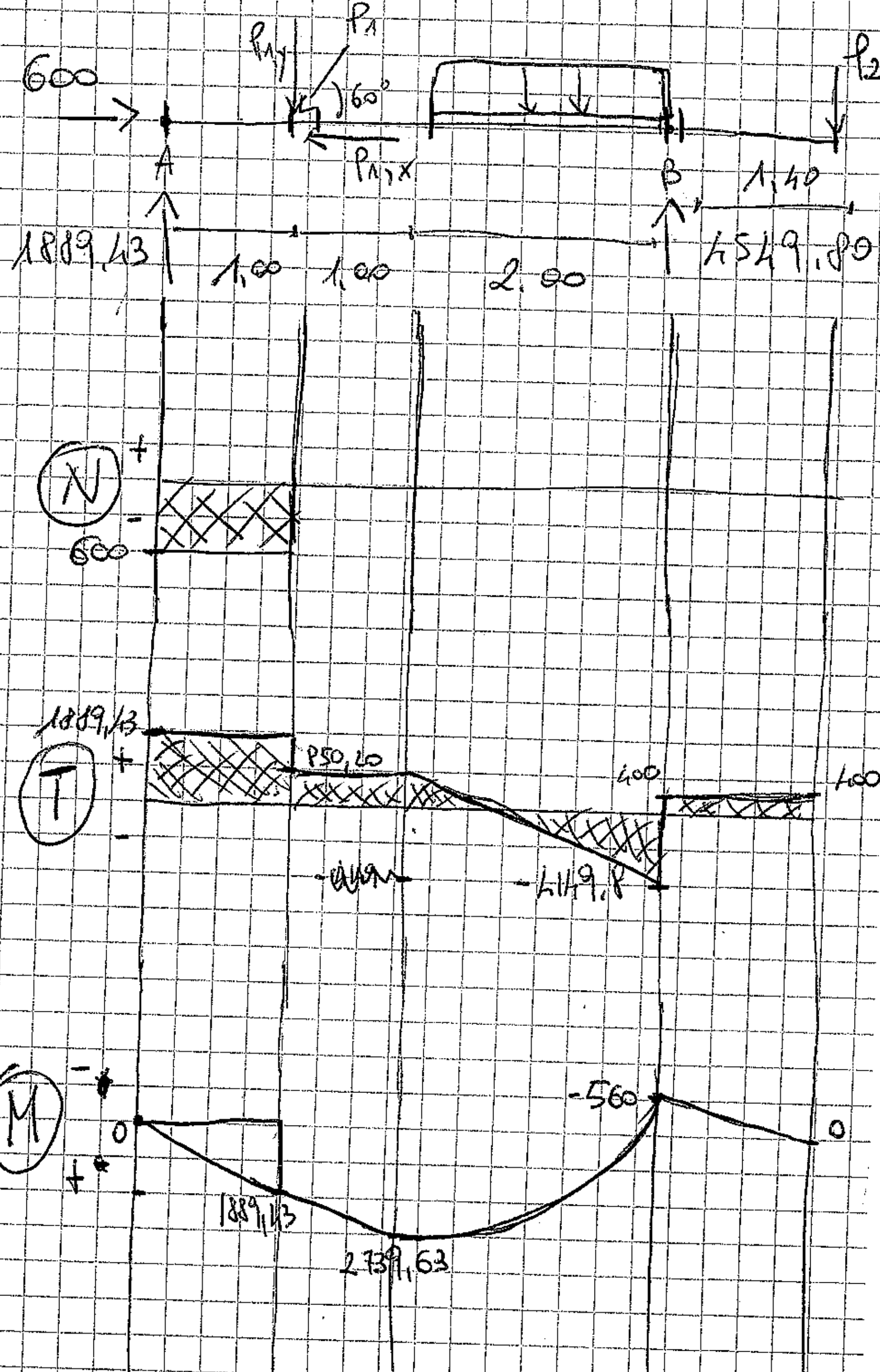
- nei tratti di trave scarichi lo sforzo normale centrato e il taglio rimangono costanti;
- nei tratti di trave carichi con carico ripartito uniforme il diagramma del taglio segue una legge lineare;
- in corrispondenza dei carichi concentrati i diagrammi dello sforzo normale centrato subiscono un salto.

Nel tracciare invece il diagramma del momento flettente si usano le seguenti regolette pratiche:

