APPUNTI E CONCETTI BASE PER LA MATERIA DI COSTRUZIONI PER GLI ALUNNI 3°B ITG "NERVI" - ALTAMURA

Si può dire che, in generale, lo scopo della **scienza** e della **tecnica** delle costruzioni è quello di stabilire le condizioni di **sicurezza** e di **funzionalità** delle strutture.

Nel corso di costruzioni degli istituti per geometri si raggiungono le competenze necessarie a dimensionare alcuni semplici elementi di una struttura.

Questo risultato si può ottenere esercitandosi nello studio delle **azioni** agenti sull'intera struttura e sui singoli elementi strutturali, e nell'analisi delle **sollecitazioni** e delle **tensioni** interne presenti in ognuna delle sue sezioni.

Le azioni sulle costruzioni sono costituite essenzialmente da **forze** e **momenti**, il cui studio è previsto nei corsi di fisica del biennio (cinematica, statica).

Innanzitutto: cos'è un elemento strutturale? È una parte (elemento) della struttura che può essere studiato singolarmente. Sono elementi strutturali le fondazioni, le murature, i pilastri, le travi e tutte quelle parti dell'edificio senza le quali non si terrebbe in piedi. Non sono elementi strutturali gli infissi (porte e finestre), i muri divisori, i pavimenti ed i rivestimenti, et cetera.

Gli elementi strutturali sono rappresentati in modo schematico con un segmento proporzionale alla loro lunghezza. Con questa rappresentazione **bidimensionale** i possibili movimenti si riducono a due **traslazioni** (orizzontali e verticale), dovute a delle forze, ed ad una **rotazione**, dovuta ad una coppia di forze (momento).

I collegamenti degli elementi strutturali tra loro e con il mondo esterno sono simboleggiati dai vincoli.

I più comuni sono:

il **carrello** impedisce la traslazione orizzontale

la **cerniera** impedisce sia la traslazione orizzontale che quella verticale

l'**incastro** impedisce le due traslazioni nel piano e la rotazione

Naturalmente una trave viene progettata in modo che non si muova affatto. I vincoli quindi devono essere disposti in modo da impedire tutti i possibili movimenti. Se ciò accade la struttura è detta **isostatica** (o **iperstatica**), altrimenti la struttura è detta **ipostatica** o **labile**.

Studieremo le principali strutture isostatiche: la trave a mensola, la trave appoggiata (con e senza sbalzi), la trave Gerber, l'arco a tre cerniere.

Inizialmente ci limiteremo ad individuare le sole forze esterne (azioni e reazioni vincolari). Passeremo quindi ad analizzare le azioni interne (sollecitazioni e tensioni). Infine proveremo a dimensionare e verificare alcuni semplici elementi strutturali.

Grandezza	Simbolo	Unità di misura
Forza	F	N
Lunghezza	d	m
Pressione	Pa	N/m^2

Conversione tra il Sistema Tecnico (ST) e il Sistema Internazionale (SI)

Sistema Internazionale

Grandezza	Nome	Simbolo
Lunghezza	metro	m
massa	chilogrammo	Kg
tempo	secondo	s

Sistema tecnico

Grandezza	Nome	Simboli
Lunghezza	metro	m
peso	chilogrammo	Kg
tempo	secondo	s

Come si può notare la differenza è che nel SI abbiamo come grandezza fondamentale la massa e nel ST il peso che nel SI è invece una unità derivata.

Infatti nel SI l'unità di misura della forza (e quindi del peso) è il Newton (N).

Dalla legge di Newton ($\vec{F} = m \cdot \vec{a}$) possiamo ricavare che $1\,N = 1\,Kg \cdot 1\,\frac{m}{s^2}$ cioè un Newton è pari ad una massa unitaria sottoposta all'accelerazione unitaria.

Il problema nasce in quanto nel ST l'unità di misura Kg (essendo un peso) implica la presenza dell'accelerazione di gravità (g) che possiamo assumere pari a $g = 9,80665\ m/s^2$.
Per maggiore chiarezza chiameremo Kg_m (chilogrammo-massa) l'unità di misura della massa nel SI e Kg_p (chilogrammo-peso) l'unità di misura del peso nel ST.
Per passare tra chilogrammi (ST) e Newton (N) dobbiamo procedere in questo modo:
$1 Kg_p = 1 Kg_m \cdot 9,80665\ m/s^2 = 9,80665\ N \cong 10\ N$ l'approssimazione al moltiplicatore 10 non sempre è accettabile soprattutto per valori elevati (es. acciaio)

MOMENTO

Essendo il momento il prodotto fra forza e braccio (lunghezza) passeremo tra il chilogrammo per metro (oppure chilogrammetri) ai newton per metro (~~[illegible]~~ (formalmente dovremo parlare di joule ma nelle costruzioni tale termine è poco usato) in questo modo:
$1 Kg_p \cdot m = 9,80665\ N \cdot m \cong 10 N \cdot m$
analogamente $1 N \cdot m = 0,101972\ Kg_p \cdot m \cong = 0,10\ Kg_p \cdot m$

Pressione, tensione e modulo di elasticità

Nel ST le tensioni si misurano in Kg/cm^2 (chilogrammo su centimetro quadrato) mentre nel SI in Pa (pascal) dove $1 Pa = 1 N/1 m^2$ quindi
$1 Kg/cm^2 = 9,80665\ N/cm^2 = 9,80665 \frac{N}{0,0001 m^2} = 980665\ Pa \cong 100000\ Pa$
tale valore è troppo grande e si preferisce usare il multiplo MPa (megapascal) essendo $1\ MPa = 1 \cdot 10^6\ Pa = 100000\ Pa$ avremo:
$1\ Kg_p/cm^2 = 0,0980665\ MPa \cong 0,10\ Pa$
viceversa avremo $1\ MPa = 10,1972\ Kg_p/cm^2 \cong 10\ Kg/cm^2$
spesso si usa anche il N/mm^2 (newton su millimetro quadrato) che corrisponde al MPa.

CARICHI DISTRIBUITI

Nel ST i carichi distribuiti si misurano in Kg/m (se applicati lungo una linea) e in Kg/m^2 (se applicati su una superficie) mentre nel SI in N/m (spesso anche in Kg/m^*) e in N/m^2 (oppure in KN/m^2); (2)

pertanto avremo: $1\ Kgp/m = 9,80665\ N/m \cong 10 N/m$ e $1\ Kgp/m^2 = 9,80665\ N/m^2 = 10 N$
analogamente $1\ N/m = 0,101972\ Kgp/m \cong 0,10\ Kgp/m$ e $1\ N/m^2 = 0,101972\ Kgp/m^2$
$\cong 0,10\ Kgp/m^2$.
Usando il KN si ottiene $1 KN/m = 101,972\ Kgp/m \cong 100 Kgp/m$ e $1 KN/m^2 = 101,972\ Kgp/m^2 \cong 10$

Riassumendo:

SE HAI	MOLTIPLICA PER		PER OTTENERE
Kg	9,80665	(10)	N
Kg	0,00980665	(0,01)	KN
N	0,101972	(0,10)	Kg
KN	101,972	(100)	Kg
Kg·m	9,80665	(10)	N·m
Kg·m	0,00980665	(0,01)	KN·m
N·m	0,101972	(0,10)	Kg·m
KN·m	101,972	(100)	Kg·m
Kg/cm^2	0,0980665	(0,10)	MPa oppure N/mm^2
MPa oppure N/mm^2	10,1972	(10)	Kg/cm^2
Kg/m	9,80665	(10)	N/m
Kg/m	0,00980665	(0,01)	KN/m
N/m	0,101972	(0,10)	Kg/m
KN/m	101,972	(100)	Kg/m
Kg/m^2	9,80665	(10)	N/m^2
Kg/m^2	0,00980665	(0,01)	KN/m^2
N/m^2	0,101972	(0,10)	Kg/m^2
KN/m^2	101,972	(100)	Kg/m^2

ESERCIZI

1) Trasformare il valore del carico $q = 34$ KN/m in KN/cm

$$q = \frac{34 \cdot KN}{cm \cdot 100} = 0,34\ KN/cm$$

2) Trasformare il valore del momento $M = 2800$ Kg·m in KN·m

2800 Kg·m $= 28$ KN·m

$2800 \cdot 10 = 28000$ N·m

1 daN $= 10N$

28000 N·m $: 1000 =$

1 KN $= 1000N$ $\quad 10^3 N$

$= 28$ KN·m

1 MN $= 1\,000\,000$ $\quad 10^6 N$

3) Trasformare il valore del carico $q = 26$ KN/m in N/cm

$$\frac{26 \cdot 10\cancel{00}\ N}{cm \cdot 1\cancel{00}} = 260\ N/cm$$

4) Trasformare il valore della tensione $\sigma = 85$ Kg/cm² in N/mm²

$$\frac{85 \cdot 1\cancel{0}\ N}{mm^2 \cdot 10\cancel{0}} = 8,50\ N/mm^2$$

5) Trasformare il valore del carico $P = 42$ KN in N

$$42\ KN \cdot 1000 = 42000\ N$$

6) Trasformare il valore del momento $M = 32$ KN·m in N·mm

$$32\ KN \cdot 1000\ N \cdot 1000\ mm = 32000000\ N\,mm = 32 \cdot 10^6\ N\,mm$$

ALFABETO GRECO

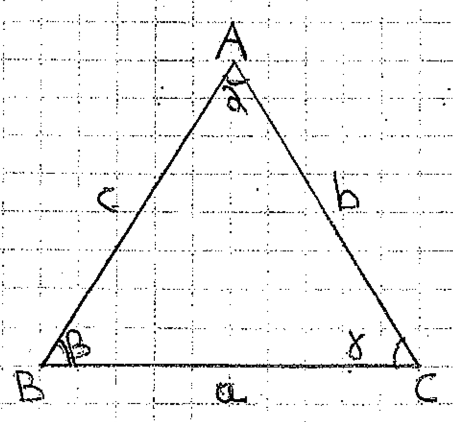
Maiuscole	minuscole	pronuncia
Α	α	alfa
Β	β	beta
Γ	γ	gamma
Δ	δ	delta
Ε	ε	epsilon
Ζ	ζ	zeta
Η	η	eta
Θ	θ	theta
Ι	ι	iota
Κ	κ	cappa
Λ	λ	lambda
Μ	μ	mi o mu
Ν	ν	ni o nu
Ξ	ξ	csi
Ο	ο	òmicron
Π	π	pi
Ρ	ρ	ro
Σ	σ	sigma
Τ	τ	tau
Υ	υ	ùpsilon
Φ	φ	phi
Χ	χ	chi
Ψ	ψ	psi
Ω	ω	oméga

Grandezze fisiche	tipo vettoriale/scalare
Forza	vettoriale
- massa	scalare
- spostamento	vettoriale
- velocità	vettoriale
- temperatura	scalare
- densità	scalare
- lunghezza	scalare
- volume	scalare
- peso	vettoriale (è una forza)
- intervallo di tempo	scalare
- carica elettrica	scalare (non ha direzione e verso)

Appunti sui triangoli

Il teorema dei seni, insieme a quello del coseno (di Carnot), permette la risoluzione di un triangolo qualsiasi (non necessariamente rettangolo), cioè la determinazione di tutti i suoi elementi (lati e angoli), noti solo alcuni di essi, sotto determinate condizioni.

I vertici di un triangolo vengono indicati con le prime lettere maiuscole dell'alfabeto (A,B,C), gli angoli con le corrispondenti lettere minuscole dell'alfabeto greco (α, β e γ) e i lati opposti a ciascuno di essi con le corrispondenti lettere minuscole dell'alfabeto (a, b, c), come in figura disegnato sotto:



Teorema dei seni

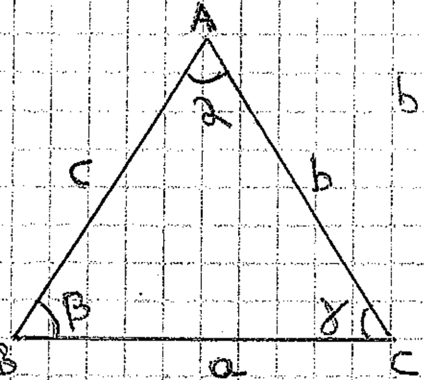
In un triangolo i lati sono proporzionali agli angoli opposti e si ha:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} \quad \text{ossia} \quad a : \sin\alpha = b : \sin\beta = c : \sin\gamma$$

A seconda dell'esercizio si considerano 4 dei 6 elementi della proporzione e si risolve applicando la regola fondamentale:

In una proporzione il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi

Teorema del Coseno



$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma}$$

$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta}$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha}$$

Nella risoluzione di un triangolo, il teorema di Carnot, permette noti due lati e l'angolo fra essi compreso, di determinare il terzo lato. Siano a e b la misura di due suoi lati e sia γ l'angolo fra essi compreso:

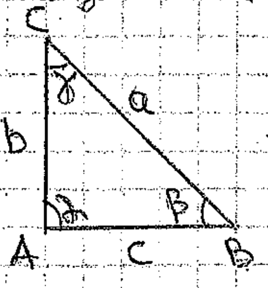
$c^2 = a^2 + b^2 - 2ba \cdot \cos\gamma \qquad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$

Per determinare il lato a questo punto si deve estrarre la radice quadrata dell'espressione ricavata

Triangolo rettangolo

RISOLUZIONE DEI TRIANGOLI



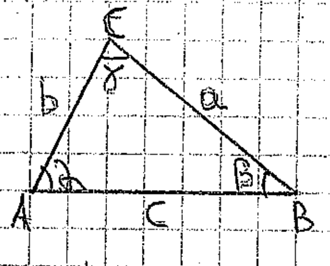
In ogni triangolo rettangolo un cateto è uguale al prodotto dell'ipotenusa per il seno dell'angolo opposto oppure per il coseno dell'angolo acuto adiacente.

$b = a \cdot \sin\beta \quad b = a \cdot \cos\gamma \quad | \quad b = c \cdot \tan\beta \quad b = c \cdot \cot\gamma$

$c = a \cdot \sin\gamma \quad c = a \cdot \cos\beta \quad | \quad c = b \cdot \tan\gamma \quad c = b \cdot \cot\beta$

In ogni triangolo rettangolo un cateto è uguale al prodotto dell'altro cateto per la tangente dell'angolo opposto oppure per la cotangente dell'angolo acuto adiacente

Teoremi sul triangolo qualunque.



L'area di un triangolo si può calcolare moltiplicando due lati per il seno dell'angolo tra essi compreso e dividendo il prodotto per 2.

$A = \frac{1}{2}\, ab \cdot \operatorname{sen}\gamma$; $A = \frac{1}{2}\, bc \operatorname{sen}\alpha$; $A = \frac{1}{2}\, ca \operatorname{sen}\beta$

L'area di un triangolo è uguale al prodotto del quadrato di un lato per i seni degli angoli adiacenti, fratto il doppio del seno dell'angolo opposto.

$$A = \frac{a^2 \cdot \sin\beta \cdot \sin\gamma}{2 \sin\alpha}$$

Formula di erone

p = semiperimetro

a, b, c = lati triangolo

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

I CARICHI

Carichi concentrati — è un carico che insiste su un elemento strutturale in genere

Carichi distribuiti — è un carico che insiste su una superficie struttu[rale] in genere

$\rightarrow$ => forza vettoriale

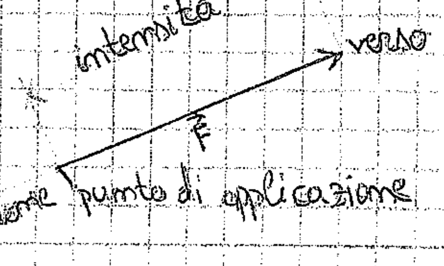
$$\vec{P} = m \cdot g$$
$$\Downarrow$$
$$\vec{F} = m \cdot a \quad (m/s^2)$$

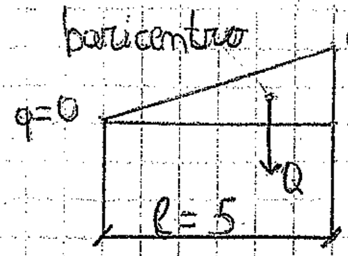
$p = \gamma \cdot h$ γ = peso specifico di un liquido.

$$F = R$$
$$F - R = 0$$

Una grandezza vettoriale per essere definita deve avere 4 elementi:

1) punto di applicazione
2) intensità
3) verso
4) direzione



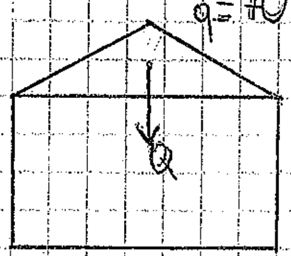


$\Rightarrow 100\ N/ml$

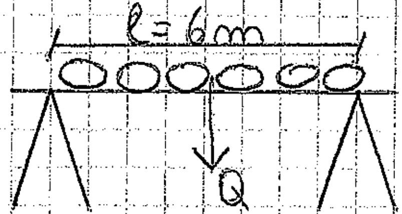
ml = metro lineare

q = carico distribuit

$$Q = \frac{q \cdot l}{2} = \frac{100 \cdot 5}{2} = 250\ N/ml$$



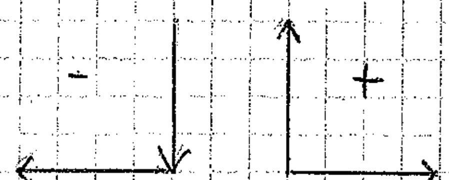
$$Q = \frac{q \cdot l}{2}$$



$q = 30\ N/ml$

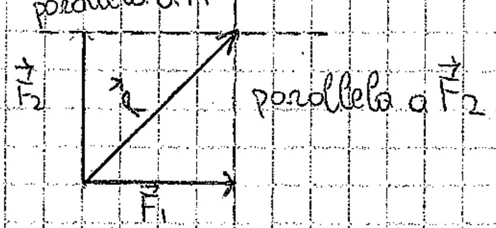
$$Q = q \cdot l = 30\ N/ml \cdot 6\ m = 180\ N/ml$$

La conversione per le forze



Equilibrio

Vi è equilibrio quando la sommatoria delle forze applicate a quel corpo è uguale a 0.



$\vec{F}_1 = 10\ N$

$\vec{F}_2 = 10\ N$

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\vec{R} = \sqrt{\vec{F}_1^2 + \vec{F}_2^2}$$

$$\vec{R} = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{10000}$$

$$\vec{R} = \sqrt{10000} = 100\ N$$

Conduttività λ $\lambda < 0,116$ W/mK

La conduttività termica è il rapporto in condizioni stazionarie fra il flusso di calore e il gradiente di temperatura che provoca il passaggio del calore. In altri termini, la conducibilità termica è una misura dell'attitudine di una sostanza a trasmettere il calore. Quindi maggiore è il λ meno isolante è il materiale. Essa dipende solo dalla natura del materiale, non dalla sua forma.

I materiali più isolanti nella maggior parte dei casi, sono i pannelli isolanti

MOMENTO

Il momento è il prodotto tra una $\vec{F}$ e una distanza d.

La distanza è perpendicolare alla forza e viene chiamata anche braccio.

$$M = P \cdot d \quad [N \cdot m ; N \cdot cm ; N \cdot mm]$$
$$M = \vec{F} \cdot d \quad [N \cdot m ; N \cdot cm ; N \cdot mm]$$
$$M = \vec{F} \cdot b \quad [N \cdot m ; N \cdot cm ; N \cdot mm]$$

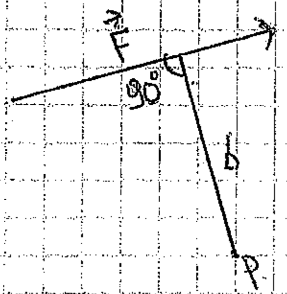
M = momento

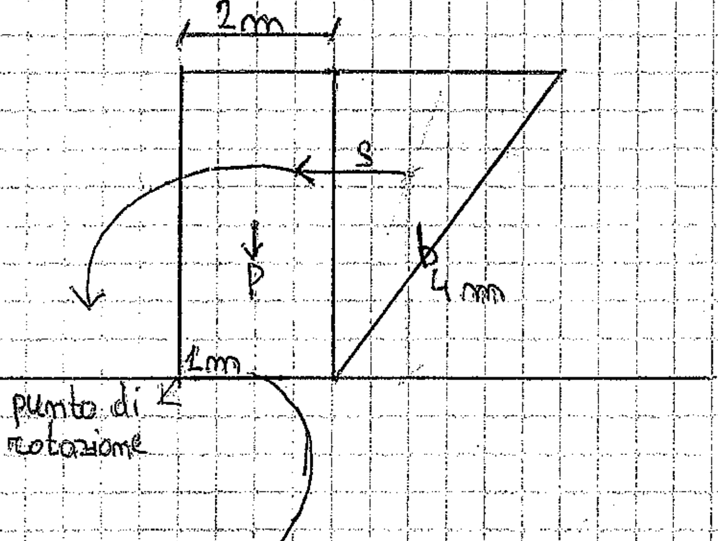
P = peso

d = distanza

$\vec{F}$ = forza

b = braccio





equazione di equilibrio

la sommatoria dei momenti = 0

S = spinta

P = peso

b = braccio

$$P \cdot 1 - S \cdot 4 = 0$$

4/5/6

$$P > S$$

Esercizi sulle forze (F) Sommatorio delle forze.

$\vec{F}_1 = 10\ N$

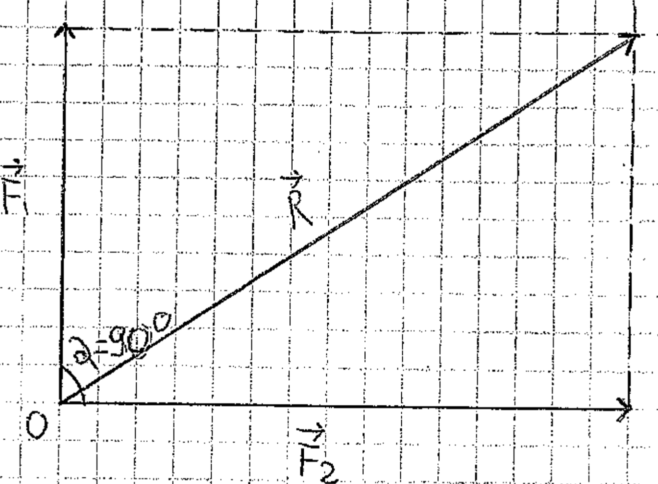
$\vec{F}_2 = 15\ N$

$\vec{R} = ?$

$\hat{\alpha} = 90^\circ$

$\underline{u} = 2\ N$

Per trovare lo $\vec{R}$ (risultante), si mandano le parallele alle forze e il loro punto di incontro si unisce con il punto di origine (O) delle forze.