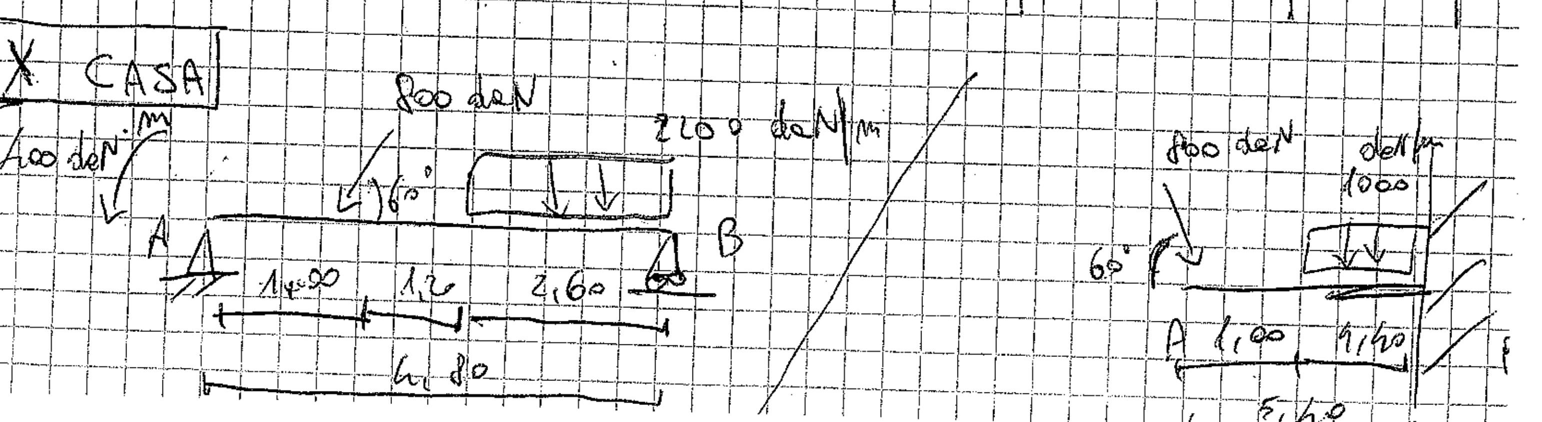
- nei tratti di travi scariche il momento flettente segue una legge lineare

- nei tratti di travi cariche con carico ripartito uniforme il momento flettente segue una legge parabolica

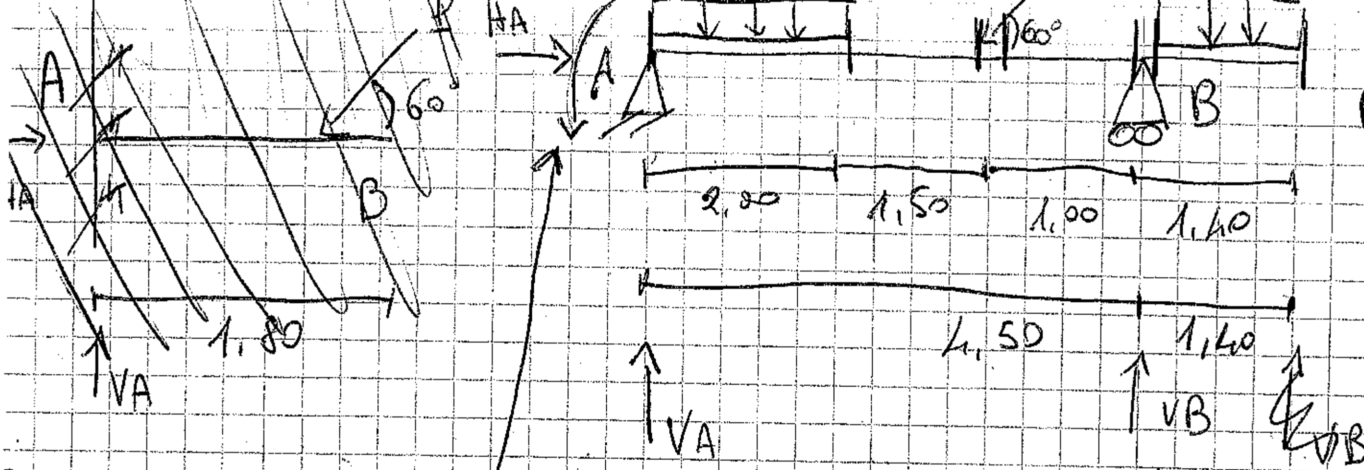
$$\begin{cases} HA = 600 \\ VA = 1889,43 \\ VB = 4549,80 \end{cases}$$



X CASA



62



$P = 1000$ daN

$q_1 = 2000$ daN/m

$q_2 = 600$ daN/m

500 daN·m

$P_x = 500$ daN

$P_y = 866{,}025$ daN

$q_1 = 4000$ daN

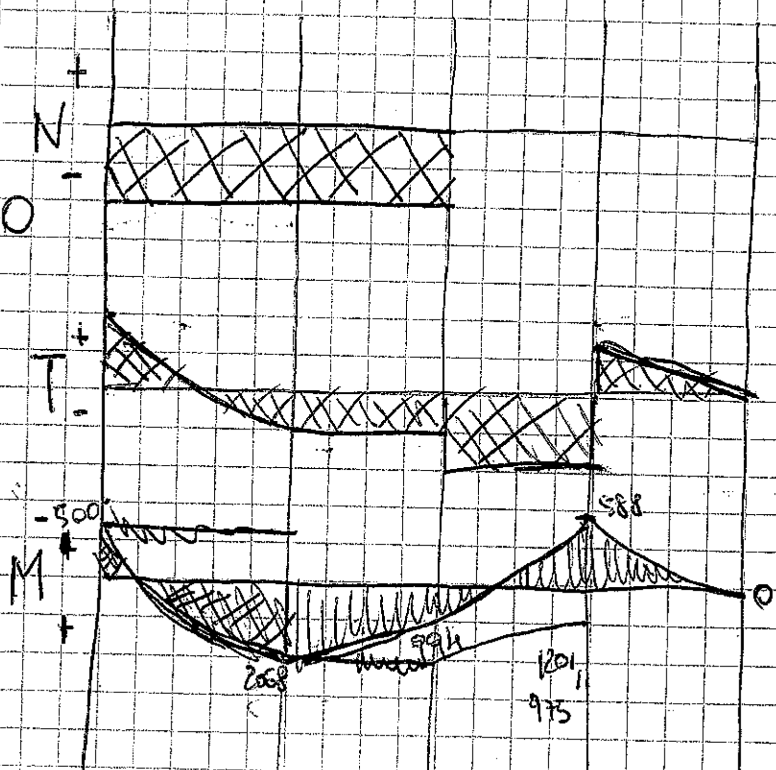
$q_2 = 840$ daN

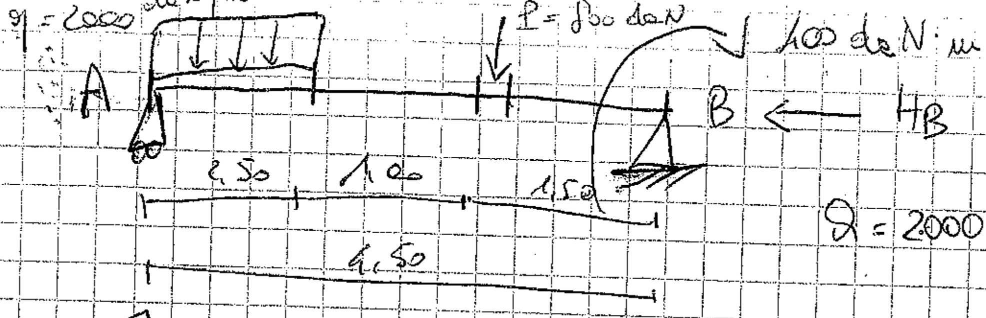
$$\begin{cases} HA - 500 = 0 \\ VA - 4000 - 866{,}025 + VB - 840 = 0 \\ -500 + 4000 \cdot 1{,}00 + 866{,}025 \cdot 3{,}50 - VB \cdot 4{,}50 + 840 \cdot 5{,}20 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} HA = 500 \\ VB = \dfrac{10899{,}0875}{4{,}50} = 2422{,}02 \end{cases}$$