$\vec{R} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} =$

$= \sqrt{10^2 + 15^2} = \sqrt{100 + 225} =$

$= \sqrt{325} = 18,02\ N$

Se l'angolo compreso fra le due forze è di 90° si applica il teorema di pitagora, altrimenti si applica il teorema di carnot.

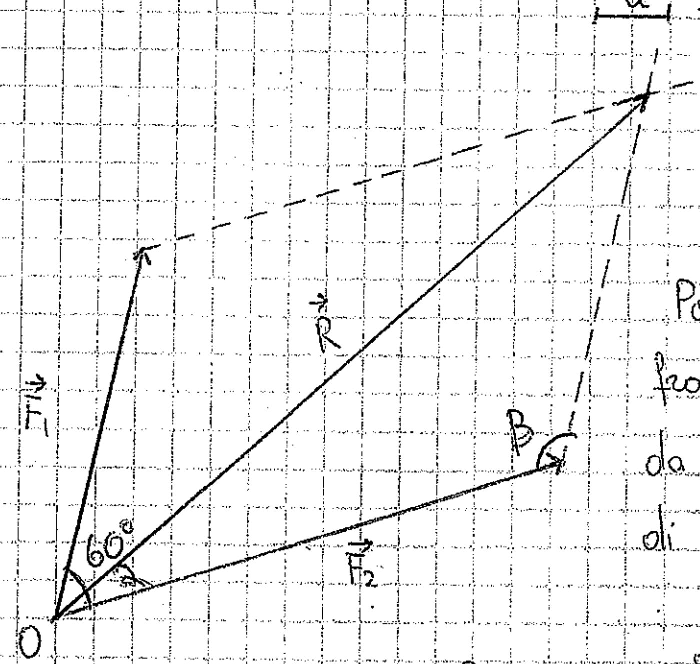
$\vec{F}_1 = 5\ N$

$\vec{F}_2 = 7\ N$

$\vec{R} = ?$

$\hat{\alpha} = 60^\circ$

$\underline{u} = 1\ N$



Poiché l'angolo compreso fra le due forze è diverso da 90° si applica il teorema di Carnot.

$\vec{R} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 F_1 F_2 \cdot \cos\beta}$

$\beta = \frac{360^\circ - (60+60)}{2} = \frac{360^\circ - 120}{2} = 120^\circ$

$\vec{R} = \sqrt{5^2 + 7^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{25 + 49 - 70 \cdot (-0,5)} = \sqrt{74 - 70 \cdot (-0,5)}$

$= \sqrt{74 + 35} = \sqrt{109} = 10,44\ N$

Differenza delle forze

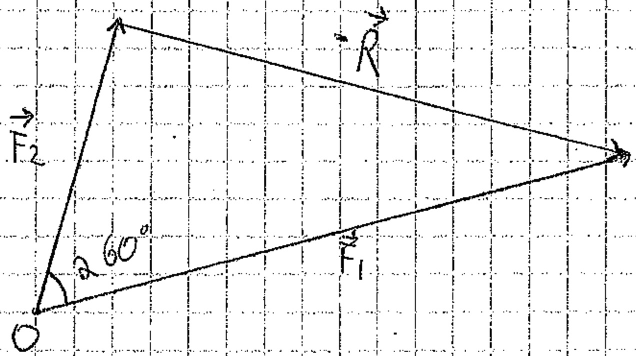
$\underline{u} = 2,5\ N$

$\vec{F}_1 = 20\ N$

$\vec{F}_2 = 10\ N$

$-\vec{R} = ?$

$\alpha = 60°$



$$-\vec{R} = \sqrt{F_1^2+F_2^2-2F_1\cdot F_2\cdot\cos\alpha} = \sqrt{20^2+10^2-2\cdot 20\cdot 10\cdot\cos 60°} =$$

$$= \sqrt{400+100-400\cdot 0,5} = \sqrt{500-400(-0,5)} = \sqrt{500-200} =$$

$$= \sqrt{300} = 17,32\ N$$

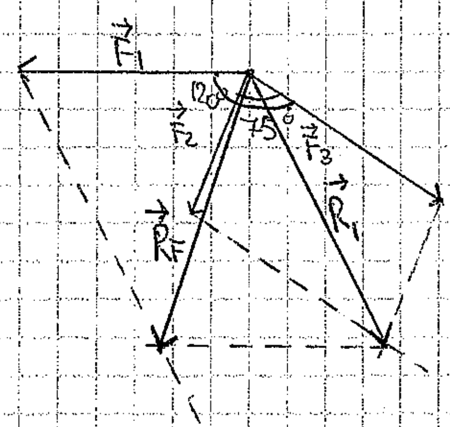
Sommatorio di più forze

$\underline{u} = 1\ N$

$\vec{F}_1 = 3\ N$

$\vec{F}_2 = 2\ N$

$\vec{F}_3 = 3\ N$



Quando si hanno più di due forze si fa il metodo del poligono partendo da due forze a piacere; poi si va a trovare la risultante trovata delle due forze scelte all'inizio, e l'altra forza.

$$R_1 = \sqrt{F_2^2+F_3^2-2F_2F_3\cdot\cos 75°} = \sqrt{4+9-12(0,25)} = \sqrt{13-3} = \sqrt{10} = 3,16\ N$$

$$R_{FINALE} = \sqrt{R_1^2+F_1^2-2R_1\cdot F_1\cdot\cos 118°} = \sqrt{9,98+9-2\cdot 3,16\cdot 3\cdot(-0,46)} = \sqrt{18,98+8,90} =$$

$$= \sqrt{27,88} = 5,28\ N$$

Per risolvere le forze ci sono due metodi:

1) metodo grafico: le misure si ricavano dal disegno; prima di disegnare bisogna stabilire una scala e poi bisogna disegnare in base alla scala scelta, poi dopo di aver finito il disegno, si misurano le forze con la squadra, e la misura si moltiplica per la scala scelta (quindi più preciso è il disegno più le misure trovate saranno giuste).

2) metodo analitico: nel metodo analitico le misure si ricavano attraverso i calcoli che si fanno in base ai dati che si hanno in disposizione.

Fra i due metodi quello più preciso è il metodo analitico, perché nel metodo grafico si può sbagliare il disegno.

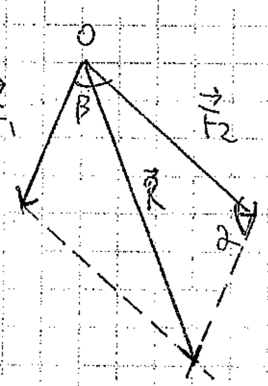
Esempio

$\underline{\;u\;} = 4\ N$

$\vec{F_1} = 8\ N$

$\vec{F_2} = 12\ N$

$\beta = 70°$



Metodo grafico

$1\ cm = 4\ N$

$\vec{R} = 4{,}2\ cm \cdot 4\ N = 16.80\ N$

Metodo analitico

~~$\vec{R} = \sqrt{\quad}$~~

$\alpha = 180 - (35+35) = 110°$

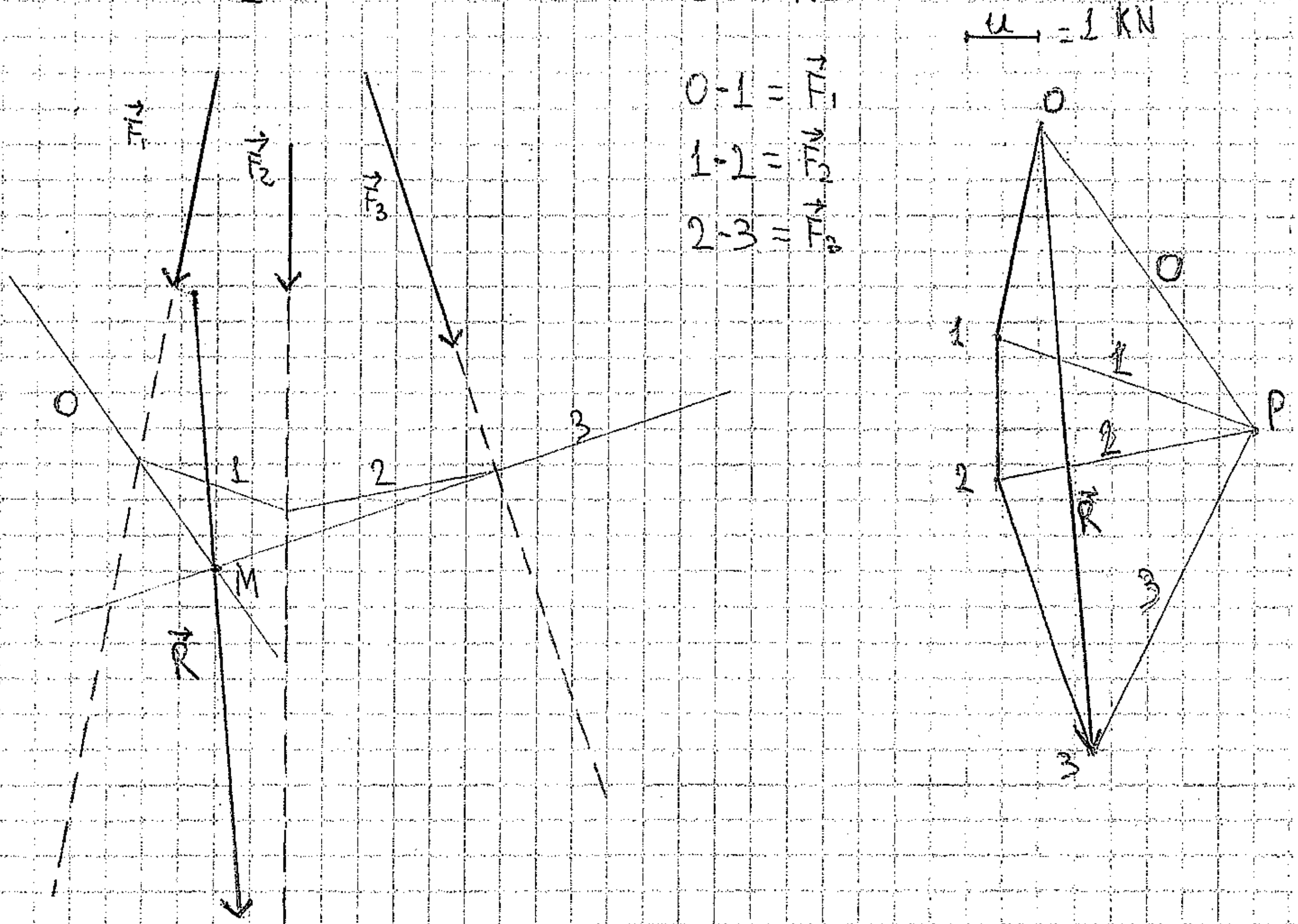
$\vec{R} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 110°} = \sqrt{64+144-2\cdot 8\cdot 12 \cdot (-0{,}34)} = \sqrt{208 + 65{,}66} =$

$= \sqrt{273{,}66} = 16{,}54$

Metodo grafico $= 16{,}80\ N$

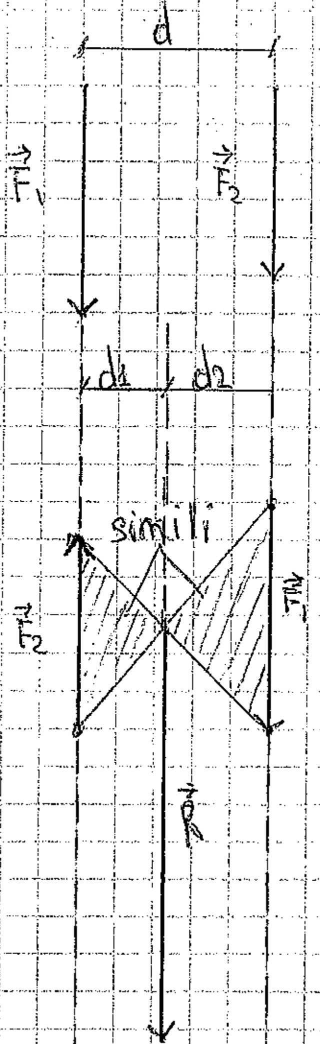
Metodo analitico $= 16{,}54\ N$

IL POLIGONO FUNICOLARE



Dato il sistema di forze $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ ed $\vec{F}_3$ si traccia il poligono delle forze 0-1-2-3, il cui lato di chiusura 0-3 fornisce ~~in~~ verso e intensità la risultante R. I vertici del poligono delle forze vengono proiettati dal polo di proiezione P (fissato in un punto a piacere sullo spazio). 0-1-2-3 si uniscono con il punto P, e le rette le chiamiamo 0-1-2-3. ~~Qui~~ Poi si mandano le linee di proiezione delle forze; dopo si prende la retta 0 e parallelamente ad essa si manda alla proiezione della forza $\vec{F}_1$, fino a quando non la tocca, ~~e~~ si prende la retta 1 e dal punto di intersezione della retta 0 con $\vec{F}_1$ si manda la sua parallela; e così si ~~fa~~ procede per le altre forze. Poi la prima e l'ultima retta si prolungano e sul loro punto di incontro M passerà la risultante $\vec{R}$. Dal poligono si manda la parallela alla risultante al punto M; e lungo quella retta si può andare a disegnare la risultante R dello stesso verso e intensità del poligolo funicolare.

Risultante di un sistema di forze parallele concorde



$$\frac{F_2}{d_1} = \frac{F_1}{d_2}$$

$$d_1 = \frac{F_2 \cdot d_2}{F_1}$$

$$d_1 \cdot F_1 = F_2 \cdot d_2$$

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \qquad d_1 \cdot F_1 = F_2 \cdot (d - d_1)$$

$$d_1 \cdot F_1 = F_2 \cdot d - F_2 \cdot d_1$$

$$d_1 \cdot F_1 + F_2 \cdot d_1 = F_2 \cdot d$$

$$d_1 (F_1 + F_2) = F_2 \cdot d$$

$$d_1 (R) = F_2 \cdot d$$

$$d_1 = \frac{F_2 \cdot d}{R}$$

$$d_2 = \frac{F_1 \cdot d}{R}$$

Risultante di un sistema di forze parallele discorde

$$d_1 : d_2 = F_2 : F_1$$

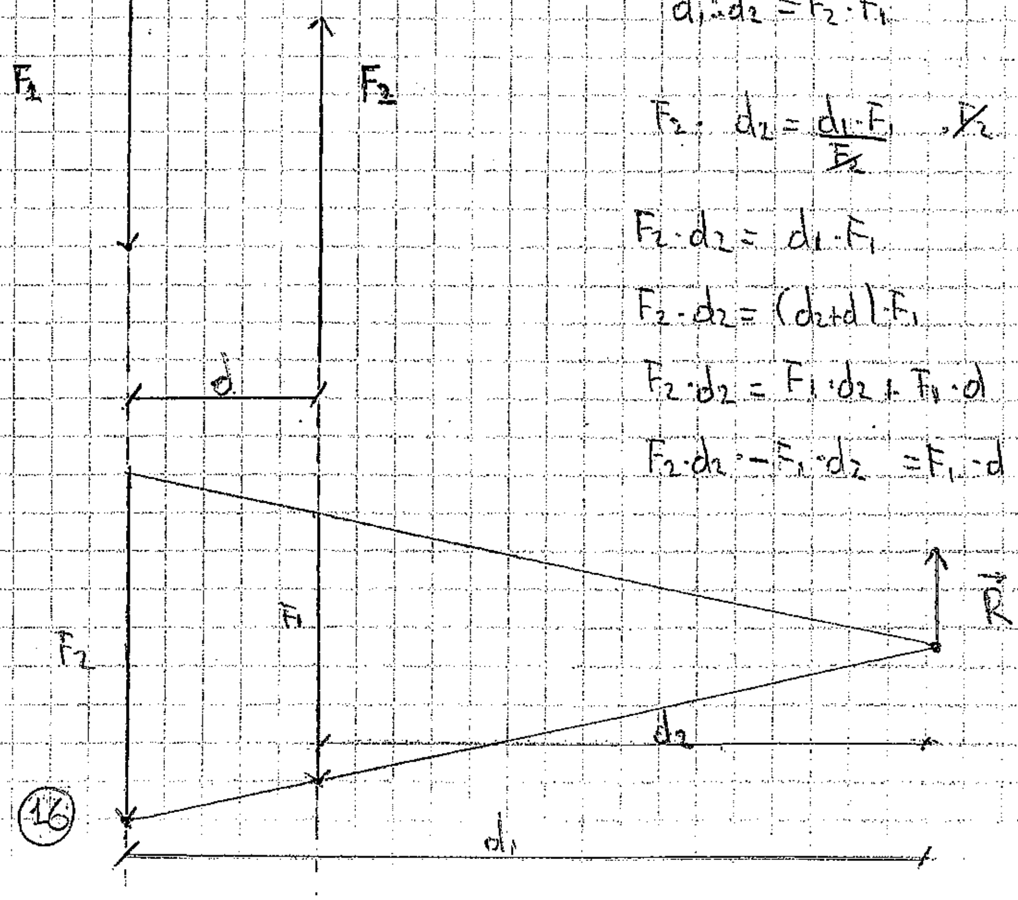
$$F_2 \cdot d_2 = \frac{d_1 \cdot F_1}{\cancel{F_2}} \cdot \cancel{F_2}$$

$$F_2 \cdot d_2 = d_1 \cdot F_1$$

$$F_2 \cdot d_2 = (d_2 + d) \cdot F_1$$

$$F_2 \cdot d_2 = F_1 \cdot d_2 + F_1 \cdot d$$

$$F_2 \cdot d_2 - F_1 \cdot d_2 = F_1 \cdot d$$



$$d_2 (F_2 - F_1) = F_1 \cdot d$$

$$d_2 \cdot R = F_1 \cdot d$$

$$d_2 = \frac{F_1 \cdot d}{R}$$

$$d_1 = \frac{F_2 \cdot d}{R}$$

I MATERIALI CERAMICI

- I prodotti ceramici sono ottenuti da impasti di argille, acqua ed eventuali additivi, essicati e cotti a temperature adeguate, in modo che non possano più riprendere la loro plasticità.
Si suddividono in:
  - ceramici a pasta porosa: laterizi, cotto, maioliche, terraglie, cottoforte, monoporosa;
  - ceramici a pasta compatta: grès rosso, clinker, grès porcellanato, porcellane, monocottura.

I prodotti ceramici trovano svariate applicazioni in edilizia: i laterizi comprendono mattoni e blocchi per murature, tavelle e tavelloni, blocchi per solai, elementi per coperture, mentre gli altri sono costituiti da piastrelle, impiegate per pavimenti e rivestimenti interni degli edifici, e da apparecchi sanitari.

- La materia prima fondamentale per la fabbricazione dei prodotti ceramici è l'argilla, una roccia sedimentaria incoerente di origine clastica a grana finissima, formata da minerali diversi, proveniente dall'alterazione di rocce erutive.

- Il ciclo di fabbricazione dei prodotti ceramici prevede l'escavazione e la preparazione dell'argilla, la foggiatura dei prodotti (estrusione, pressatura, colaggio), l'essiccamento, la cottura (biocottura, monocottura), compresa la smaltatura, e si conclude con la suddivisione in varie scelte e l'imballaggio finale.

- I laterizi per muratura si classificano in base ai seguenti caratteri:
  - classificazione secondo la percentuale di foratura (mattoni pieni, mattoni e blocchi semipieni e mattoni e blocchi forati);

· classificazione secondo la giacitura in opera (mattoni e blocchi a fori verticali e a fori orizzontali).
· classificazione secondo la tecnica di produzione (mattoni estrusi, pressati, formati a mano, tipo a mano, rettificati e calibrati).

• I laterizi a massa normale presentano una grande varietà di forme e dimensioni dipendenti dal tipo di argille utilizzate, dalla diversità dei sistemi costruttivi adottati e dall'esistenza di consuetudini costruttive locali.
Nonostante questa variabilità mattoni e blocchi presentano una certa modularità essenziale per gli usi pratici. Il mattone UNI 5,5 x 12 x 25 è l'esempio più comune di questa modularità così come la particolarità geometriche dei blocchi: fori di maggiore dimensione al centro del laterizio per facilitare la presa, apposite scanalature parallele alle direzioni di foratura, rigature sul perimetro di estrusione e linee di minor resistenza della sezione lungo le quali rompere i blocchi per adattarli alle misure volute.

• Esistono anche laterizi a massa alveolata o laterizi alleggeriti caratterizzati da piccole cavità nella massa del materiale che, di conseguenze, presentano migliori doti di isolamento termico.

• I blocchi forati per solai sono distinti in due categorie:
· blocchi aventi funzione principale di alleggerimento (categoria a)
· blocchi aventi funzione statica in collaborazione con il conglomerato (categoria b)
Sono prodotti con varie altezze per poter realizzare solai di portanza adeguata alle luci tra gli appoggi e ai sovraccarichi previsti. La loro sezione è conformata in modo da realizzare solai gettati in opera

(con alette), solai a travetti prefabbricati (con risvolti) e pannelli per solai prefabbricati.

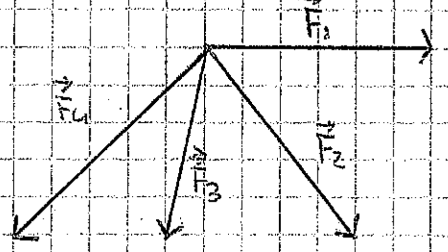
- Le tegole sono prodotti di laterizio per realizzare i tetti a falde con manto di copertura discontinuo e possono essere di due tipi:
- tegole a sovrapposizione, tegole piane o embrici, tegole curve o coppi;
- tegole a innesto, tegole marsigliesi, tegole portoghesi, tegole olandesi.