$$\begin{cases} HA = 500 \\ VA = 3284{,}005 \\ VB = 2422{,}02 \end{cases}$$

$T = VA - Q_1 - P_y + VB - Q_2 = 0$



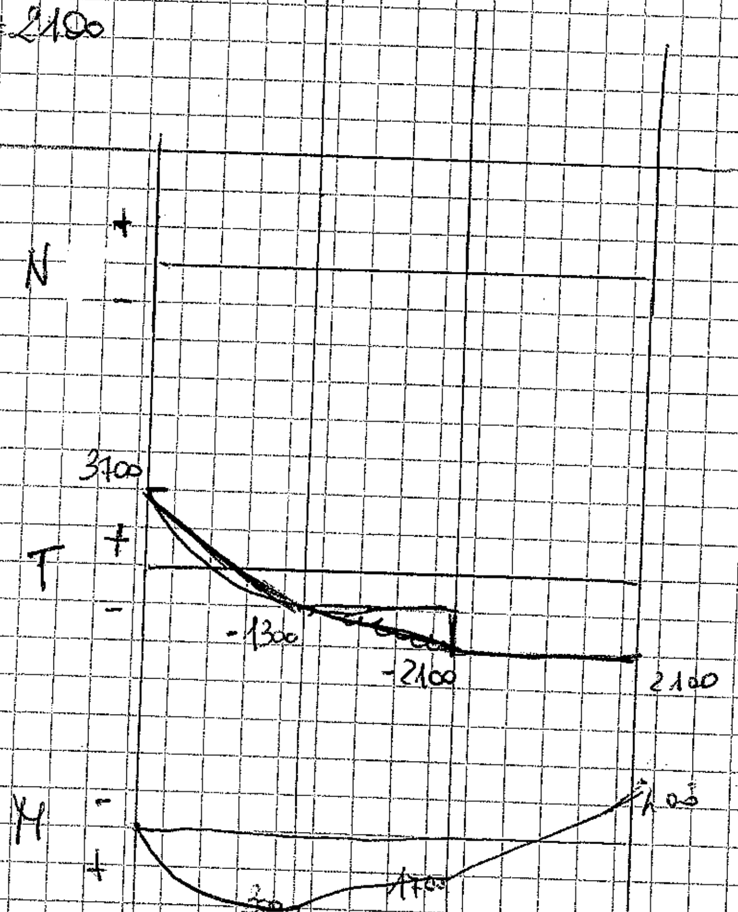


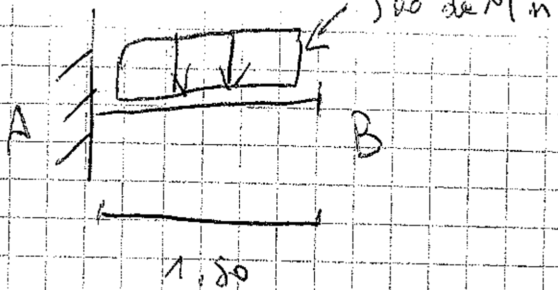
$Q = 2000 \cdot 2{,}50 = 5000$

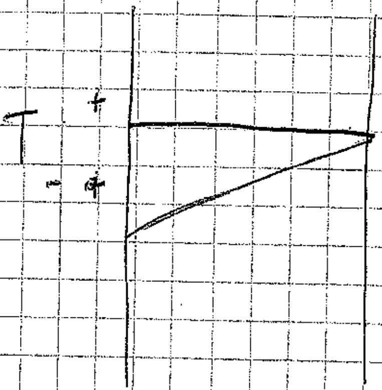
$$\begin{cases} HB = 0 \\ VA - Q - 800 + VB = 0 \\ Q \cdot 1{,}25 + 800 \cdot 3{,}50 - VB \cdot 4{,}50 + 400 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} HB = 0 \\ VA - 5800 + VB = 0 \\ 9450 - VB \cdot 4{,}50 \end{cases} \qquad \begin{cases} \text{"} \\ \ldots \\ VB = \dfrac{9450}{4{,}50} = 2100 \end{cases} \qquad \begin{cases} \ldots \\ VA = 5800 - 2100 = 3700 \\ \ldots \end{cases}$$

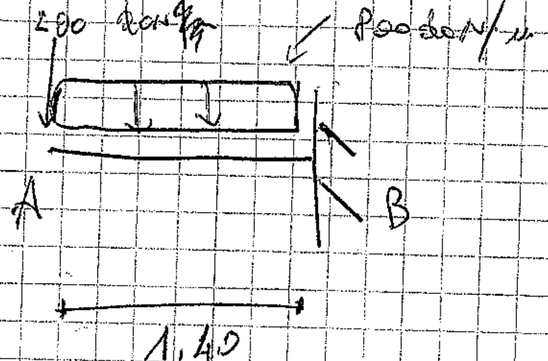
$$\begin{cases} HB = 0 \\ VA = 3700 \\ VB = 2100 \end{cases}$$

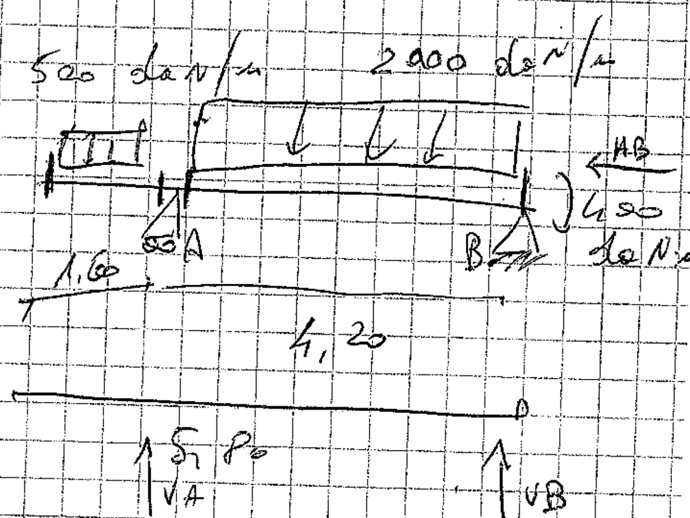






X CASA





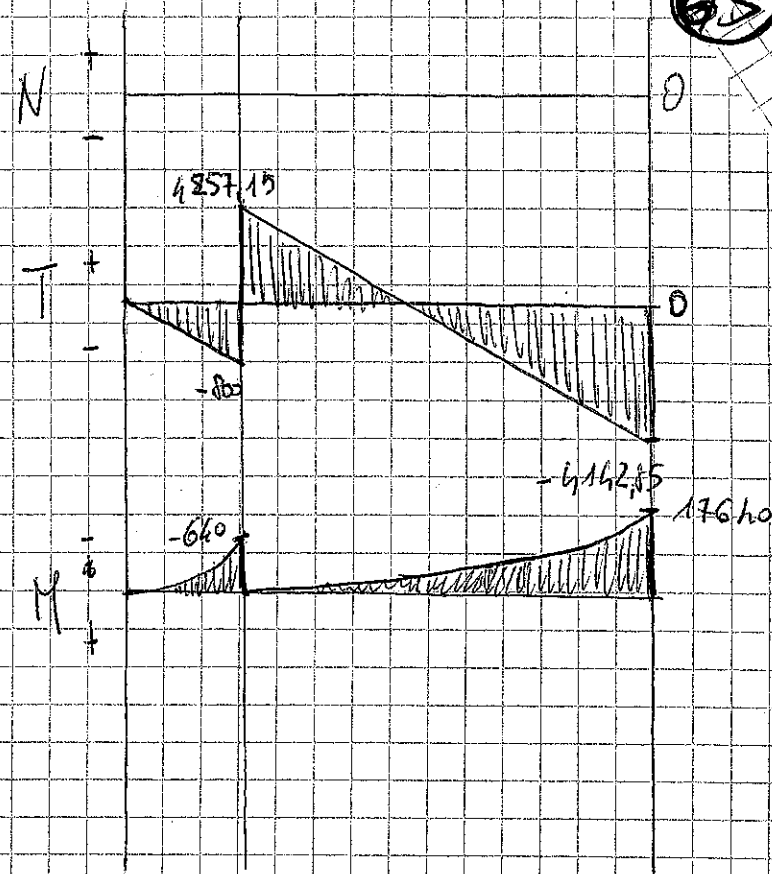
$$\begin{cases} HB = 0 \\ -800 + VA - 8400 + VB = 0 \\ -800 \cdot 0{,}80 + 8400 \cdot 2{,}10 - VB \cdot 4{,}20 + 400 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} HB = 0 \\ \dots \\ 17400 - VB \cdot 4{,}20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} HB = 0 \\ \dots \\ VB = \dfrac{17400}{4{,}20} = 4142{,}85 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_B = 0 \\ V_A = 800 + 8400 - 4142,85 \\ \dots \end{cases}$$

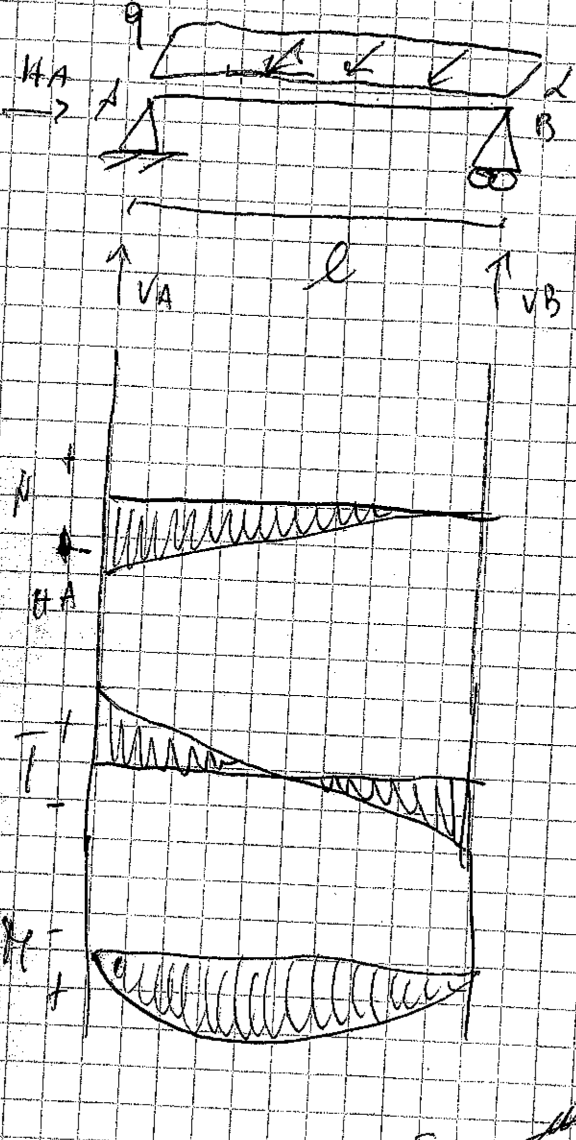
6,5



	DENOMINAZIONE	SIMBOLO	DENOMINAZIONE	SIMBOLO	DENOMINAZI...
TIPI DI CORRENTE E DI CONDUTTORI	CORRENTE CONTINUA		CORR. ALT. SINUSOIDALE		CORR. ALT. CON 50 Hz, ... CIRCUITO TRIF...
	3 CONDUTTORI		3 CONDUT. DI FASE CON NEUTRO		INDICAZION... DELLE FASI
COLLEGAMENTI E CANALIZZAZIONI	COLL. A TERRA		SCATOLA X FRUTTI		CASSETTA DI DERIVAZ.
	CASSETTA CON MORSETTI		CONDUTTURA A PARETE E IN TUBO	m	CONDUTTURA TUBO PROTETTIVO INCASSATA
VALVOLE, CONTATORI SEZIONATORI INTERRUTTORI E PRESE	VALVOLA APERTA		INTERRUTTORE AUTOMATICO		INT. AUT. CON RELÈ TERMICO
	INTERRUTTORE TRIPOLARE		INTERRUTTORE DA PARETE O DA INCASSO	UNIPOLARE BIPOLARE TRIPOLARE	COMMUTATORE DA PARETE O DA INCASSO (X LAMPADARIO)
	DEVIATORE DA PARETE O INCASSO		INVERTITORE DA PARETE O INCASSO		RELÈ (INTERR. COMANDATO A DISTANZA)
	PULSANTE COM. DEL RELÈ PER ES. RELÈ INTERRUTTORE		PRESA A SPINA BIPOLARE (SEGNO GENERALE)		PRESA A SPINA BIPOLARE CON CONTATTO DI MESSA A TERRA SU CIRCUITO LUCE
	PRESA INDUSTRIALE A SPINA BIP. CON CONTATTO DI MESSA A TERRA		PRESA A SPINA TRIP. CON CONTATTO DI MESSA A TERRA		INTERR. DI POTENZE MAGNETOTERMICO E DIFFERENZIALE
LAMPADE	LAMP. A INCAND. CON INDIC. DELLA POTENZA	60W	LAMP. A INCAND. PARETE		LAMPADA FLUORESCENTE TUBOLARE CON POTENZA
	LAMP. SU CIRCUITO DI SICUREZZA	A BATTERIA	LAMPADA SU CIRCUITO DI EMERGENZA	A GRUPPO ELETTROGENO	LAMP. X SEGNALAZIONE DI CHIAMATA
AVVISATORI E RIVELATORI	PULSANTE AVVISATORE INCENDIO		RIVELATORE INCENDIO		CELLULA FOTOELETTRICA