- Le piastrelle sono fabbricate con varie categorie di ceramiche (cotto, maiolica, terraglia, cottoforte, monoporosa, grès rosso, clinker, grès porcellanato, monocottura), adatte per gli impieghi nelle pavimentazione e nei rivestimenti di pareti e piscine. L'ampia varietà di prodotti viene distinta secondo una classificazione prevista dalla normativa ISO e da una classificazione tecnico-commerciale

L'argilla

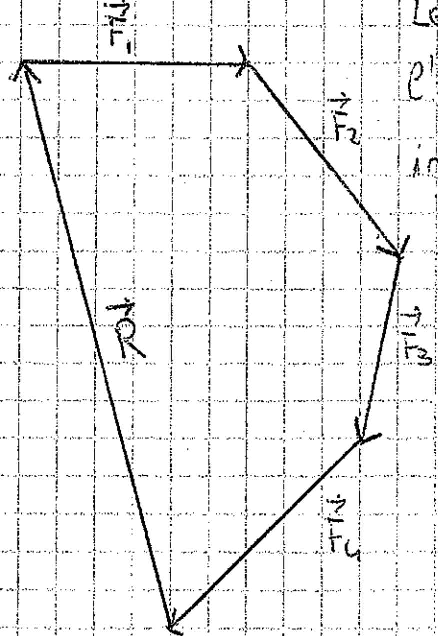
L'argilla è la materia prima fondamentale di tutti i prodotti ceramici. È una roccia sedimentaria incoerente di origine clastica a grana finissima, formata da minerali diversi, provenienti dall'alterazione di rocce eruttive e impurità.

METODO PUNTA CODA



Si manda l'equibollente alle forze su un altro posto del foglio.

Le forze vengono messe una dietro l'altra, della stessa ~~lunghezza~~ intensità e inclinazione.

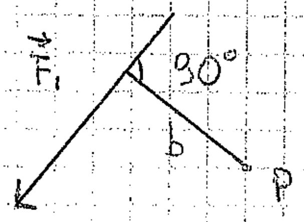


Con questo metodo è più semplice calcolare la risultante graficamente. Mentre nel ~~p~~ metodo del parallelogramma bisogna calcolare la risultante delle forze a due a due, nel metodo punta coda basta mandare le equibollenti alle forze una dietro l'altra e trovi la risultante.

DETERMINAZIONE DEI MOMENTI IN UN SISTEMA DI VETTORI

$M = \vec{F} \cdot d \implies M = \vec{F} \cdot b$

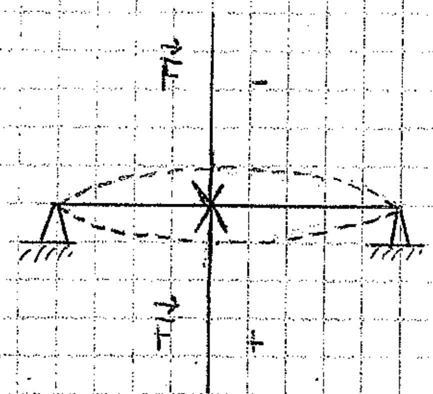
M = momento
$\vec{F}$ = forza
d = distanza
b = braccio

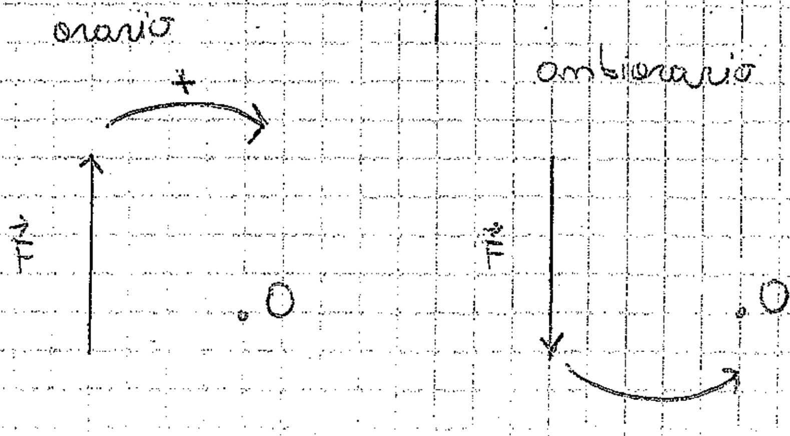


$\vec{F} = 5N$
$b = 3m$

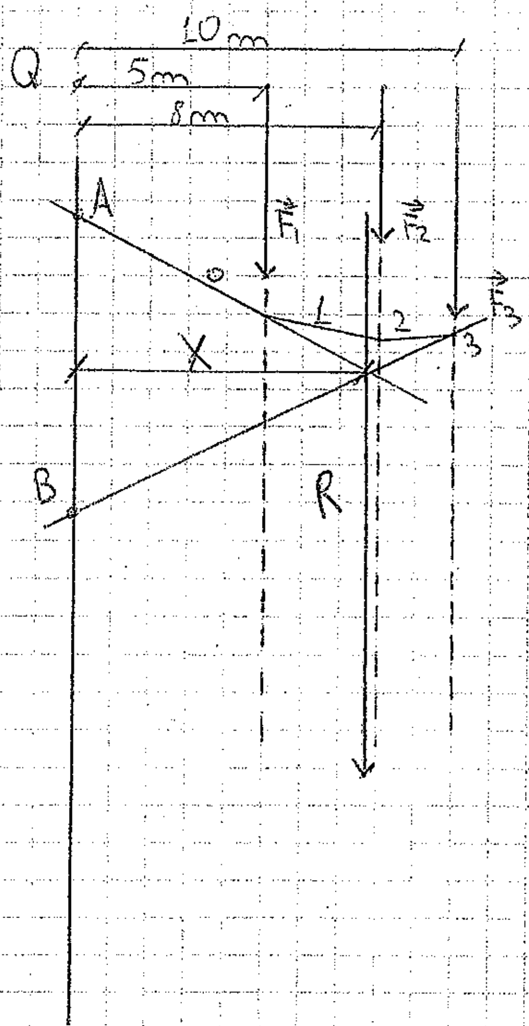
$M_{(P)} = \vec{F}_1 \cdot b$
$M = 5N \cdot 3m = 15 N \cdot m$

Quando una forza produce un momento, produce una rotazione oraria





U : 1 N



$F_1 = 10\ N$

$F_2 = 8\ N$

$F_3 = 12\ N$

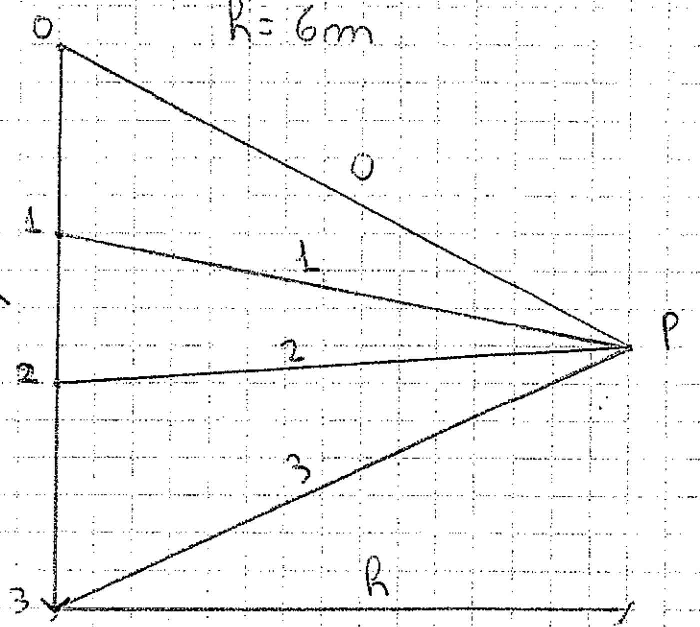
$Q\text{-}F_1 = 5\ m$

$Q\text{-}F_2 = 8\ m$

$Q\text{-}F_3 = 10\ m$

$\overline{AB} = 10\ N$

$h = 6\ m$



$$\vec{F}_1 \cdot Q\vec{F}_1 + \vec{F}_2 \cdot Q\vec{F}_2 + \vec{F}_3 \cdot Q\vec{F}_3 =$$

$$M_1 + M_2 + M_3 = R \cdot Q(X)$$

$$(10 \cdot 5) + (8 \cdot 8) + (12 \cdot 10) = 30 \cdot X$$

$$50 + 64 + 120 = 30 \cdot X$$

$$X = \frac{50+64+120}{30} = 7{,}8\ m$$

$$AB = \frac{\vec{R} \cdot X}{h} \quad ; \quad X = \frac{Ab \cdot R}{R}$$

$$X = \frac{10N \cdot 6m}{30N} = 2\ m$$

X = distanza della risultante rispetto al punto Q.

h = distanza del policomo

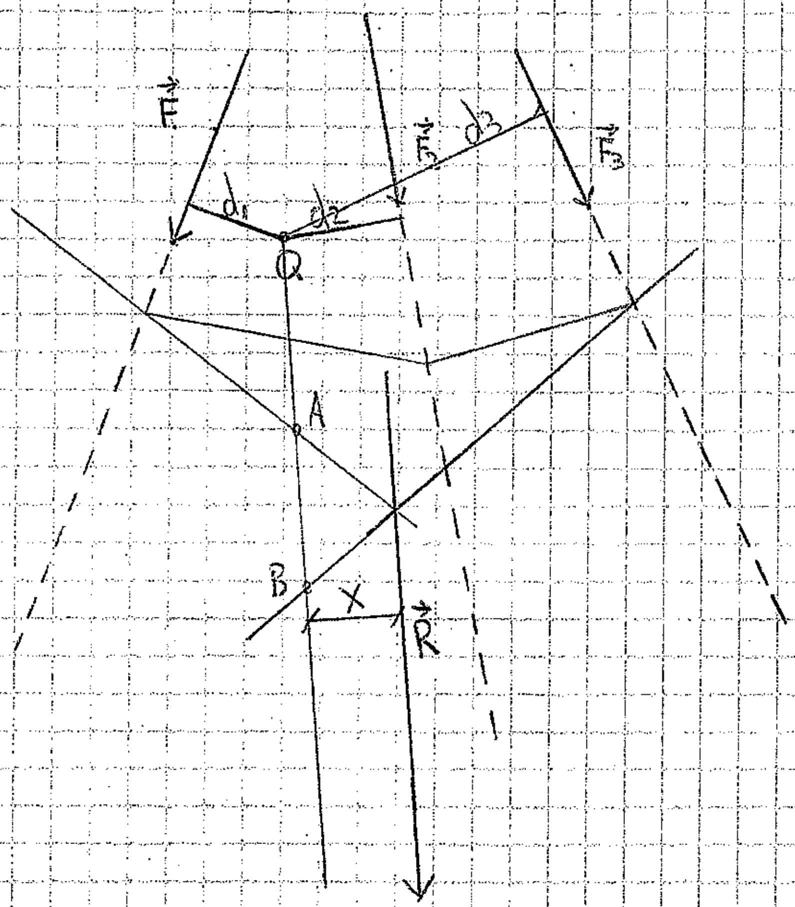
$\overline{AB}$ = deve essere valutato secondo l'unità di misura delle forze

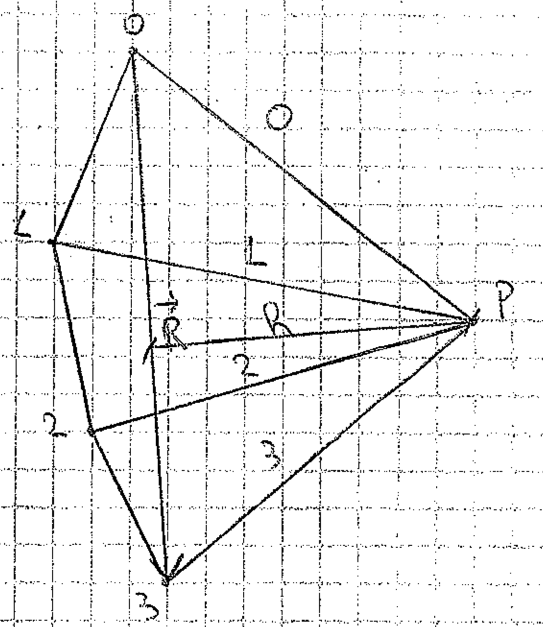
(22)

$F_1 = 5N$

$F_2 = 7N$

$F_3 = 4N$





AB = 18 N

h = 4 m

$d_1 = 3\,m$

$d_2 = 3{,}4\,m$

$d_3 = 10\,m$

$$AB = \frac{R \cdot X}{h} \qquad X = \frac{AB \cdot h}{R}$$

$$X = \frac{18N \cdot 4m}{19{,}5\,N} = 3{,}96\,m$$

$$(F_1 \cdot d_1) + (F_2 \cdot d_2) + (F_3 \cdot d_3) = R \cdot X$$

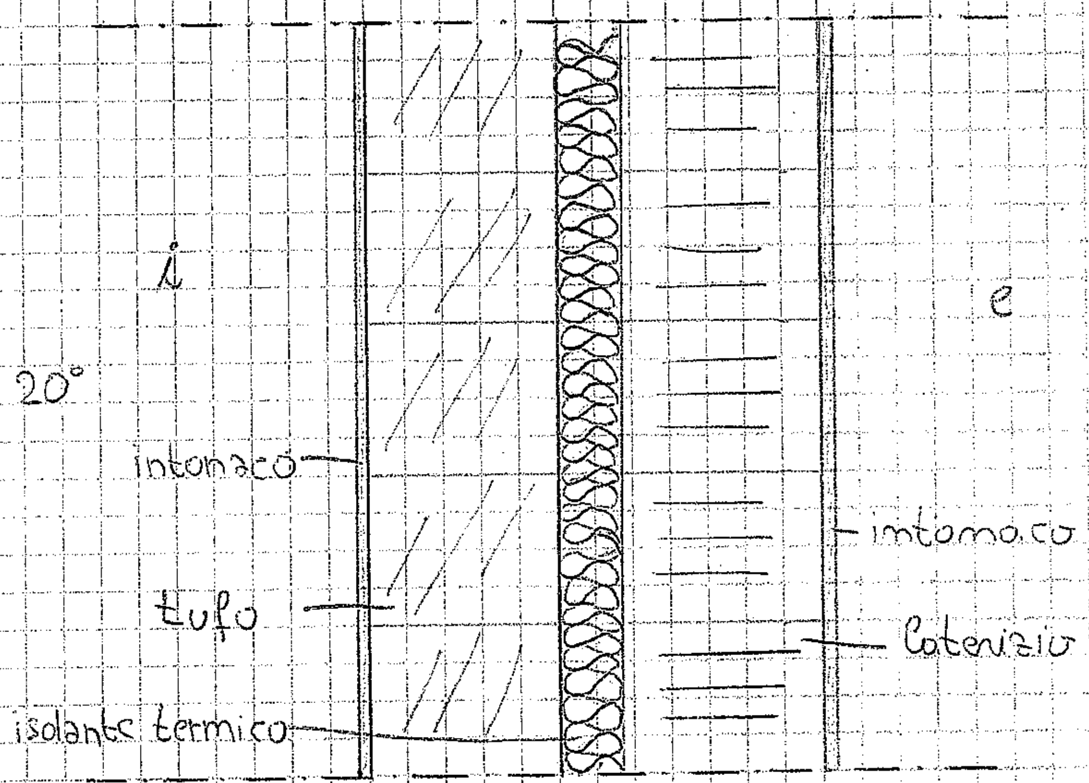
$$5N \cdot 3m + 7N \cdot 3{,}4m + 4N \cdot 10m = 19{,}5N \cdot 3{,}69\,m$$

$$15N \cdot m + 23{,}8\,N \cdot m + 40\,N \cdot M = 71{,}95\,m$$

$$78{,}8\,N \cdot m = 71{,}95\,m$$

I valori sono diversi perché sta qualche errore nelle misure prese graficamente.

TRASMITTANZA CALORE MURATURE



U = Trasmittanza

i = interno

e = esterno

α_i e α_e = non variano

$$U = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \underbrace{\frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \frac{s_3}{\lambda_3} + \frac{s_4}{\lambda_4} + \frac{s_5}{\lambda_5}}_{\text{calcolare su tabelle perché lo spessore varia.}} + \frac{1}{\alpha_e}} \quad [W/m^2 \cdot K]$$

non varia

non varia

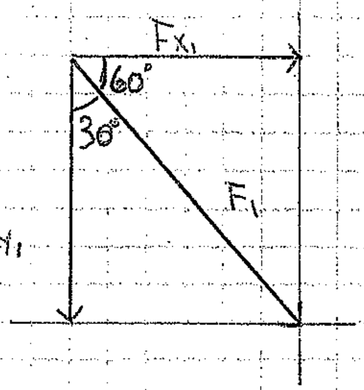
α_i = interno

α_e = esterno

s = spessore

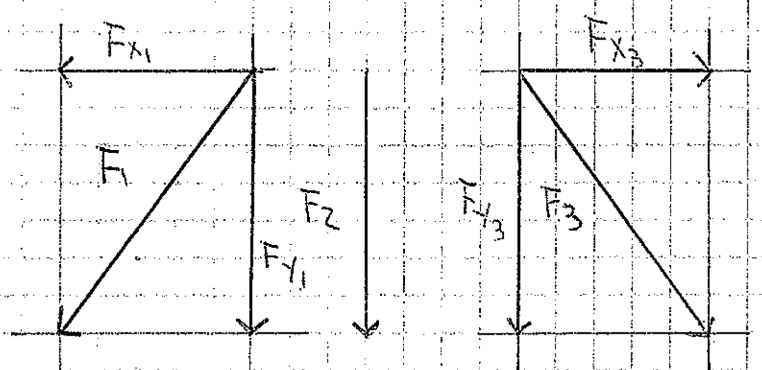
λ = Conduttività

Scomposizione delle forze



$F_{x_1} = F_1 \cdot \cos 60°$

$F_{y_1} = F_1 \cdot \text{sin}\, 30°$



$F_1 = 10 N$

$F_2 = 8,66 N$

$F_3 = 12 N$

$F_{x_1} = 10 N \cdot \cos 60 = \cancel{8,66}\ 5 N$

$F_{y_1} = 10 N \cdot \cos 30° = 8,66 N$

$F_{x_3} = 12 N \cdot \cos 46° = 8,33 N$

$F_{y_3} = 12 N \cdot \cos 44° = 8,66 N$

$F_x = -5 N + 8,33 N = 3,33 N$

$F_y = 8,66 N + 8,66 N + 8,66 N = 25,98 N$

$R = \sqrt{(3,33)^2 + (25,98)^2} = \sqrt{11,08 + 674,96} = \sqrt{686,04} = 26,20 N$

PROGETTO ALTERNANZA DEL 31/10/2013

· La normativa italiana sul bilancio energetico degli edifici

· Legge 9 gennaio 1991 n. 10

· DPR 26 agosto 1993 n. 412

· Significato del certificato energetico (APE del 4/06/2013)

· Zone climatiche

A ttestazione
P restazione
E nergetico

Altamura appartiene alla zona climatica D

Il punto più alto è di 467 m. dal livello del mare.

I gradi giorno sono 1858

Il riscaldamento è consentito dal 1° Novembre fino al 15 Aprile per 12 ore al giorno.

I Gradi Giorno (G-G) sono un'unità di misura che indica il fabbisogno termico per il riscaldamento delle abitazioni in una determinata località

Giorno	T interno	T esterno	ΔT
1	20°	5°	15
2	20°	7°	13
3	20°	4°	16
4	20°	10°	10
5	20°	15°	5
... 20	20°	12°	8
... 26	20°	20°	0
26 27	20°	22°	//

Il calore è la quantità di energia che c'è in un corpo
La temperatura è l'intensità di energia termica posseduta da un corpo

Esistono tre modalità di trasferimento del calore:

1) Conduzione
2) Convenzione
3) Irraggiamento

TERMOIGROMETRO ⇒ misura l'umidità e la temperatura di una parete.

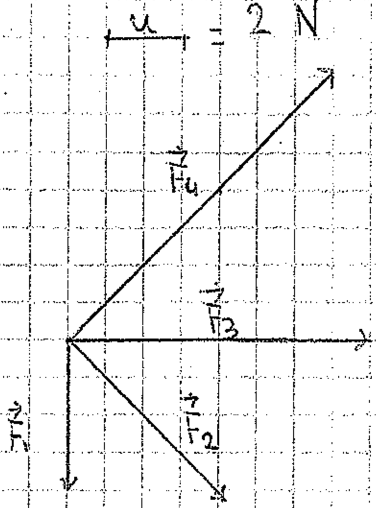
Conduzione: La conduzione è originata dall'attività molecolare e atomica; infatti può essere vista come un trasferimento di energia dalla particella di materia più energetica a quella minore. Avviene in un mezzo solido, liquido o aeriforme.

Convenzione: La convenzione riguarda i fluidi, e si verifica soprattutto per la differenza tra le densità dei fluidi stessi al variare della temperatura.

Irraggiamento: L'irraggiamento è un meccanismo di trasmissione dell'energia diverso dagli altri e due, perchè avviene anche in assenza di materia. Per irraggiamento si intende il trasferimento di energia tra due corpi a mezzo di onde elettromagnetiche.