RESISTENZA DEI MATERIALI

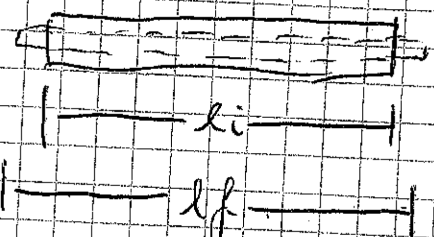
(carichi → Sollecitazioni → Tensioni)



σ

τ (daN/cm²)

Comportamento dei materiali soggetti a N

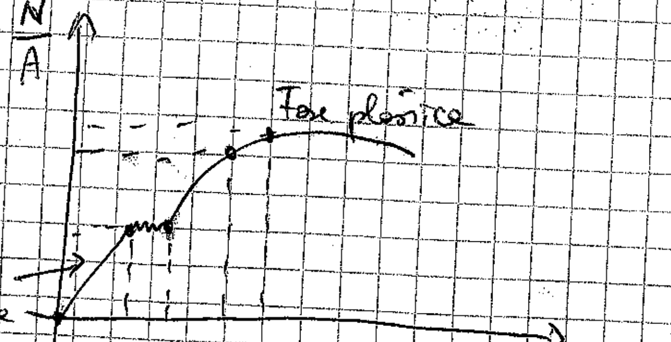


Δl (variazione di lunghezza) $= l_f - l_i$

$\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l_i}$

Sigma $\sigma = \dfrac{N}{A}$

Epsilon



La Tensione è la sollecitazione riferita all'unità di superficie. Rappresenta cioè l'entità della sollecitazione che va ad interessare l'unità di superficie

σ = sigma = Tensione normale cioè perpendicolare alla sezione

68

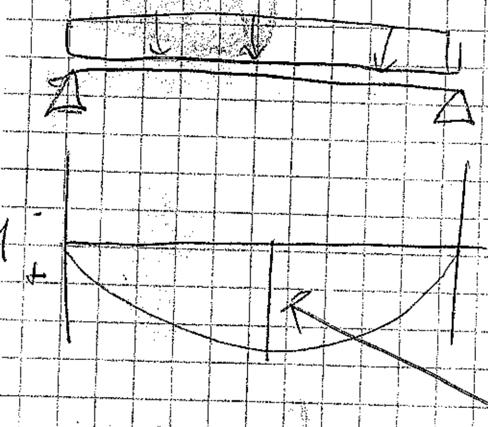
$$\sigma = \frac{M}{I_x} \cdot y$$

$$\sigma_{max} = \frac{M}{I_n} \cdot y_{max} = \frac{M}{\frac{I_n}{y_{max}}} \rightarrow W_n = \text{modulo di resistenza}$$

CASO DELLA SEZIONE RETTANGOLARE

$$\sigma_{max} = \frac{M}{\frac{I_n}{y_{max}}} = \frac{M}{\frac{\frac{1}{12} b \cdot h^{3\,2}}{\frac{h}{2}}} = \frac{M}{\frac{2}{12} b \cdot h^2} = \frac{M}{\frac{b h^2}{6}}$$

$\rightarrow W_n$ = modulo di resistenza di sezione rettangolare di base b e altezza h.

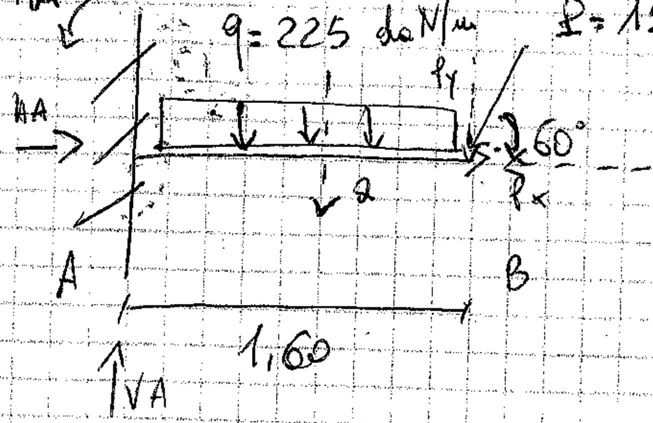


$$M_{max} = \frac{1}{8} q \cdot l^2$$

σ_{a} = Tensione normale ammissibile

$$\frac{M}{\frac{b h^2}{6}} = \sigma_m \quad / \quad \frac{M}{\frac{0{,}7 h \cdot h^2}{6}} = \sigma_m \quad / \quad \frac{M}{\frac{0{,}7 \cdot h^3}{6}} = \sigma_m \quad / \quad \frac{M}{0{,}7 \cdot h^3} = 6 \cdot \sigma_m \quad /$$