Primo esercizio del compito

$\vec{F}_1 = 4N$
$\vec{F}_2 = 6N$
$\vec{F}_3 = 8N$
$\vec{F}_4 = 10N$

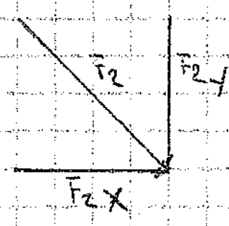


$$\vec{F}_{orizzontali} = F_3 + F_{2X} + F_{4X} =$$

$$= 8N + 6N \cdot \sin 45° + 10N \cdot \sin 45° =$$

$$= 8N + 4{,}24N + 7{,}07N =$$

$$= 19{,}31\ N$$



$$\vec{F}_{verticali} = F_1 + F_{2Y} + F_{4Y} =$$

$$= 4N + 6N \cdot \cos 45° + 10N \cdot \cos 45° =$$

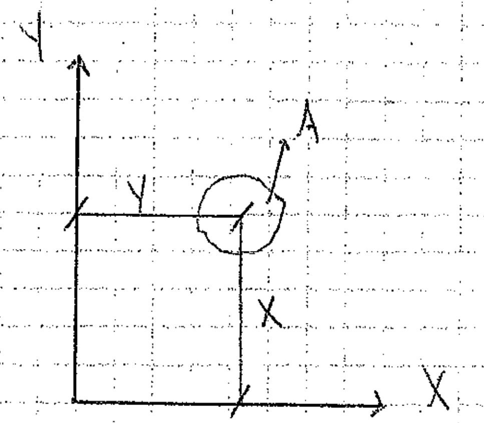
$$= 4N + 4{,}24N - 7{,}07N =$$

$$= 1{,}17\ N$$

$$\vec{R} = \sqrt{19{,}31^2 + 1{,}17^2} = \sqrt{372{,}87 + 1{,}36} = \sqrt{374{,}23} = 19{,}3\ N$$

IL MOMENTO STATICO (S)

S = momento statico



$S = A \cdot d$

$S_X = A \cdot d_Y$

$S_Y = A \cdot d_X$

A = area

d = distanza

S è una grandezza scalare di dimensioni area per distanza [cm^3]

$S_X = \sum A \cdot Y$

$S_Y = \sum A \cdot X$

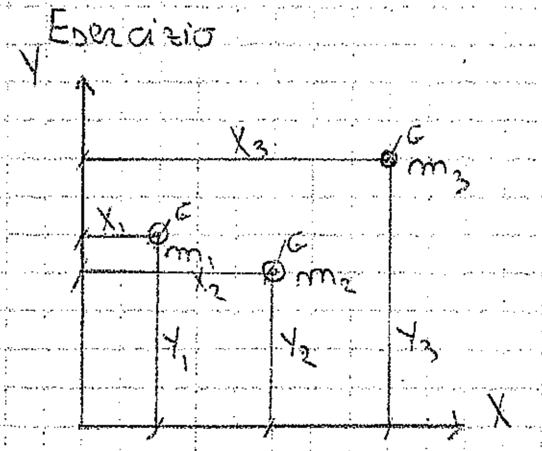
$\sum$ = sommatoria

G = baricentro

$S = \underset{m^2}{A} \cdot \underset{m}{d} = m^3$

Il momento statico è una grandezza scalare che serve a calcolare il baricentro.

Esercizio



$m_1 = 10 Kg$

$m_2 = 15 Kg$

$m_3 = 30 Kg$

$X_G = ?$

$Y_G = ?$

$X_1 = 4 m \quad Y_1 = 10 m$

$X_2 = 6 m \quad Y_2 = 8 m$

$X_3 = 10 m \quad Y_3 = 11 m$

$G = \frac{\sum S}{\sum A}$

$S_X = (m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3) =$

$= 10 \cdot 10 + 15 \cdot 8 + 30 \cdot 11 =$

$= 100 + 120 + 330 =$

$= 550 \ Kg \cdot m$

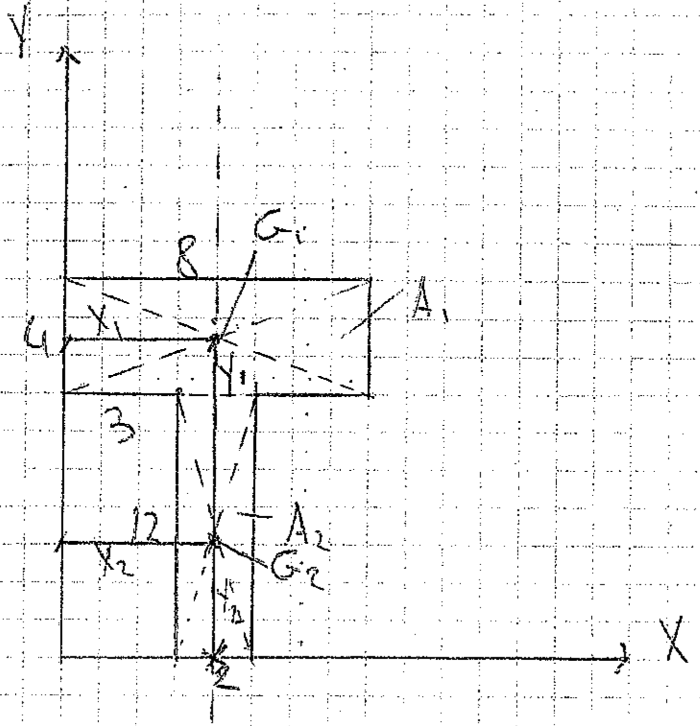
$X_G = \frac{550 \ Kg \cdot m}{55 \ Kg} = 10 \ m$

$S_Y = (m_1 \cdot X_1 + m_2 \cdot X_2 + m_3 \cdot X_3) =$

$= 10 \cdot 4 + 15 \cdot 6 + 30 \cdot 10 =$

$= 40 + 90 + 300 = 430 \ Kg \cdot m$

$Y_G = \frac{430 \ Kg \cdot m}{55 \ Kg} = 7,81 \ m$



$S = A \cdot d$

$S_x = A \cdot d_y$

$S_y = A \cdot d_x$

$Y_1 = 6\ cm \qquad X_1 = 4\ cm$

$Y_2 = 14\ cm \qquad X_2 = 4\ cm$

$A = \underbrace{(8 \cdot 4)}_{A_1} + \underbrace{(12 \cdot 2)}_{A_2} =$

$= 32\ cm^2 + 24\ cm^2 = 56\ cm^2$

$S_X = A_1 \cdot Y_1 + A_2 \cdot Y_2 = 32\ cm^2 \cdot 14\ cm + 24\ cm^2 \cdot \cancel{14}\,6\ cm$

$= \cancel{192}\,448\ cm^3 + \cancel{336}\,144\ cm^3$

$= \cancel{528}\ cm^3$
$592\ cm^3$

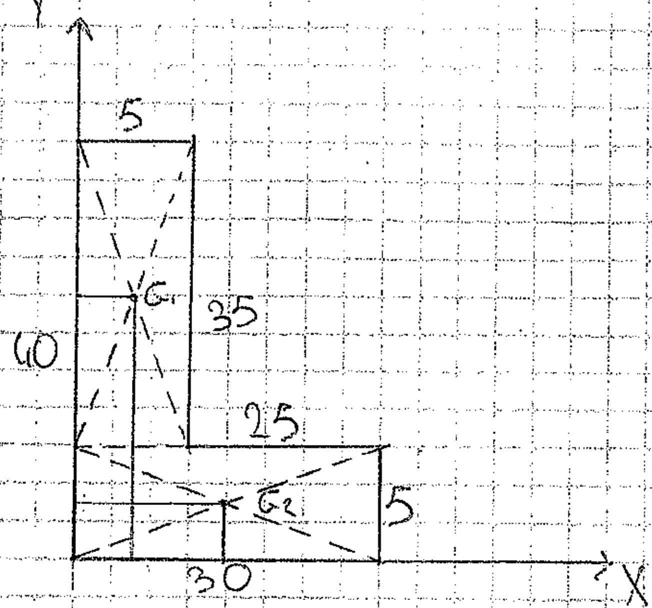
$Y_G = \dfrac{\Sigma S_x}{\Sigma A} = \dfrac{592\ cm^3}{56\ cm^2} = 10{,}57$

$S_y = A_1 \cdot X_1 + A_2 \cdot X_2 = 32\ cm^2 \cdot 4\ cm + 24\ cm^2 \cdot 4\ cm$

$= 128\ cm^3 + 96\ cm^3 =$

$= 224\ cm^3$

$X_G = \dfrac{224}{56} = 4\ cm \qquad G\,(4\,;\,10{,}57)$



$S_x = ?$

$S_y = ?$

$G = ?$

$X_1 = 2{,}5 \quad Y_1 = 22{,}5$

$X_2 = 15 \quad Y_2 = 2{,}5$

$A_1 = 35\ cm \cdot 5\ cm = 175\ cm^2$

$A_2 = 30\ cm \cdot 5\ cm = 150\ cm^2$

$A = 175\ cm^2 + 150\ cm^2 = 325\ cm^2$

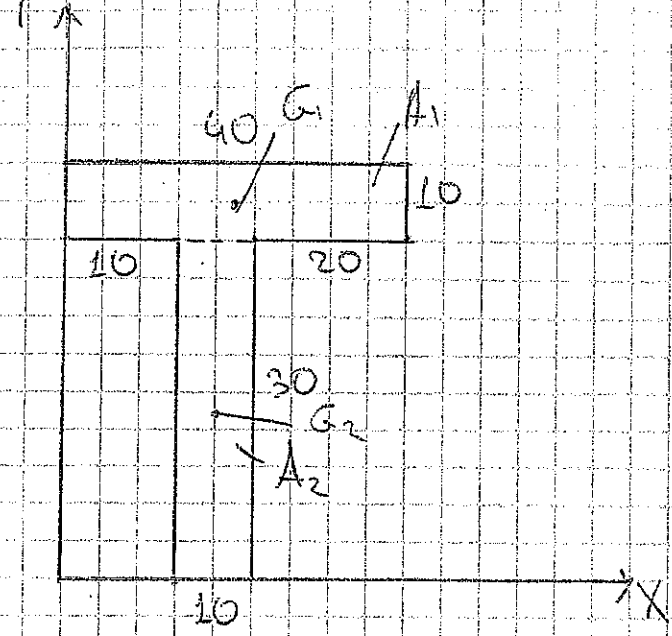
$$S_x = A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 = 175\ cm^2 \cdot 22{,}5\ cm + 150\ cm^2 \cdot 2{,}5 =$$
$$= 3937{,}5 + 375 =$$
$$= 4312{,}5\ cm^3$$

$$X_G = \frac{\sum S_x}{\sum A} = \frac{4312{,}5\ cm^3}{325\ cm^2} = 13{,}26\ cm$$

$$S_y = A_1 \cdot X_1 + A_2 \cdot X_2 = 175\ cm^2 \cdot 2{,}5\ cm + 150\ cm^2 \cdot 15\ cm$$
$$= 437{,}5\ cm^3 + 2250\ cm^3$$
$$= 2687{,}5\ cm^3$$

$$Y_G = \frac{\sum S_y}{\sum A} = \frac{2687{,}5\ cm^3}{325\ cm^2} = 8{,}26\ cm$$

$$G\ (13{,}26\ ;\ 8{,}26)$$



$X_1 = 20 \quad Y_1 = 35$

$X_2 = 15 \quad Y_2 = 15$

$A_1 = 40\,cm \cdot 10\,cm = 400\,cm^2$

$A_2 = 30\,cm \cdot 10\,cm = 300\,cm^2$

$A = 400\,cm^2 + 300\,cm^2 = 700\,cm^2$

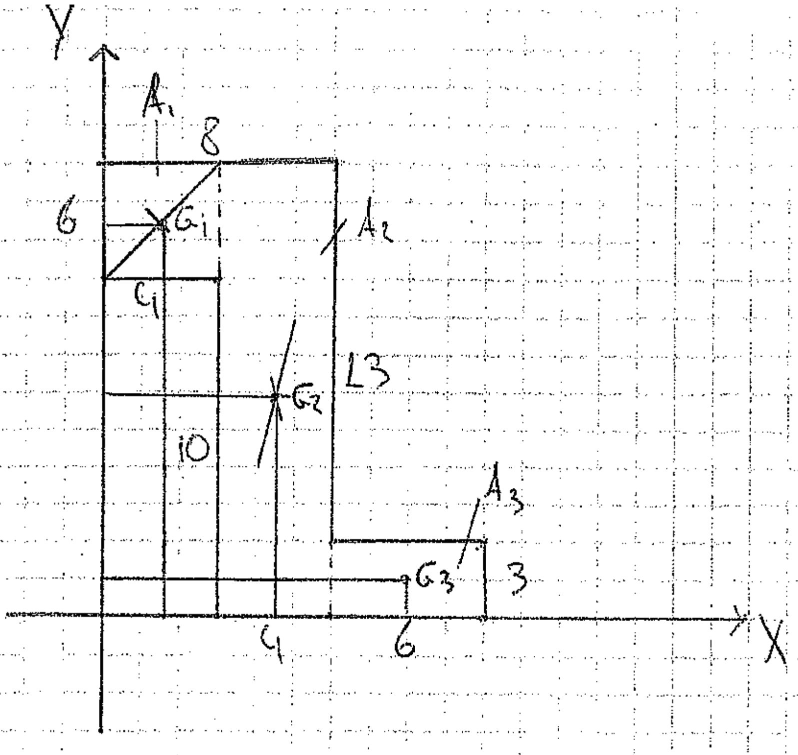
$$S_X = A_1 \cdot Y_1 + A_2 \cdot Y_2 = 400\,cm^2 \cdot 35\,cm + 30\,cm^2 \cdot 15\,cm$$
$$= 14000\,cm^3 + 4500\,cm^2$$
$$= 18.500\,cm^3$$

$$Y_G = \frac{18.500\,cm^3}{700\,cm^2} = 26{,}42\,cm$$

$$S_Y = A_1 \cdot X_1 + A_2 \cdot X_2 = 400\,cm^2 \cdot 20\,cm + 300\,cm^2 \cdot 15\,cm =$$
$$= 8000\,cm^3 + 4500\,cm^3$$
$$= 12500\,cm^3$$

$$X_G = \frac{12.500\,cm^3}{700\,cm} = 17{,}85\,cm$$

$G\,(17{,}85\,;\,26{,}42)$



A (cm²)	VALORI (cm²)	X (cm)	Sx (cm³)	Y (cm)	Sy (cm³)
A_1	24	2	312	13	48
A_2	64	6	512	8	384
A_3	18	~~10~~ 11	27	1,5	~~220~~ 198

$X_1 = 2 \quad Y_1 = 13$

$X_2 = 6 \quad Y_2 = 8$

$X_3 = 11 \quad Y_3 = 1,5$

$A_1 = \cancel{8 \cdot 6} \; 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^2$

$A_2 = 16 \cdot 4 = 64 \text{ cm}^3$

$A_3 = 6 \cdot 3 = 18 \text{ cm}^3$

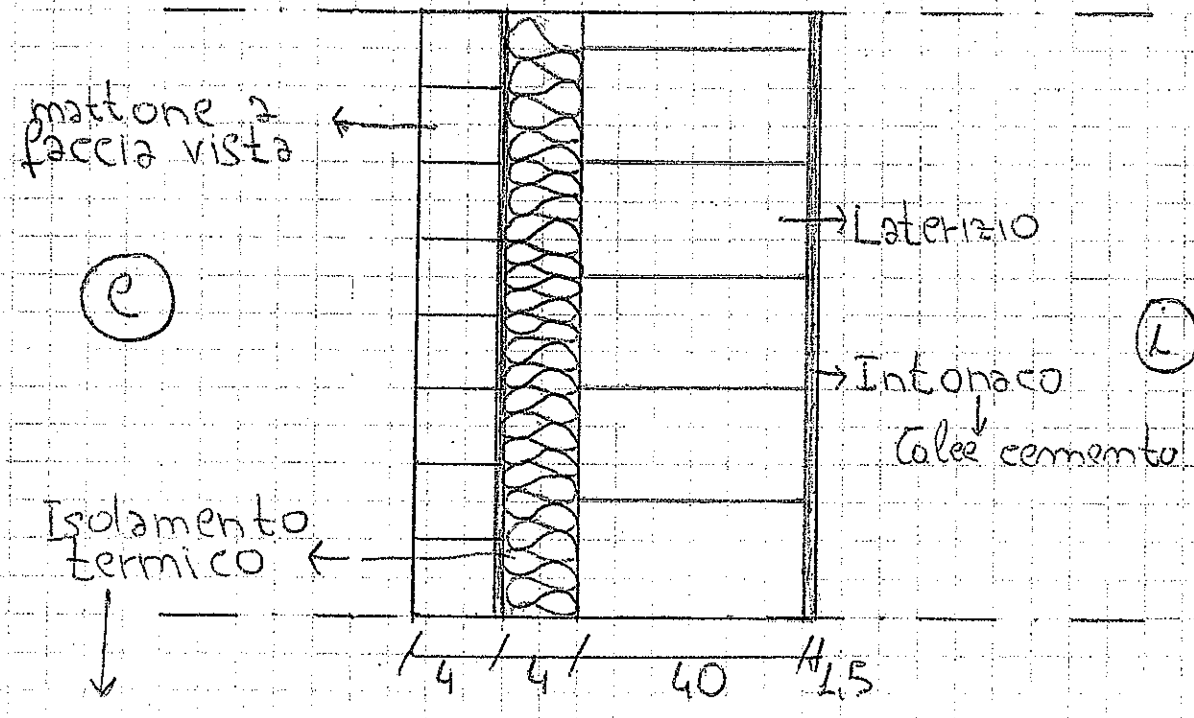
$S_X = 24 \cdot 13 + 64 \cdot 8 + 18 \cdot 1,5 = 312 \text{ cm}^3 + 512 \text{ cm}^3 + 27 \text{ cm}^3$
$= 851 \text{ cm}^3$

$S_Y \; 24 \cdot 2 + 64 \cdot 6 + 18 \cdot 11 = 48 \text{ cm}^3 + 384 \text{ cm}^3 + 198 \text{ cm}^3$
$= 630 \text{ cm}^3$

$\cancel{X}_G = \frac{851}{106} = 8,02 \text{ cm}$

$\cancel{X}_G = \frac{630}{106} = 5,94 \text{ cm}$

PROGETTO



Celemit → elemento costituito da lama di legno, abete, mineralizzata e legata con elemento Portland ad alta resistenza

U= trasmittanza

$$U = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{S_1}{\lambda_1} + \frac{S_2}{\lambda_2} + \frac{S_3}{\lambda_3} \cdots + \frac{1}{\alpha_e}}$$

$$U = \frac{1}{\frac{1}{7} + \frac{0{,}015}{0{,}7} + \frac{0{,}40}{0{,}25} + \frac{0{,}04}{0{,}04} + \frac{0{,}04}{0{,}7} + \frac{1}{20}} = 0{,}349\ [W/m^2K]$$

0,349 < 0,340 quindi non è OK

superficie altezza lunghezza

$S = (3{,}10 \cdot 8{,}70)\,m = 26{,}97\,m^2$

$$Q = U \cdot S \cdot \Delta T = \underset{W/m^2K}{0{,}349} \cdot \underset{m^2}{26{,}97} \cdot \underset{K}{23} = 216{,}49\ W$$

Q: quantità di calore

ΔT: differenza di temperatura

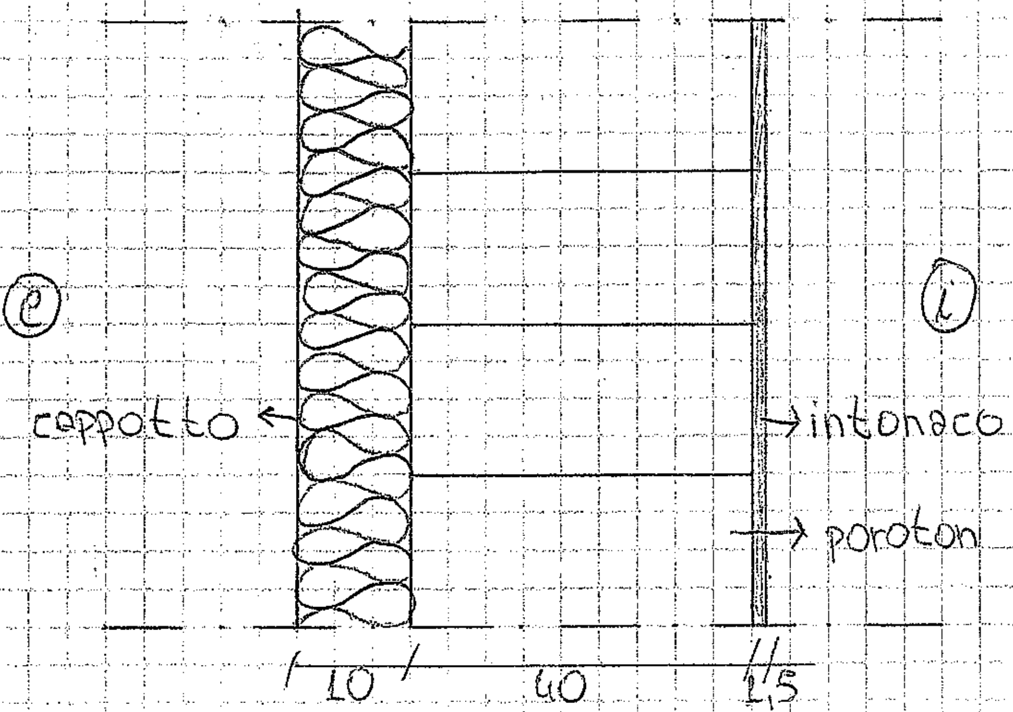
216,49 W: è la quantità di calore che passa dall'interno all'esterno in un'ora

$$\frac{W \cdot m^2 \cdot K}{m^2 \cdot K} = W$$

i = 20
e = -3

$\Delta T = 20 - (-3) = 23$

Cantiere Via Bari



$$U = \frac{1}{\frac{1}{7} + \frac{0{,}015}{0{,}7} + \frac{0{,}40}{0{,}25} + \frac{0{,}10}{0{,}04} + \frac{1}{20}} = 0{,}232 \left[W / m^2 K \right]$$

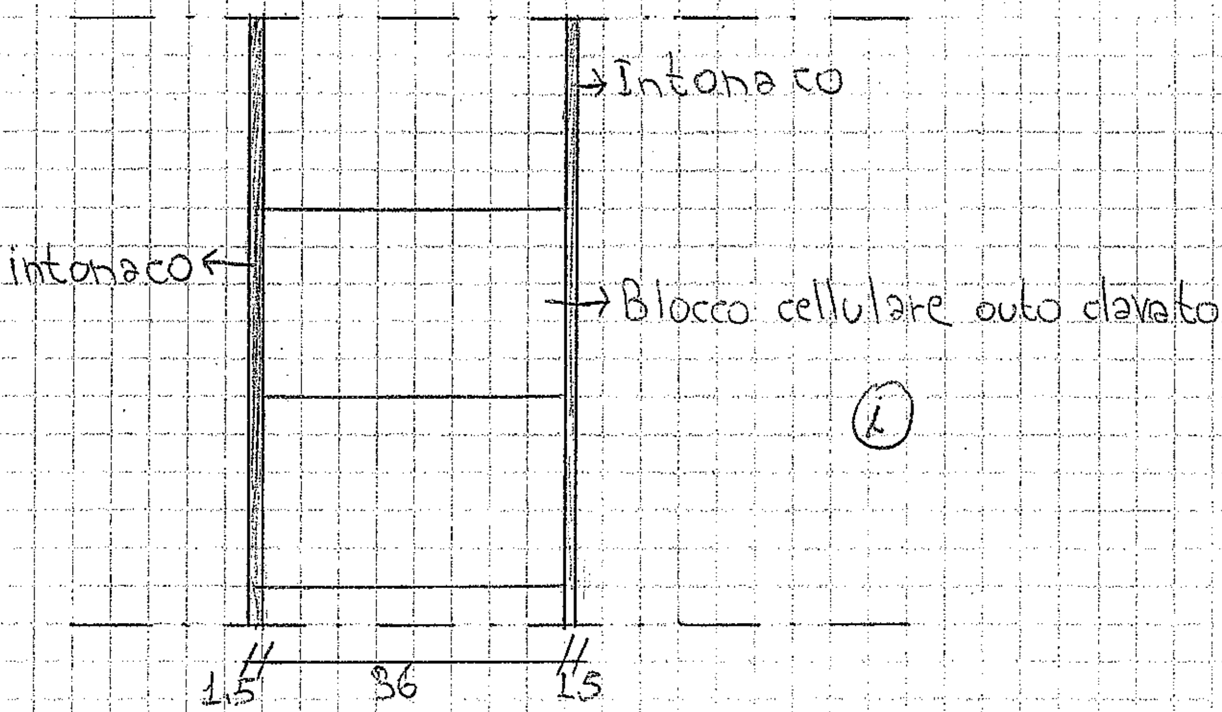
$$0{,}232 < 0{,}340 \quad \text{quindi OK}$$

$$Q = 0{,}232 \frac{W}{\cancel{m^2} \cdot \cancel{K}} \cdot 26{,}97\, \cancel{m^2} \cdot 23\, \cancel{K} = 143{,}91\ W$$

143,91 W è la quantità di calore che passa dall'interno all'esterno in 1 h. In un giorno la quantità di calore che passa dall'interno all'esterno è:

$$143{,}91\,W \cdot 24h = 3453{,}84\ W \cdot h$$

Camerette via Confalonieri

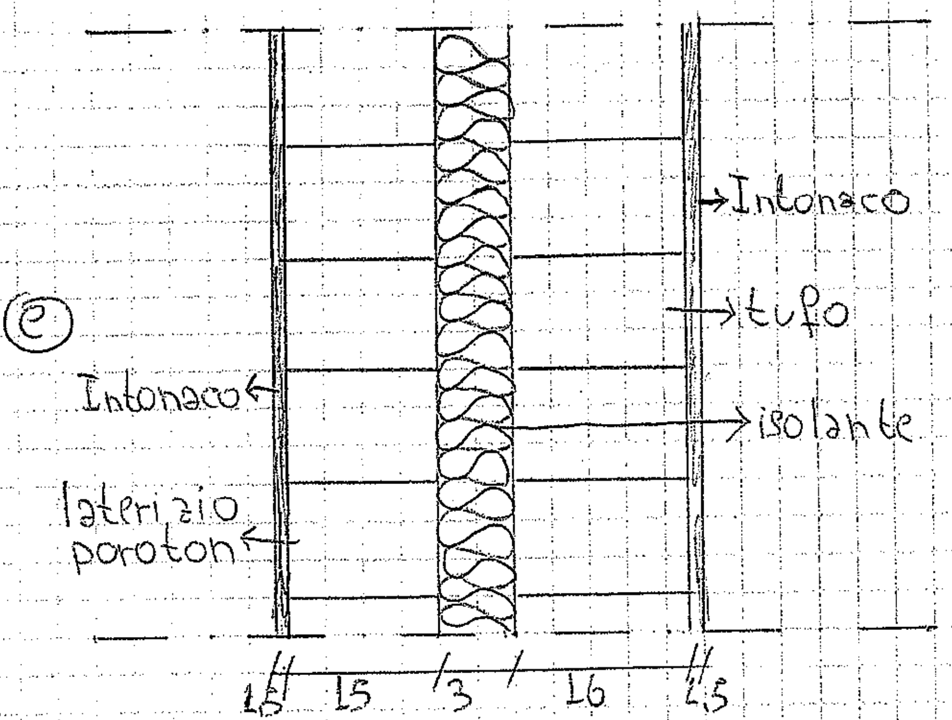


$$U = \frac{1}{\frac{1}{7} + \frac{0{,}015}{0{,}7} + \frac{0{,}36}{0{,}11} + \frac{0{,}015}{1} + \frac{1}{20}} = 0{,}286 \, [W/m^2 K]$$

$0{,}286 < 0{,}340$ quindi OK

$Q = 0{,}286 \cdot 26{,}97 \cdot 23 = 177{,}40 \ W$ per 1 h

Fabricati fino al 2004-2005



$$U = \frac{1}{\frac{1}{7} + \frac{0{,}015}{0{,}7} + \frac{0{,}16}{0{,}60} + \frac{0{,}03}{0{,}035} + \frac{0{,}15}{0{,}25} + \frac{0{,}015}{1} + \frac{1}{20}} = 0{,}513 \; [W/m^2K]$$

$0{,}513 > 0{,}340$ quindi non è OK

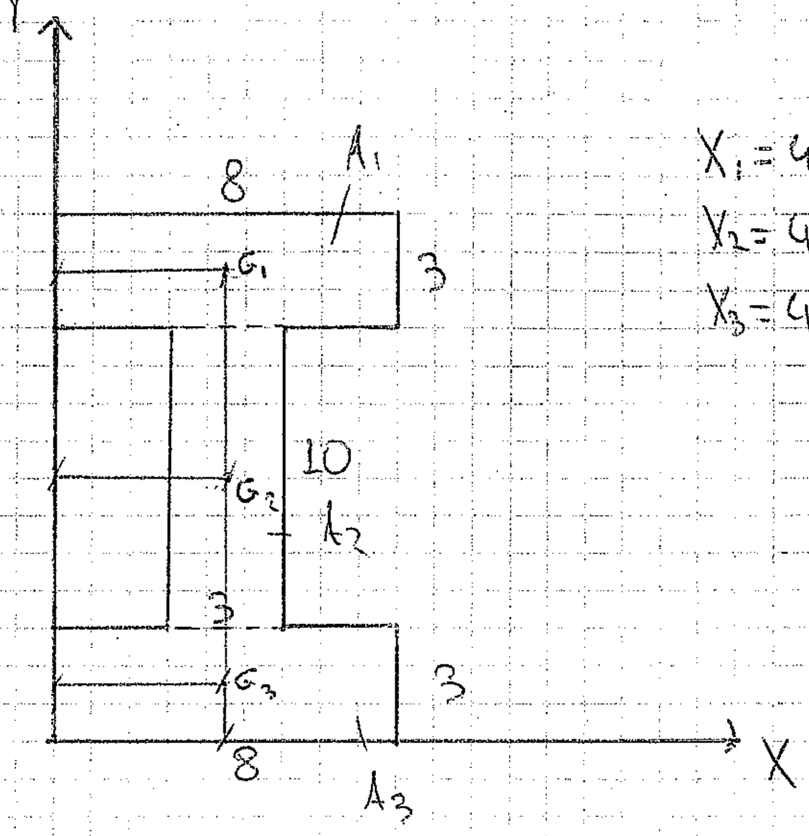
superficie $S = (3{,}10 \cdot 8{,}70)\,m = 26{,}97\,m^2$

$Q = U \cdot S \cdot \Delta T$

ΔT = temperatura interna − temperatura esterna

$$20 - (-3) = 23°C$$

$$Q = 0{,}513 \frac{W}{m^2 \cdot K} \cdot 26{,}97\,m^2 \cdot 23\,K = 318{,}22\,W \text{ per } 1h$$



$X_1 = 4 \quad Y_1 = 14{,}5$

$X_2 = 4 \quad Y_2 = 8$

$X_3 = 4 \quad Y_3 = 1{,}5$

$A_1 = 8\,cm \cdot 3\,cm = 24\,cm^2$

$A_2 = 10\,cm \cdot 3\,cm = 30\,cm^2$

$A_3 = 8\,cm \cdot 3\,cm = 24\,cm^2$

$A = 24\,cm^2 + 30\,cm^2 + 24\,cm^2 = 78\,cm^2$

$S_x = 24\,cm^2 \cdot 14{,}5\,cm + 30\,cm^2 \cdot 8\,cm + 24\,cm^2 \cdot 1{,}5\,cm =$

$= 348\,cm^3 + 240\,cm^3 + 36\,cm^3 =$

$= 624\,cm^3$

$S_y = 24\,cm^2 \cdot 4\,cm + 30\,cm^2 \cdot 4\,cm + 24\,cm^2 \cdot 4\,cm =$

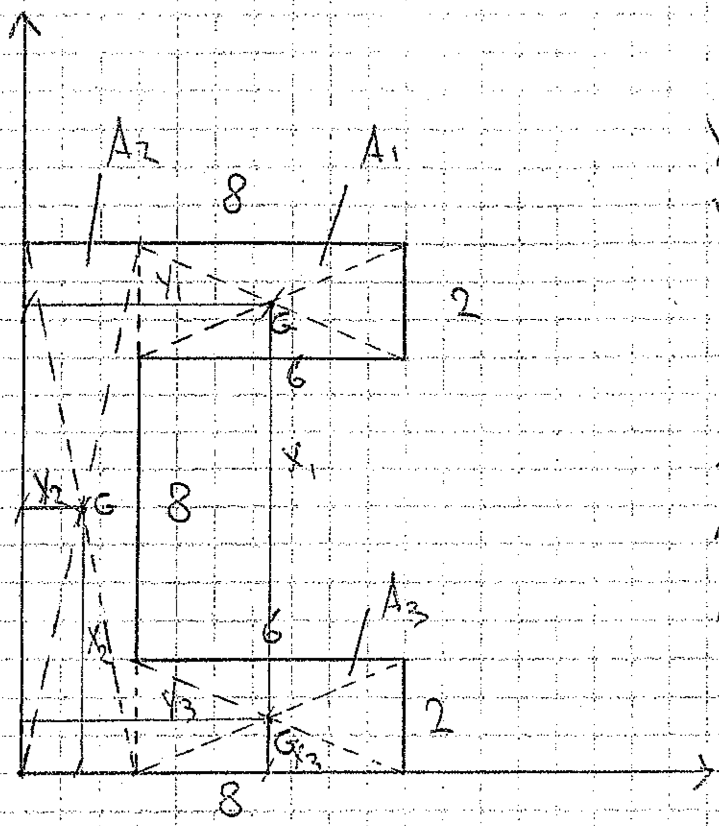
$= 96\,cm^3 + 120\,cm^3 + 96\,cm^3 =$

$= 312\,cm^3$

$$X_G = \frac{\sum S_y}{\sum A} = \frac{312\,cm^3}{78\,cm^2} = 4\,cm$$

$$Y_G = \frac{\sum S_x}{\sum A} = \frac{624\,cm^3}{78\,cm^2} = 8\,cm$$

38



$X_1 = 11 \quad Y_1 = 6$

$X_2 = 6 \quad Y_2 = 1$

$X_3 = 1 \quad Y_3 = 6$

$A_1 = 6cm \cdot 2cm = 12\ cm^2$

$A_2 = 12\ cm \cdot 2cm = 24\ cm^2$

$A_3 = 6\ cm \cdot 2cm = 12\ cm^2$

$A = 12\ cm^2 + 24\ cm^2 + 12\ cm^2 =$

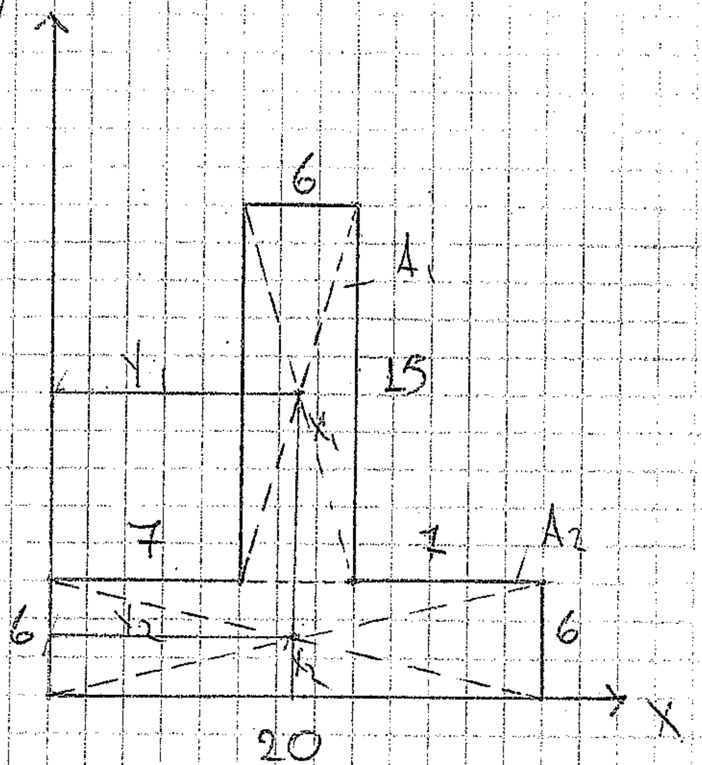
$= 48\ cm^2$

~~$A_1 = 6cm$~~

A	VALORI (cm^2)	X (cm)	Sx (cm^3)	Y (cm)	Sy (cm^3)
A_1	12	11	72	6	132
A_2	24	6	24	1	144
A_3	12	1	72	6	12

$$X_G = \frac{\sum S_y}{\sum A} = \frac{288\ cm^3}{48\ cm^2} = 6\ cm$$

$$Y_G = \frac{\sum S_x}{\sum A} = \frac{168}{48} = 3{,}5\ cm$$



A	VALOR (cm^2)	X (cm)	Sx (cm^3)	Y (cm)	Sy (cm^3)
A_1	90	10	1215	13,5	900
A_2	120	10	360	3	1200

$A_1 = 15\,cm \cdot 6\,cm = 90\,cm^2$

$A_2 = 20\,cm \cdot 6\,cm = 120\,cm^2$

$A = 120\,cm^2 + 90\,cm^2 = 210\,cm^2$

$$X_G = \frac{\sum S_y}{\sum A} = \frac{2100\,cm^3}{210\,cm^2} = 10\,cm$$

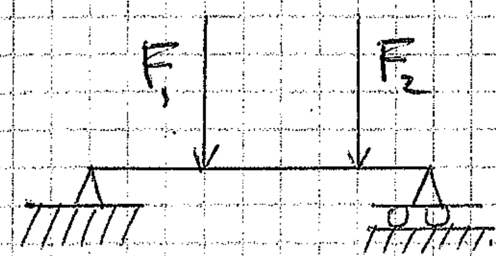
$$Y_G = \frac{\sum S_x}{\sum A} = \frac{1575\,cm^3}{210\,cm^2} = 7{,}5\,cm$$

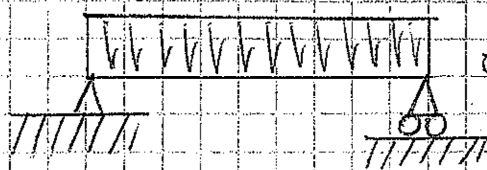
TIPOLOGIE DI CARICHI :

CARICHI

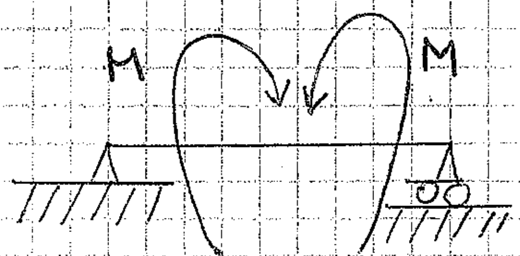
1. Puntuali o Concentrati
2. Uniformemente distribuito
3. Momento applicato

carico puntuale



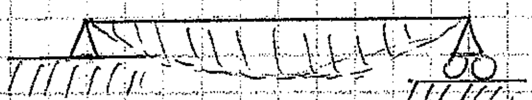


carico distribuito

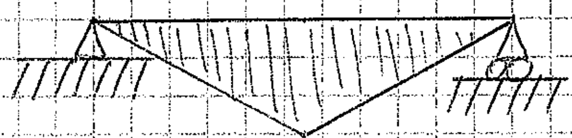


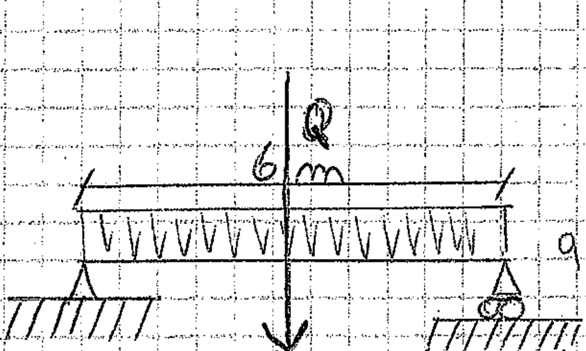
Momento applicato

carico distribuito



carico concentrato





q = carichi distribuiti

$q = 200\,N$

$$Q = q \cdot l = 200N \cdot 6m = 1200\ N \cdot ml$$

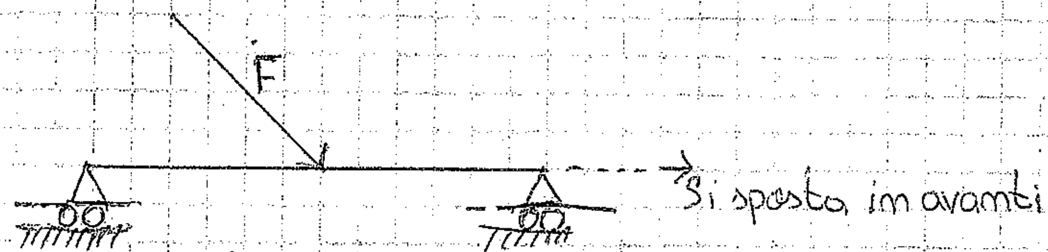
ml → metro lineare

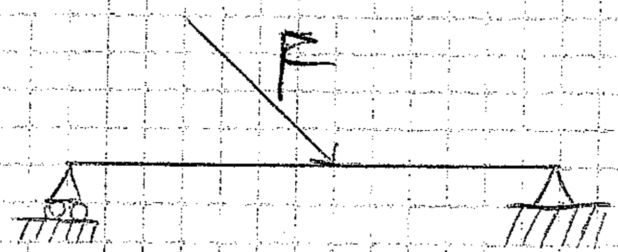
Tipologie di carichi

Esistono tre tipi di strutture:

1. STRUTTURE LABILI
2. STRUTTURE ISOSTATICHE
3. STRUTTURE IPERSTATICHE

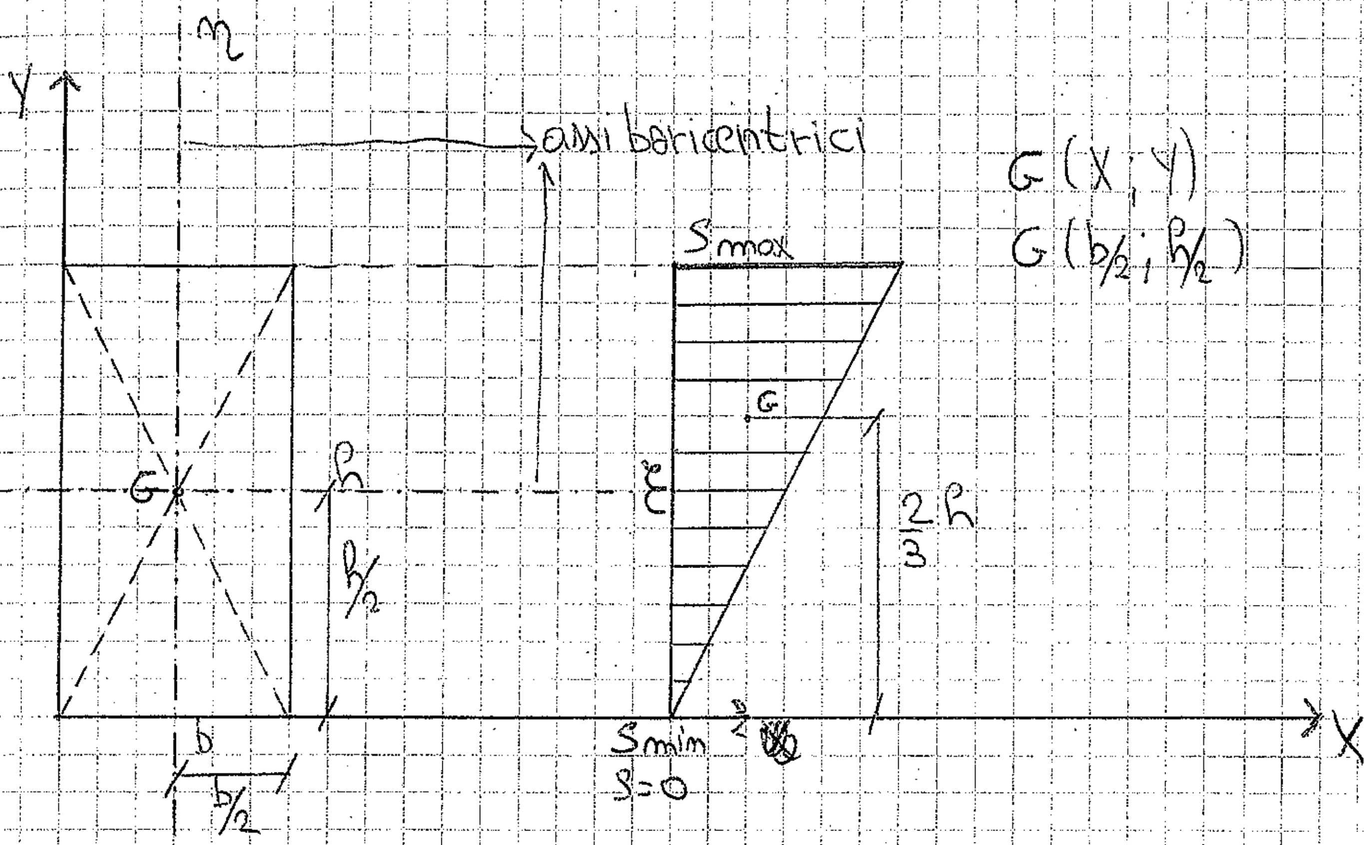
Una struttura si dice labile quando si muove.