$$h^3 = \frac{M}{0{,}7 \cdot 6 \cdot \sigma_m} \longrightarrow h = \sqrt[3]{}$$



$Q = 225 \cdot 1{,}60 = 360$ daN/m

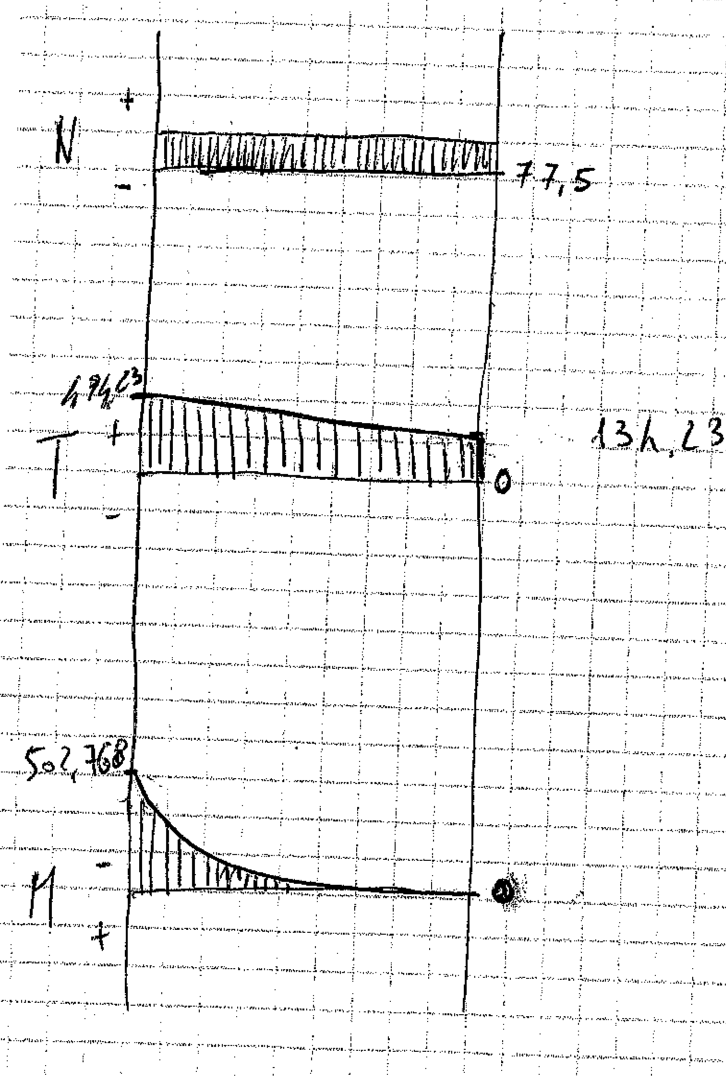
$P_y = P \cdot \operatorname{sen} 60° = 134{,}23$ daN

$P_x = P \cdot \cos 60° = 77{,}5$ daN

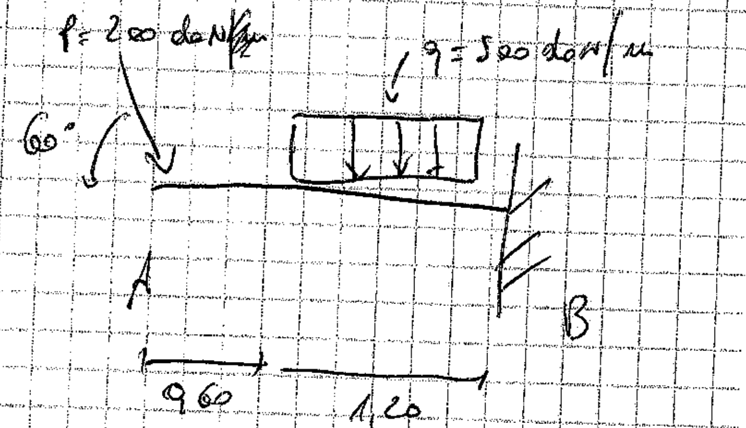
69

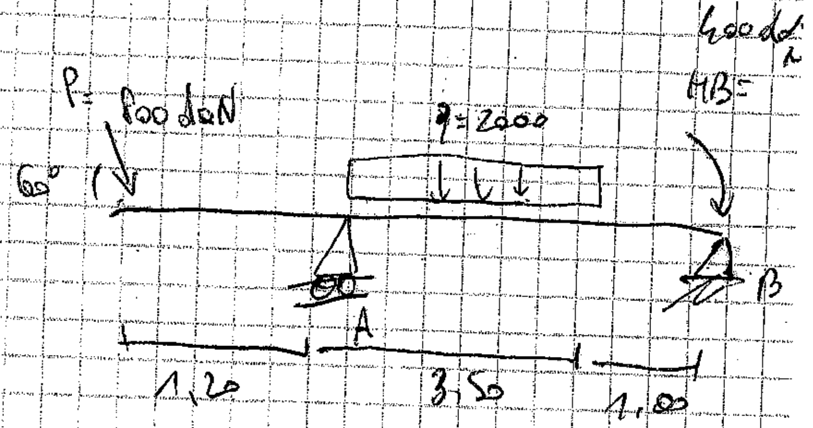
$$\begin{cases} HA - 77{,}5 = 0 \\ VA - 360 - 134{,}23 = 0 \\ -MA + 360 \cdot 0{,}80 + 134{,}23 \cdot 1{,}60 = 0 \end{cases}$$