Isostatica, perché sta in equilibrio

MOMENTO D'INERZIA (momento di 2° ordine)



$G(X;Y)$

$G(b/2;h/2)$

I = momento d'inerzia → è una grandezza scalare

$I_{(\xi)} = A \cdot d^2$ (cm^4)

$I_{(\eta)} = A \cdot d^2$ (cm^4)

$I_{(x)} = A \cdot d^2 = S_x \cdot d$

$(A \cdot d) \cdot d$

$S_x \cdot d$

$I_{(x)} = A \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{2}{3}h = \frac{b \cdot h \cdot h \cdot h}{3}$

$I_{(x)} = \frac{b \cdot h \cdot h h}{3} = \frac{b \cdot h^3}{3}$

Teorema di trasposizione o teorema di HUYGENS

$I_{(x)} = I_{(\xi)} + A \cdot d^2$

$I_{(\xi)} = I_x - A \cdot d^2$

$I_{(\xi)} = \frac{b \cdot h^3}{3} - (b \cdot h) \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^2 =$

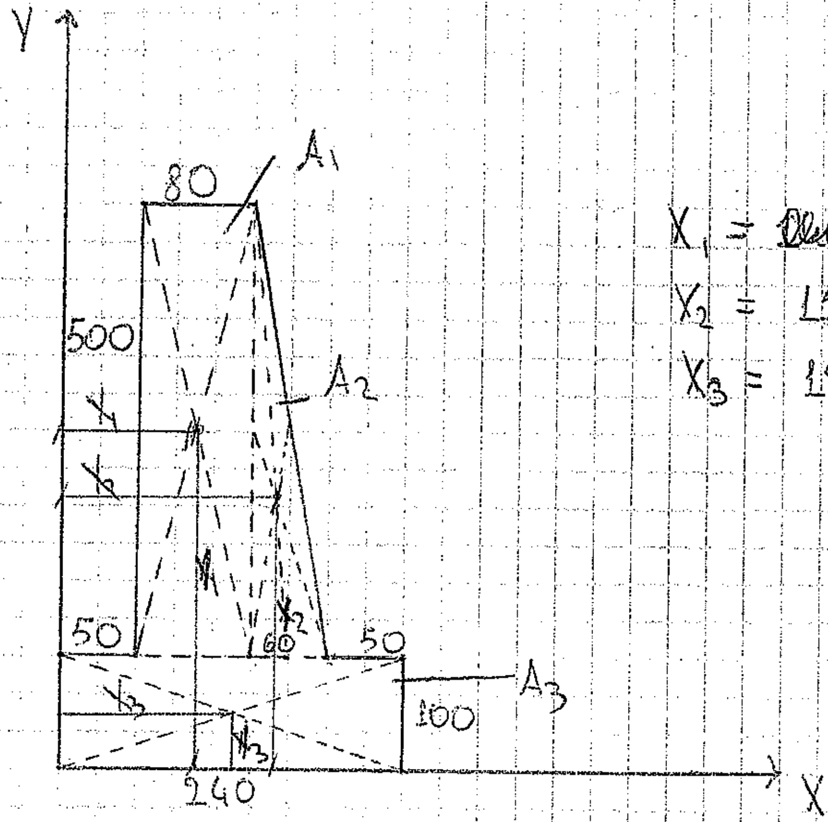
$= \frac{b \cdot h^3}{3} - (b h) \cdot \frac{h^2}{4} =$

$= \frac{b h^3}{3} - \frac{b \cdot h^3}{4} =$

$= \frac{4 b h^3 - 3 b h^3}{12} =$

$= \frac{b \cdot h^3}{12}$

$I_{(\xi)} = \frac{b \cdot h^3}{12}$



$X_1 = 90 \quad Y_1 = 350$

$X_2 = 150 \quad Y_2 = 266{,}66$

$X_3 = 120 \quad Y_3 = 50$

$A_1 = 500\,cm \cdot 80\,cm = 40000\,cm^2$

$A_2 = \dfrac{500\,cm \cdot 60\,cm}{2} = \dfrac{30000}{2} = 15000\,cm^2$

$A_3 = 240\,cm \cdot 100\,cm = 24000\,cm^2$

$Sx = 40000\,cm^2 \cdot 350\,cm + 15000\,cm^2 \cdot 266{,}66\,cm + 24000\,cm^2 \cdot 50\,cm =$

$= 14000000\,cm^3 + 3999900\,cm^3 + 1200000\,cm^3 =$

$= 6599900\,cm^3$

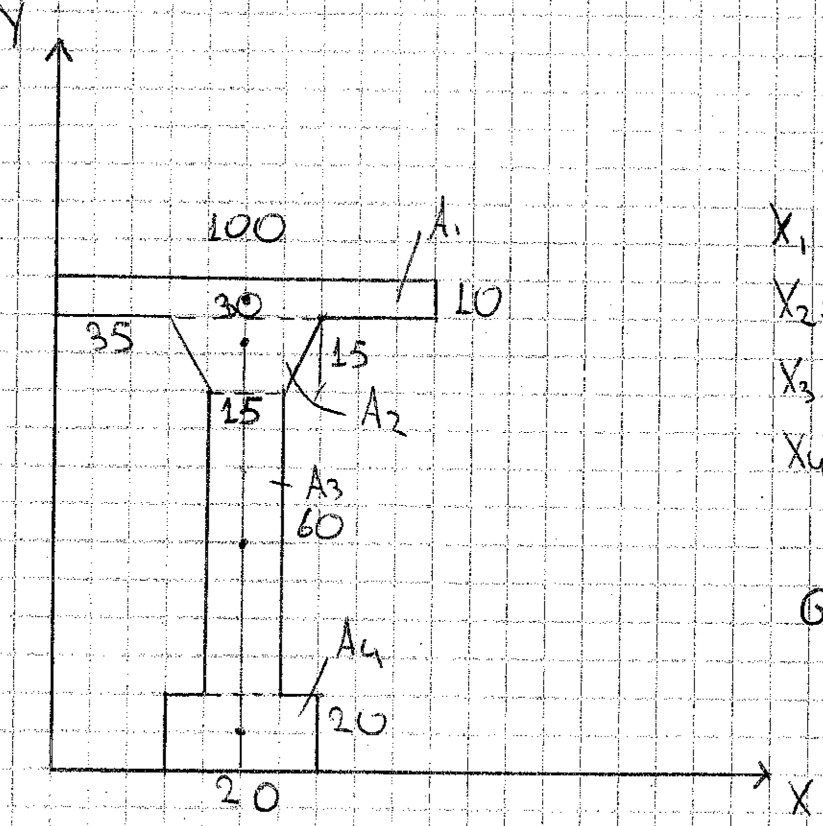
$Sy = 40000\,cm^2 \cdot 90\,cm + 15000\,cm^2 \cdot 150\,cm + 24000\,cm^2 \cdot 120\,cm =$

$= 3600000 + 2250000 + 2880000 =$

$= 8730000\,cm^3$

$G(x) = \dfrac{\sum S_y}{\sum A} = \dfrac{8730000\,cm^3}{79000\,cm^2} = 110{,}50\,cm$

$G(y) = \dfrac{\sum Sx}{\sum A} = \dfrac{6599900\,cm^3}{79000\,cm^2} = 83{,}54\,cm$



$X_1 = 50 \quad Y_1 = 100$

$X_2 = 50 \quad Y_2 = 88,34$

$X_3 = 50 \quad Y_3 = 50$

$X_4 = 50 \quad Y_4 = 10$

$$G_{trap.} = \frac{h}{3} \cdot \frac{2b + B}{b + B}$$

$$A_1 = 100\,cm \cdot 10\,cm = 1000\,cm^2$$

$$A_2 = \frac{(30+15)\cdot 15}{2} = \frac{45 \cdot 15}{2} = 337,5\,cm^2$$

$$A_3 = 60\,cm \cdot 15\,cm = 900\,cm^2$$

$$A_4 = 20\,cm \cdot 20\,cm = 400\,cm^2$$

$$S_X = 1000\,cm^2 \cdot 100\,cm + 337,5\,cm^2 \cdot 88,34\,cm + 900\,cm^2 \cdot 50\,cm + 400\,cm^2 \cdot 10$$

$$= 100000\,cm^3 + 29814,75\,cm^3 + 45000\,cm^3 + 4000\,cm^3 =$$

$$= 178814,75\,cm^3$$

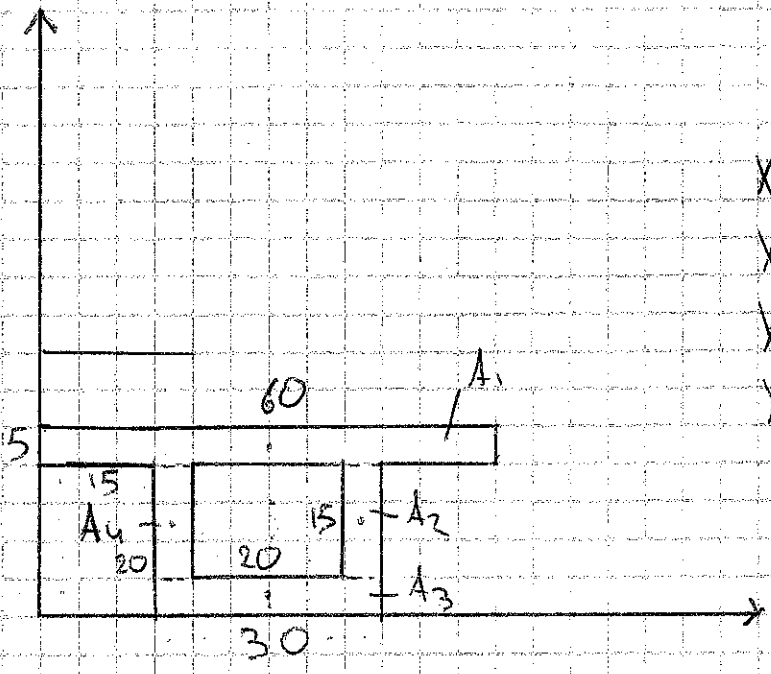
$$S_Y = 1000\,cm^2 \cdot 50\,cm + 337,5\,cm^2 \cdot 50\,cm + 900\,cm^2 \cdot 50\,cm + 400\,cm^2 \cdot 50\,cm$$

$$= 50000 + 16875 + 45000 + 20000 =$$

$$= 131875\,cm^3$$

$$X_{(G)} = \frac{\Sigma S_Y}{\Sigma A} = \frac{131875\,cm^3}{2637,5\,cm^2} = 50\,cm$$

$$Y_{(G)} = \frac{\Sigma S_X}{\Sigma A} = \frac{178814,75\,cm^3}{2637,5\,cm^2} = 67,80\,cm$$



$X_1 = 30 \quad Y_1 = 22{,}5$

$X_2 = 42{,}5 \quad Y_2 = 12{,}5$

$X_3 = 30 \quad Y_3 = 2{,}5$

$X_4 = 17{,}5 \quad Y_4 = 12{,}5$

$A_1 = 60\,cm \cdot 5\,cm = 300\,cm^2$

$A_2 = 15\,cm \cdot 5\,cm = 75\,cm^2$

$A_3 = 30\,cm \cdot 5\,cm = 150\,cm^2$

$A_4 = 15\,cm \cdot 5\,cm = 75\,cm^2$

$S_x = 300\,cm^2 \cdot 22{,}5\,cm + 75\,cm^2 \cdot 12{,}5\,cm + 150\,cm^2 \cdot 2{,}5\,cm + 75\,cm^2 \cdot 12{,}5\,cm =$

$= 6750\,cm^3 + 937{,}5\,cm^3 + 375\,cm^3 + 937{,}5\,cm^3 =$

$= 9000\,cm^3$

$S_y = 300\,cm^2 \cdot 30\,cm + 75\,cm^2 \cdot 42{,}5\,cm + 150\,cm^2 \cdot 30\,cm + 75\,cm^2 \cdot 17{,}5\,cm =$

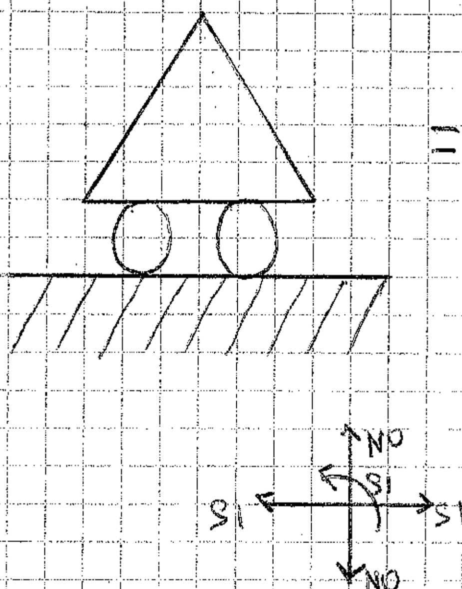
$= 9000\,cm^3 + 3187{,}5\,cm^3 + 4500\,cm^3 + 13125{,}5\,cm^3 =$

$= 18000\,cm^3$

$G(x) = \frac{\Sigma S_y}{\Sigma A} = \frac{1800\,cm^2}{600\,cm^2}\ 30\,cm$

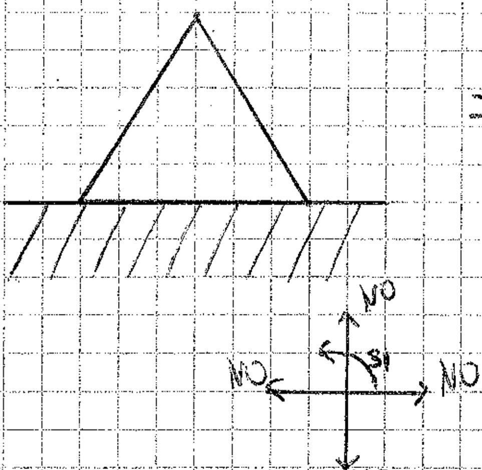
$G(y) = \frac{\Sigma S_x}{\Sigma A} = \frac{9000\,cm^3}{600\,cm^2} = 15\,cm$

I VINCOLI



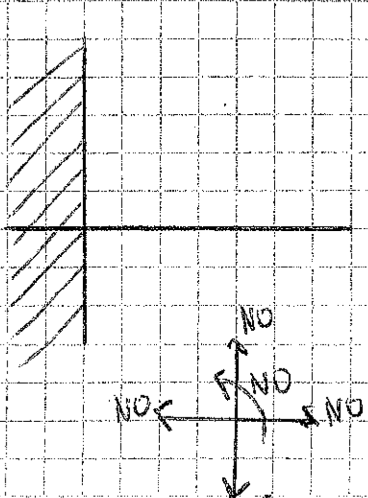
=> CARRELLO

Il carrello impedisce solo un grado di libertà della trave cioè quello perpendicolare a esso



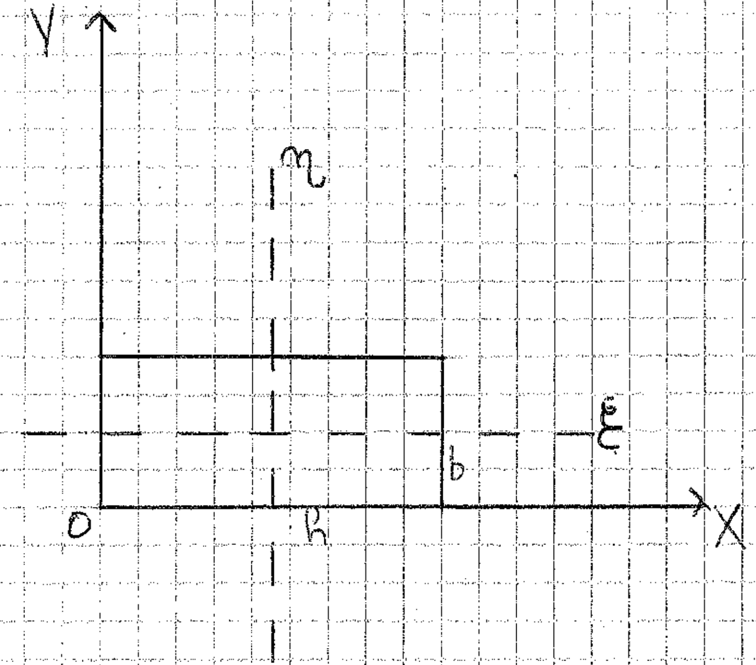
=> CERNIERA

La cerniera impedisce due gradi di ~~aa~~ libertà della trave cioè quello verticale e quello orizzontale.



=> INCASTRO

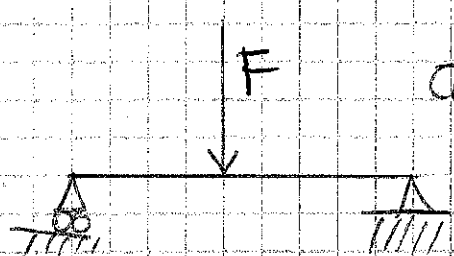
L'incasto impedisce tutti e tre i gradi di libertà della trave.



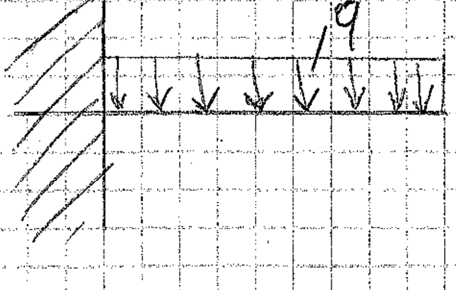
$$\begin{cases} S_x \\ S_y \\ G_x = \dfrac{S_y}{A} \\ G_y = \dfrac{S_x}{A} \end{cases} \qquad \begin{cases} I_x = I_\xi + A \cdot d^2 \\ I_\xi = I_x - A d^2 = \dfrac{b h^3}{3} - b \cdot h \left(\dfrac{b}{2}\right)^2 = \end{cases}$$

$$= \frac{b \cdot h^3}{12}$$

Tipologie di carichi: 1) puntuale
2) uniformemente distribuito
3) momento applicato



Carico puntuale



Carico uniformemente distribuito

Momento applicato

Formula per verificare se una trave e' labile, isostatica o iperstatica

cerniera ↗ impedisce tre gradi di libertà

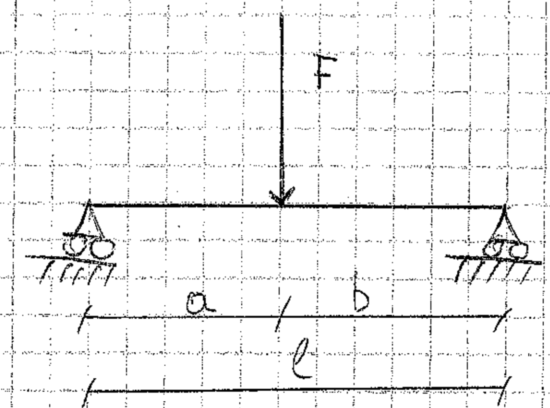
$$1 \cdot a + 2 \cdot c + 3 \cdot i \lesseqgtr 3m \rightarrow \text{numero di travi}$$

appoggio

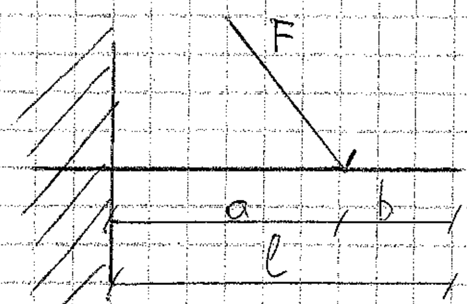
incastro

impedisce un grado di libertà

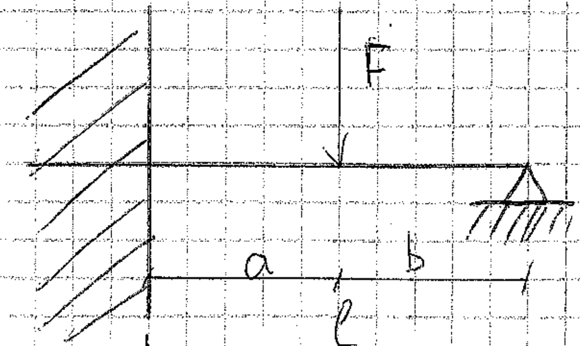
impedise due gradi di libertà



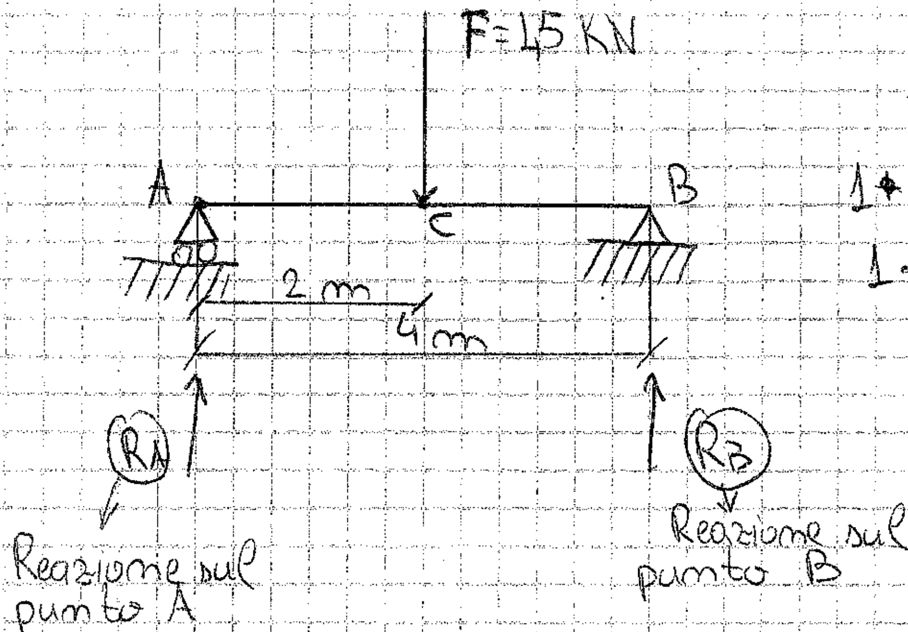
$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 \lesseqgtr 3 \cdot 1$$
$$2 + 0 + 0 \lesseqgtr 3$$
$$2 < 3$$
$$\downarrow$$
labile



$$1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 1 \lesseqgtr 3 \cdot 1$$
$$3 = 3$$
$$\downarrow$$
Isostatica



$$1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 \lesseqgtr 3 \cdot 1$$
$$0 + 2 + 3 \lesseqgtr 3$$
$$5 > 3$$
Iperstatica



$$1\cdot a + 2\cdot c + 3\cdot i \gtreqless 3n$$

$$1\cdot 1 + 2\cdot 1 + 3\cdot 0 \gtreqless 3$$

$$3 = 3$$

Isostatica

Equazioni fondamentali della statica

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M = 0 \end{cases}$$

DATI

$F = 45\,KN$

$l = 4\,m$

$R_A = ?$

$R_B = ?$

$M_{max} = ?$

$\sum F_x = 0$ => superflua perché non ci sono forze orizzontali.

$$\begin{cases} \sum F_y = -45 + R_A + R_B = 0 \\ \sum M_B = -R_A \cdot 4 + 45 \cdot 2 + R_B \cdot 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Sigma F_y = -45 + R_A + R_B \\ R_A = \dfrac{90}{4} = 22{,}5 \text{ KN} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Sigma F_y = -45 + 22{,}5 + R_B = 0 \Rightarrow R_B = 45 - 22{,}5 = \\ \qquad = 22{,}5 \text{ KN} \\ R_A = \dfrac{90}{4} = 22{,}5 \text{ KN} \end{cases}$$

$M_A = 0$

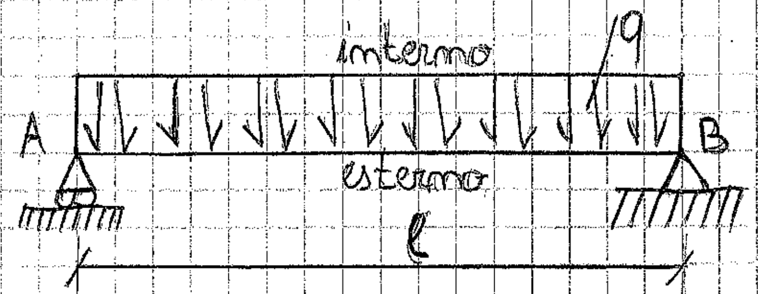
$M_B = 0$

$M_C = -22{,}5 \cdot 2 + 45 \cdot 2 = 0$

$-45 + 90 = 0$

$= 45 \text{ KN} \cdot m$

Costruzione del diagrama



$l = 4\,m$

$q = 5\ KN/m$

$M_A = 0$

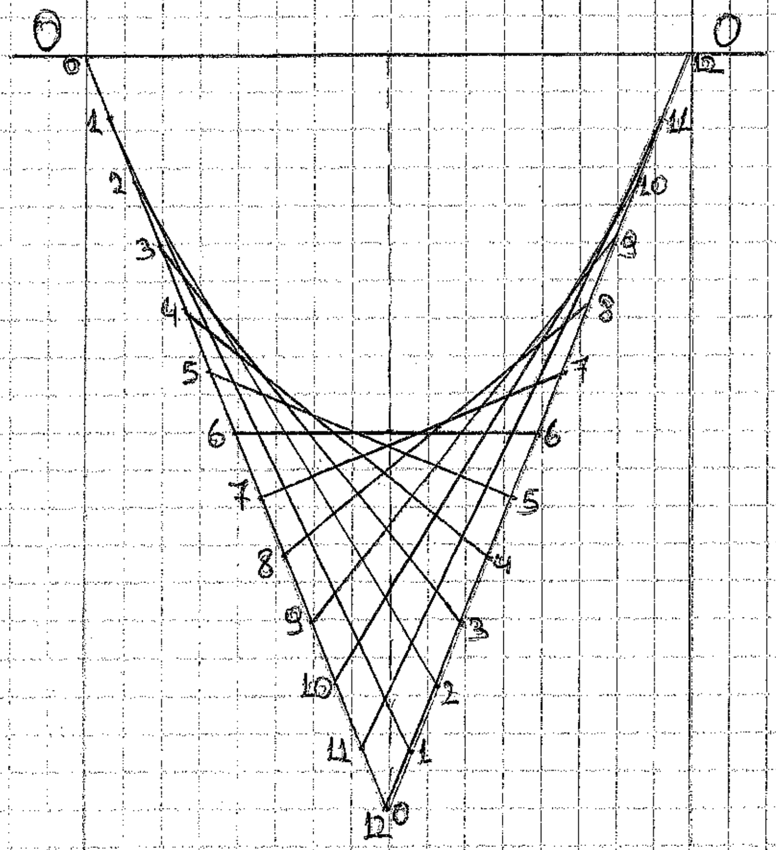
$M_B = 0$

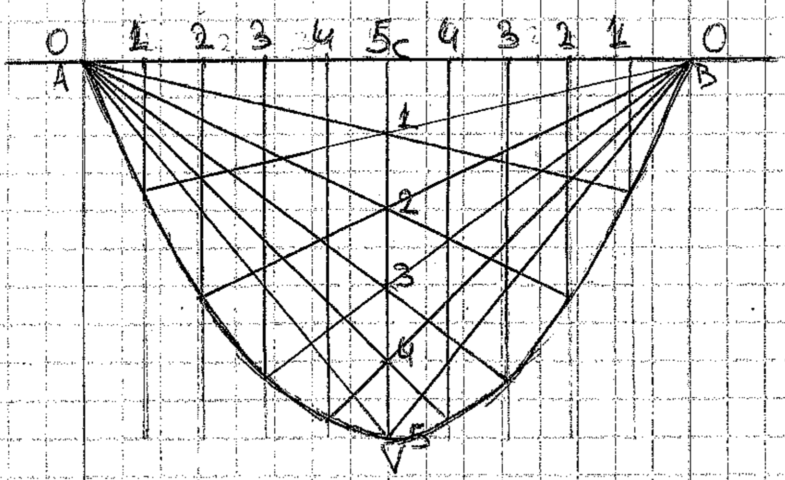
$M_C = \frac{1}{8}\, q \cdot l^2$

$M_C = \frac{1}{8} \cdot 5 \cdot 4^2 = \frac{1}{\cancel{8}_1} \cdot 5 \cdot \cancel{16}^{2} =$

$= \frac{1}{1}\ 10\ KN$

$1cm = 2\ KN$



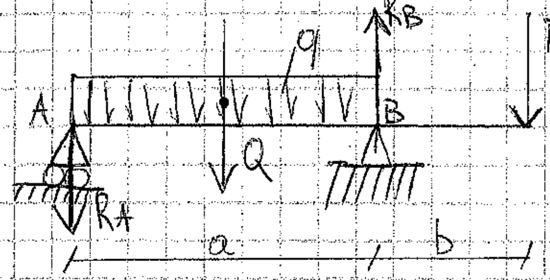


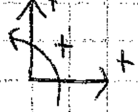
$\overline{AC} = 5$ parti

$\overline{CB} = 5$ parti

$\overline{CV} = 5$ parti

Esercizio





$a = 4m$

$b = 2m$

$F_L = 45\ KN$

$q = 2{,}5\ KN/m$

$Q = q \cdot a \Rightarrow 2{,}5 \cdot 4 = 10\ KN$

$1 \cdot a + 2 \cdot c + 3 \cdot 1 \geqq 3m$

$1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 0 = 3 \cdot 1$

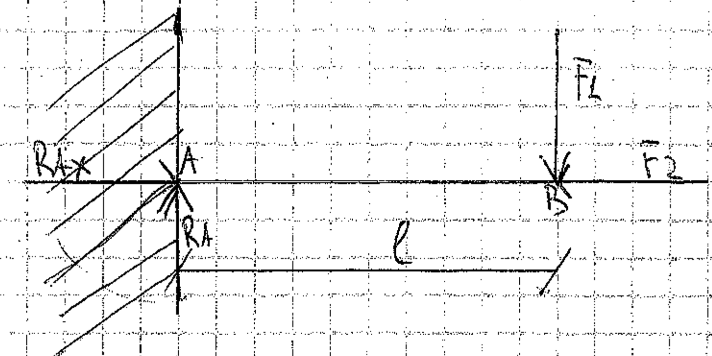
$1 + 2 + 0 = 3$

$3 = 3 \Rightarrow$ TRAVE ISOSTATICA

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{Non ci sono F orizzontali} \\ R_A - Q + R_B - F_L = 0 \\ R_A \cdot 0 - Q \cdot \frac{a}{2} + R_B \cdot a - F_L \cdot (a+b) \end{cases} \begin{cases} X \\ R_A = Q - R_B + F_L \\ R_B = \frac{Q \cdot a/2 + F_L \cdot (a+b)}{a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_A = 10 - R_B + F_L \\ R_B = \frac{10 \cdot 2 + 45 \cdot 6}{4} \end{cases} \begin{cases} R_A = 10 - R_B + F_L \\ R_B = \frac{20 + 270}{4} \end{cases} \begin{cases} R_A = 10 - R_B + F_L \\ R_B = 72{,}5\ KN \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_A = 10 - 72{,}5 + 45 \\ R_B = 72{,}5\ KN \end{cases} \begin{cases} R_A = -17{,}5\ KN \\ R_B = 72{,}5\ KN \end{cases}$$



$\ell = 5\,m$

$F_1 = 10\,KN$

$F_2 = 5\,KN$

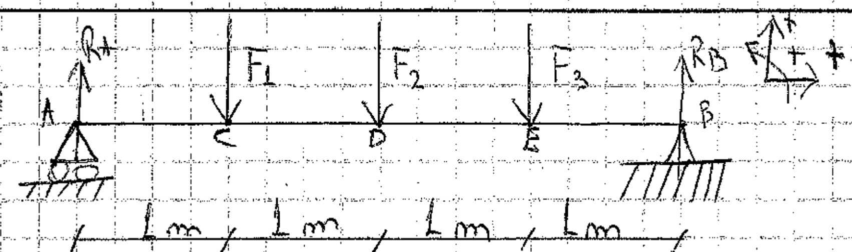
$1 \cdot a + 2 \cdot c + 3 \cdot i \gtreqless 3 \cdot m$

$0 + 0 + 3 = 3$

$3 = 3 \Rightarrow$ TRAVE ISOSTATICA

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} R_{Ax} - F_2 = 0 \\ R_A - F_1 = 0 \\ M_A + \cancel{R_A} \cdot 0 + \cancel{R_{Ax}} \cdot 0 - F_1 \cdot \ell + \cancel{F_2} \cdot 0 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} R_{Ax} = F_2 \\ R_A = F_1 \\ M_A = F_1 \cdot \ell \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_{Ax} = 5\,KN \\ R_A = 10\,KN \\ M_A = 50\,KN \end{cases}$$



$F_1 = 10\,KN$

$F_2 = 10\,KN$

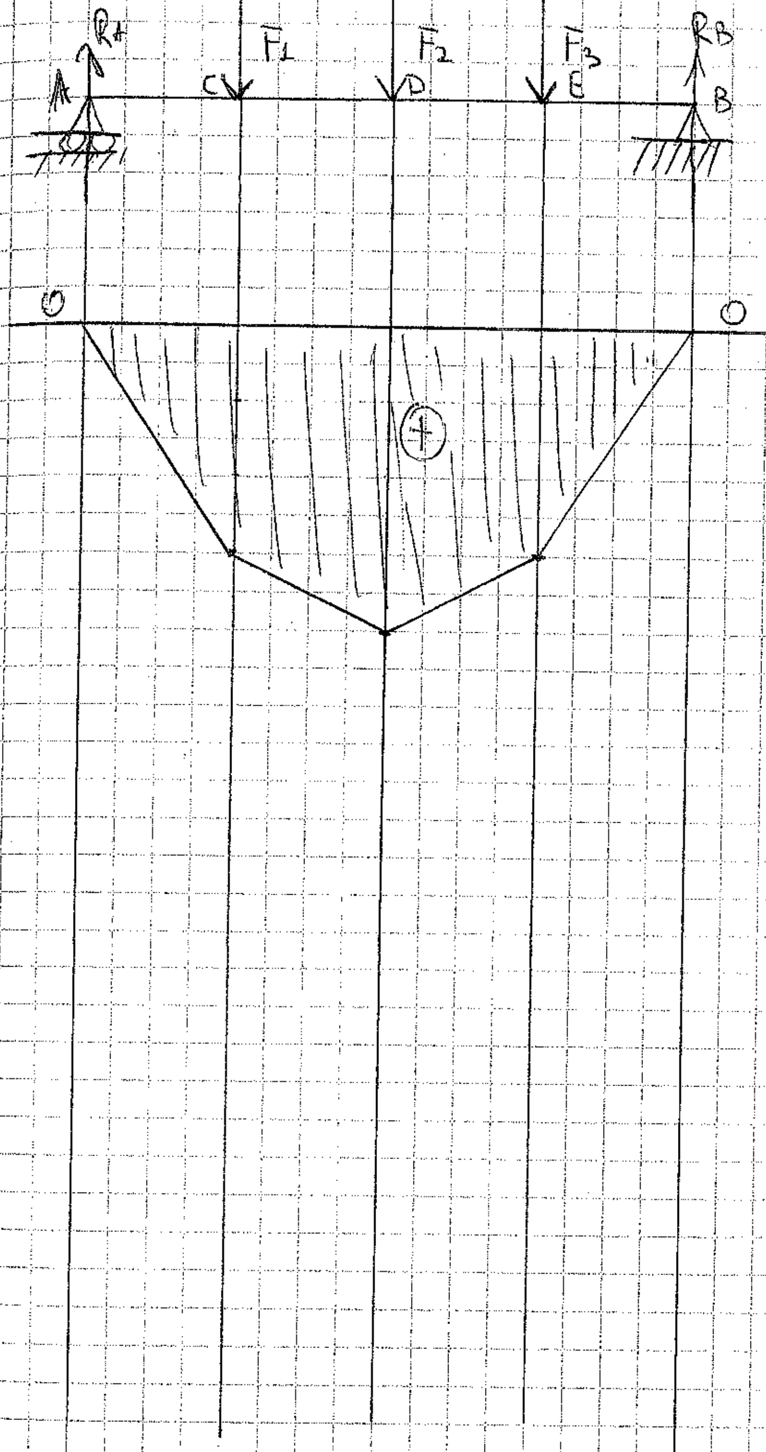
$F_3 = 10\,KN$

$1 \cdot a + 2 \cdot c + 3 \cdot i = 3 \cdot m \Rightarrow 1 + 2 + 0 = 3 \Rightarrow 3 = 3 \Rightarrow$ ISOSTATICA

$$\begin{cases} \sum F_X = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \times \\ R_A - F_1 - F_2 - F_3 + R_B = 0 \\ \cancel{R_A} \cdot 0 - F_1 \cdot 1 - F_2 \cdot 2 - F_3 \cdot 3 + R_B \cdot 4 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \times \\ R_A = F_1 + F_2 + F_3 - R_B \\ R_B = \dfrac{F_1 \cdot 1 + F_2 \cdot 2 + F_3 \cdot 3}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_A = F_2 + F_2 + F_3 - R_B \\ R_B = \dfrac{10 + 20 + 30}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} R_A = F_1 + F_2 + F_3 - R_B \\ R_B = 15\,KN \end{cases} \quad \begin{cases} R_A = 10 + 10 + 10 - 15 \\ R_B = 15\,KN \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_B = 15\,KN \\ R_A = 15\,KN \end{cases}$$



$M(A)_s = 0$

$M(B)_D = 0$

$M(C)_s = -R_A \cdot 1 + F_1 \cdot 0 \Rightarrow -15 \cdot 1 + 0$

$M(C)_s = -15$ KN

$M(D)_s = -R_A \cdot 2 + F_1 \cdot 1 + F_2 \cdot 0 \Rightarrow -15 \cdot 2 + 10 \cdot 1 +$

$M(D)_s = -20$ KN

~~$M(E)_D = R_B \cdot 1 + F_3 \cdot 0 \Rightarrow 15 \cdot 1 + 0$~~

~~$M(E)_D = 15$ KN~~

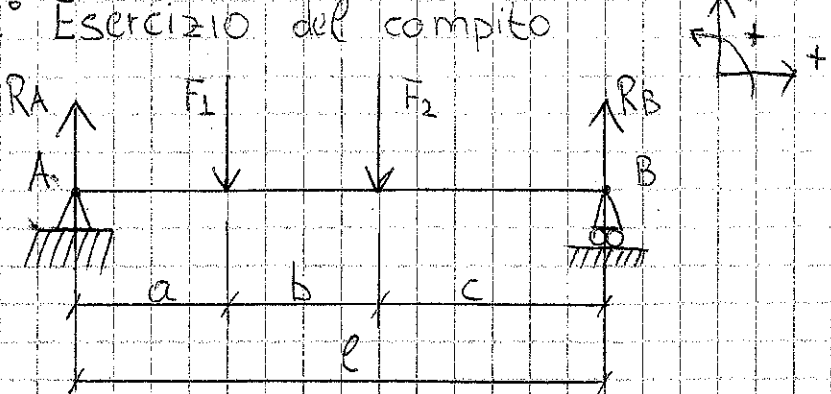
$M(E)_s = -R_A \cdot 3 + F_1 \cdot 2 + F_2 \cdot 1 + F_3 \cdot 0$

$M(E)_s = -45 + 20 + 10$

$M(E)_s = -15$ KN

1 cm = 5 KN

1° Esercizio del compito



$a = 2\,m$

$b = 2\,m$

$c = 3\,m$

$\ell = 7\,m$

$F_1 = 10\,KN$

$F_2 = 15\,KN$

$1 \cdot a + 2 \cdot c + 3 \cdot \iota \gtreqless 3m$

$1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 0 \gtreqless 3 \cdot 1$

$1 + 2 + 0 = 3$

$3 = 3 \Rightarrow$ TRAVE ISOSTATICA

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{Non ci sono Forze} \\ R_A - F_1 - F_2 + R_B = 0 \\ \cancel{R_A \cdot 0} - F_1 \cdot a - F_2 \cdot (a+b) + R_B \cdot \ell = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} X \\ R_A = F_1 + F_2 - R_B \\ R_B = \dfrac{F_1 \cdot a + F_2 \cdot (a+b)}{\ell} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_A = 10 + 15 - R_B \\ R_B = \dfrac{10 \cdot 2 + 15 \cdot (2+2)}{7} \end{cases} \quad \begin{cases} R_A = 10 + 15 - R_B \\ R_B = \dfrac{20 + 60}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_A = 10 + 15 - R_B \\ R_B = \dfrac{80}{7} \end{cases} \quad \begin{cases} R_A = 10 + 15 - R_B \\ R_B = 11{,}43\,KN \end{cases} \quad \begin{cases} R_A = 10 + 15 - 11{,}43 \\ R_B = 11{,}43\,KN \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_A = 13{,}57\,KN \\ R_B = 11{,}43\,KN \end{cases}$$