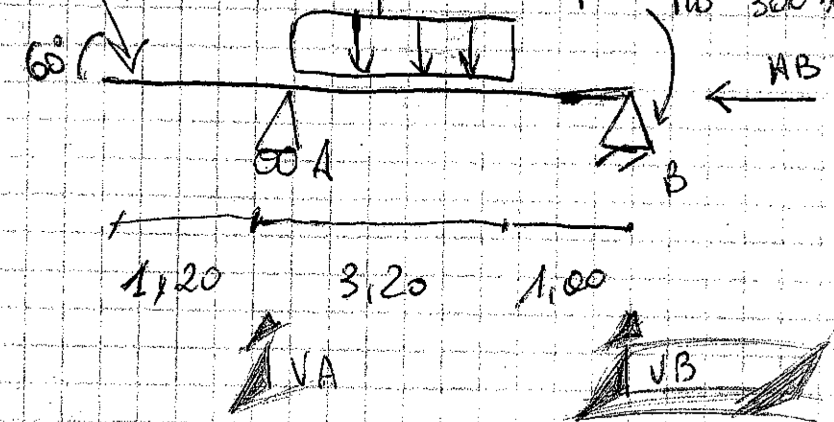
$$\begin{cases} HA = 77{,}5 \\ VA = 494{,}23 \\ MA = 502{,}768 \end{cases}$$



X CASA







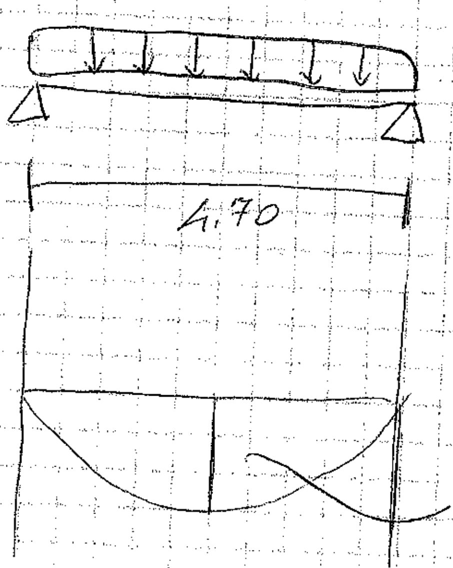
$Q = 8000$

$P_y = 692,82$

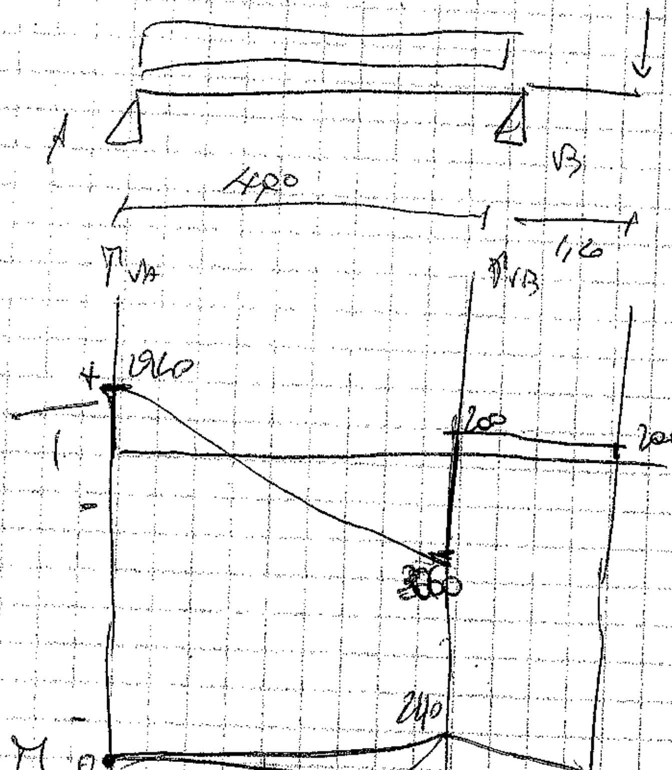
$P_x = 400$

70

Progettare una trave in legno con luce $l = 4,70$ appoggiata alle estremità e caricata da un carico ripartito uniforme pari a 16 KN/m. Si ipotizzi una tensione ammissibile $\sigma = 70$ daN/cm²



$M^{+}_{max} = \frac{1}{8} q \cdot l^2$ KN·m



$Q = 6000$ daN

$VA = 2940$ daN

$VB = 3260$ daN

$P = 200$ daN

$2940 - 6000 = 306$

$2940 - 6000 + 3260 = 20$

$M = 2940 \cdot 4 - 6000 \cdot 2 = -24$