2° Esercizio del compito

$\ell = 7,50\,m$

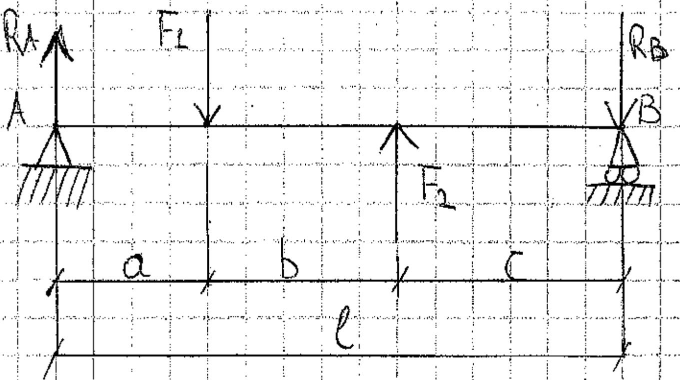
$a = 2\,m$

$b = 2,50\,m$

$c = 3\,m$

$F_1 = 100\ KN$

$F_2 = 150\ KN$



$1 \cdot a + 2 \cdot c + 3 \cdot i \geqq 3m$

$1 + 2 + 0 = 3$

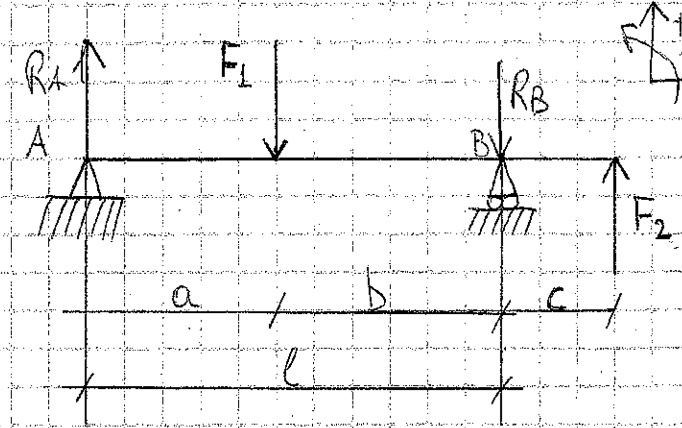
$3 = 3 \Rightarrow$ TRAVE ISOSTATICA

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{Non ci sono F oriz.} \\ R_A - F_1 + F_2 + R_B = 0 \\ R_A \cdot 0 - F_1 \cdot a + F_2 \cdot (a+b) + R_B \cdot \ell \end{cases} \quad \begin{cases} \times \\ R_A = F_1 - F_2 - R_B \\ R_B \cdot \ell = F_1 \cdot a - F_2 \cdot (a+b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_A = F_1 - F_2 - R_B \\ R_B = \dfrac{F_1 \cdot a - F_2 \cdot (a+b)}{\ell} \end{cases} \quad \begin{cases} R_A = F_1 - F_2 - R_B \\ R_B = \dfrac{100 \cdot 2 - 150 \cdot (2 + 2,50)}{7,50} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_A = 100 - 150 - R_B \\ R_B = \dfrac{200 - 675}{7,50} \end{cases} \quad \begin{cases} R_A = 100 - 150 - R_B \\ R_B = \dfrac{-475}{7,50} \end{cases} \quad \begin{cases} R_A = 100 - 150 - R_B \\ R_B = -63,33\ KN \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_A = 100 - 150 + 63,33 \\ R_B = -63,33 \end{cases} \quad \begin{cases} R_A = +13,33\ KN \\ R_B = -63,33\ KN \end{cases}$$



$a = 2{,}50\,m$

$b = 3{,}00\,m$

$c = 1{,}50\,m$

$l = 5{,}50\,m$

$F_1 = 3500\,N$

$F_2 = 1500\,N$

$1 \cdot a + 2 \cdot c + 3 \cdot i \gtreqless 3m$

$1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 0 \gtreqless 3 \cdot 1$

$1 + 2 + 0 \gtreqless 3$

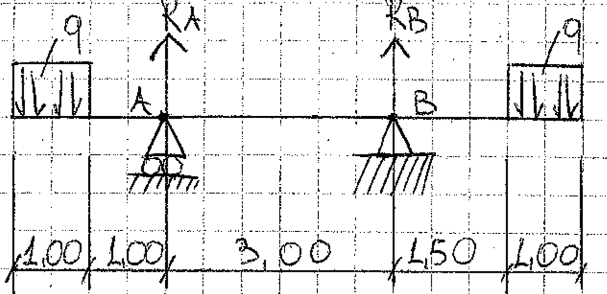
$3 = 3 \Rightarrow$ TRAVE ISOSTATICA

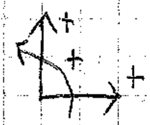
$\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma M_A = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \text{Non ci sono F oriz.} \\ R_A - F_1 + R_B + F_2 = 0 \\ R_A \cdot 0 - F_1 \cdot a + R_B \cdot l + F_2 \cdot (l + c) = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} X \\ R_A = F_1 - R_B - F_2 \\ R_B \cdot l = F_1 \cdot a - F_2 (l + c) \end{cases}$

$\begin{cases} R_A = F_1 - R_B - F_2 \\ R_B = \dfrac{F_1 \cdot a - F_2 (l + c)}{l} \end{cases}$ $\begin{cases} R_A = 3500 - R_B - 1500 \\ R_B = \dfrac{3500 \cdot 2{,}50 - 1500 (5{,}50 + 1{,}50)}{5{,}50} \end{cases}$

$\begin{cases} R_A = 3500 - R_B - 1500 \\ R_B = \dfrac{8750 - 10500}{5{,}50} \end{cases}$ $\begin{cases} R_A = 3500 - R_B - 1500 \\ R_B = \dfrac{-1750}{5{,}50} \end{cases}$ $\begin{cases} R_A = 3500 - R_B - 1500 \\ R_B = -318{,}18\,N \end{cases}$

$\begin{cases} R_A = 3500 + 318{,}18 - 1500 \\ R_B = -318{,}18 \end{cases}$ $\begin{cases} R_A = 2318{,}18\,N \\ R_B = -318{,}18\,N \end{cases}$





$q = 20\ KN/m$

$R_A = ?$

$R_B = ?$

$$1 \cdot a + 2 \cdot c + 3 \cdot i \gtreqless 3 \cdot m$$

$$1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 0 \gtreqless 3 \cdot 1$$

$$1 + 2 + 0 \gtreqless 3$$

$$3 = 3 \Rightarrow \text{TRAVE ISOSTATICA}$$

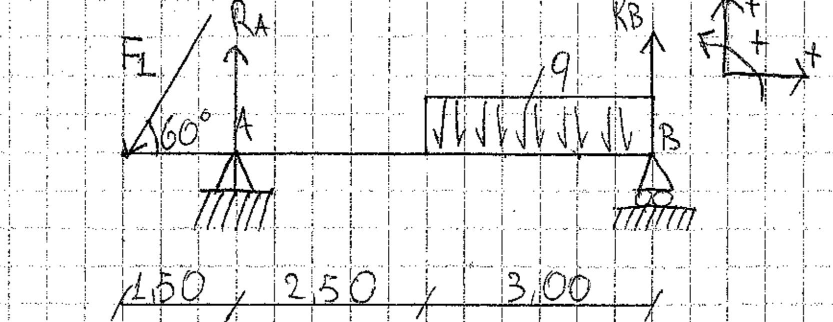
$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{Non ci sono F oriz.} \\ -q \cdot 1 + R_A + R_B - q \cdot 1 = 0 \\ q \cdot 1 \cdot 1{,}5 + R_A \cdot 0 + R_B \cdot 3 - q \cdot 1 \cdot 5 \end{cases} \quad \begin{cases} X \\ R_A = q \cdot 1 - R_B + q \cdot 1 \\ R_B \cdot 3 = -q \cdot 1 \cdot 1{,}5 + q \cdot 1 \cdot 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_A = q \cdot 1 - R_B + q \cdot 1 \\ R_B = \dfrac{-q \cdot 1 \cdot 1{,}5 + q \cdot 1 \cdot 5}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} R_A = 20 \cdot 1 - R_B + 20 \cdot 1 \\ R_B = \dfrac{-20 \cdot 1 \cdot 1{,}5 + 20 \cdot 1 \cdot 5}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_A = 20 - R_B + 20 \\ R_B = \dfrac{-30 + 100}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} R_A = 20 - R_B + 20 \\ R_B = \dfrac{70}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} R_A = 20 - R_B + 20 \\ R_B = 23{,}33\ KN \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_A = 20 - 23{,}33 + 20 \\ R_B = 23{,}33\ KN \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_A = 16{,}67\ KN \\ R_B = 23{,}33\ KN \end{cases}$$



$q = 500\ N/m$

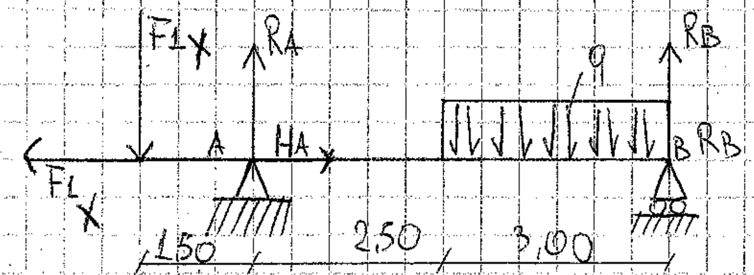
$F_1 = 1500\ N/m$

$F_{1x} = F_1 \cdot \cos 60^\circ$

$F_{1y} = F_1 \cdot \sin 60^\circ$

$F_{1x} = 1500 \cdot \cos 60^\circ = 750\ N$

$F_{1y} = 1500 \cdot \sin 60^\circ = 1299{,}04\ N$



$1 \cdot a + 2 \cdot c + 3 \cdot i \gtreqless 3\ m$

$1 + 2 + 0 = 3$

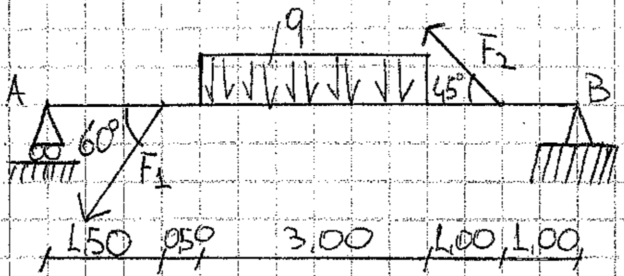
$3 = 3 \Rightarrow$ TRAVE ISOSTATICA

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -F_{1x} + H_A = 0 \\ -F_{1y} + R_A - q \cdot 3 + R_B = 0 \\ \cancel{F_{1x}} \cdot 0 + F_{1y} \cdot 1{,}5 + \cancel{H_A} \cdot 0 + \cancel{R_A} \cdot 0 - q \cdot 3 \cdot 4 + R_B \cdot 5{,}50 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_A = F_{1x} \\ R_A = F_{1y} + q \cdot 3 - R_B \\ R_B = \dfrac{-F_{1y} \cdot 1{,}5 + q \cdot 3 \cdot 4}{5{,}50} \end{cases} \quad \begin{cases} H_A = 750\ N \\ R_A = 1299{,}04 + 500 \cdot 3 - R_B \\ R_B = \dfrac{-1299{,}04 \cdot 1{,}5 + 500 \cdot 3 \cdot 4}{5{,}50} \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_A = 750\ N \\ R_A = 1299{,}04 + 1500 - R_B \\ R_B = \dfrac{-1948{,}56 + 6000}{5{,}50} \end{cases} \quad \begin{cases} H_A = 750\ N \\ R_A = 2799{,}04 - R_B \\ R_B = \dfrac{4051{,}44}{5{,}50} \end{cases} \quad \begin{cases} H_A = 750\ N \\ R_A = 2799{,}04 - R_B \\ R_B = 736{,}62\ N \end{cases}$$

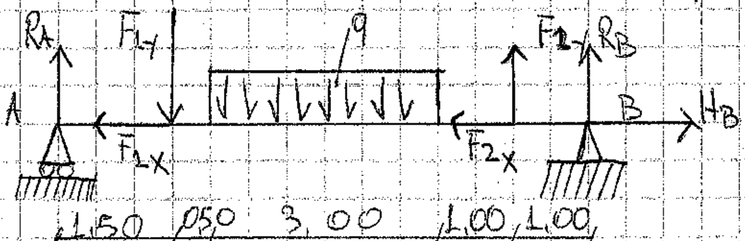
$$\begin{cases} H_A = 750\ N \\ R_A = 2799{,}04 - \cancel{750}\ 736{,}62 \\ R_B = 736{,}62\ N \end{cases} \quad \begin{cases} H_A = 750\ N \\ R_A = 2062{,}42\ N \\ R_B = 736{,}62\ N \end{cases}$$



$F_1 = 1500\,N$

$F_2 = 1000\,N$

$q = 500\,N/m$



$F_{1x} = 1500 \cdot \cos 60°$

$F_{1y} = 1500 \cdot \sin 60°$

$F_{2x} = 1000 \cdot \cos 45°$

$F_{2y} = 1000 \cdot \sin 45°$

$$\boxed{\begin{array}{ll} F_{1x} = 750\,N & F_{1y} = 1299{,}04\,N \\ F_{2x} = 707{,}10\,N & F_{2y} = 707{,}10\,N \end{array}}$$

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -F_{1x} - F_{2x} + H_B = 0 \\ R_A - F_{1y} - q \cdot 3 + F_{2y} + R_B = 0 \\ R_A \cdot 0 + F_{1x} \cdot 0 - F_{1y} \cdot 1{,}50 - q \cdot 3 \cdot 3{,}50 + F_{2y} \cdot 6 + F_{2x} \cdot 0 + R_B \cdot 7 + H_B \cdot 0 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_B = F_{1x} + F_{2x} \\ R_A = F_{1y} + q \cdot 3 - F_{2y} - R_B \\ R_B \cdot 7 = F_{1y} \cdot 1{,}50 + q \cdot 3 \cdot 3{,}50 - F_{2y} \cdot 6 \end{cases} \quad \begin{cases} H_B = 750\,N + 707{,}10\,N \\ R_A = 1299{,}04 + 500 \cdot 3 - 707{,}10 - R_B \\ R_B = \dfrac{\cancel{F_{1y}}\ 1299{,}04 \cdot 1{,}50 + 500 \cdot 3 \cdot 3{,}50 - 707{,}10 \cdot 6}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_B = 1457{,}10\,N \\ R_A = 1299{,}04 + 1500 - 707{,}10 - R_B \\ R_B = \dfrac{1948{,}56 + 5250 - 4242{,}60}{7} \end{cases} \quad \begin{cases} H_B = 1457{,}10\,N \\ R_A = 2091{,}94 - R_B \\ R_B = 1634{,}45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_B = 1457{,}10\,N \\ R_A = 2091{,}94 - 1634{,}45 \\ R_B = 1634{,}45\,N \end{cases} \quad \begin{cases} H_B = 1457{,}10\,N \\ R_A = 457{,}49\,N \\ R_B = 1634{,}45\,N \end{cases}$$

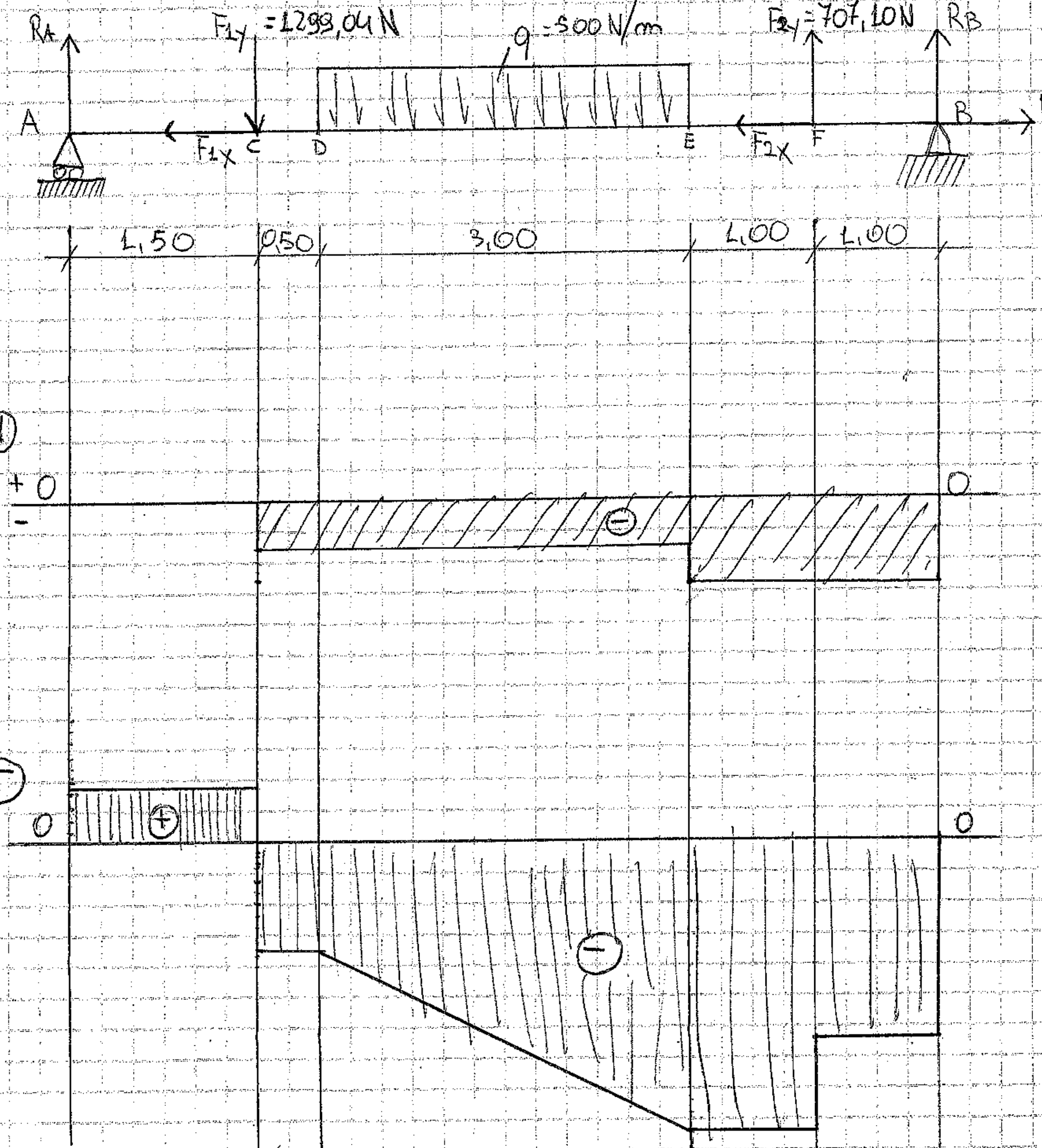
DIAGRAMMI DELLE SOLLECITAZIONI

Primo Diagramma : Trazione o Compressione

Secondo Diagramma : Taglio

Terzo Diagramma : Flessione

$R_A = 457{,}49\ N - R_B = 1634{,}45\ N - H_A = 1457{,}10\ N$



$N_C = -F_{1x} \Rightarrow -750$

$N_F = -F_{1x} - F_{2x} \Rightarrow -1457{,}10\ N$

$750 - 707{,}10$

62

$N_B \Rightarrow -F_{1x} - F_{2x} + H_A \Rightarrow 0$

$-750 - 707{,}10 + 1457{,}10$

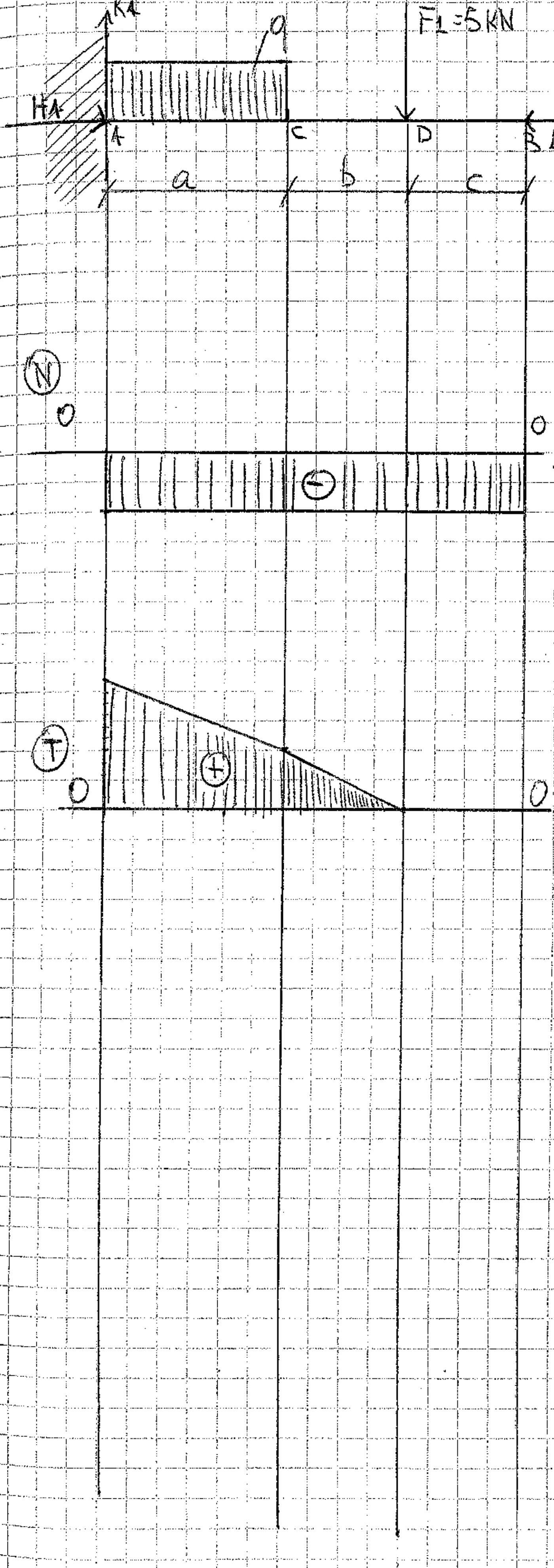
$T_A = R_A \Rightarrow 457{,}49$

$T_C = R_A - F_{1y} \Rightarrow -841{,}55$

$T_D = T_C$; $T_E = R_A - F_{1y} - q \cdot 3 \Rightarrow -2341{,}55$

$T_F = R_A - F_{1y} - q \cdot 3 + F_{2y} \Rightarrow -1634{,}45$

$T_B = R_A - F_{1y} - q \cdot 3 + F_{2y} + R_B \Rightarrow 0$



$a = 3$ m

$b = 2$ m $\quad q = 2$ KN/m

$c = 2$ m

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{cases} \begin{cases} H_A - F_2 = 0 \\ R_A - q \cdot a - F_1 = 0 \\ R_A \times 0 + H_A \times 0 - q \cdot a \cdot \frac{a}{2} - F_1 \cdot (a+b) + M_A + F_2 \cdot 0 = \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_A = F_2 \\ R_A = q \cdot a + F_1 \\ M_A = q \cdot a \cdot \frac{a}{2} + F_1 \cdot (a+b) \end{cases} \begin{cases} H_A = 10 \text{ KN} \\ R_A = 2 \cdot 3 + 5 \\ M_A = 2 \cdot 3 \cdot 1{,}5 + 5(3+2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_A = 10 \text{ KN} \\ R_A = 6 + 5 \\ M_A = 9 + 25 \end{cases} \begin{cases} H_A = 10 \text{ KN} \\ R_A = 11 \text{ KN} \\ M_A = 34 \text{ KN} \end{cases}$$

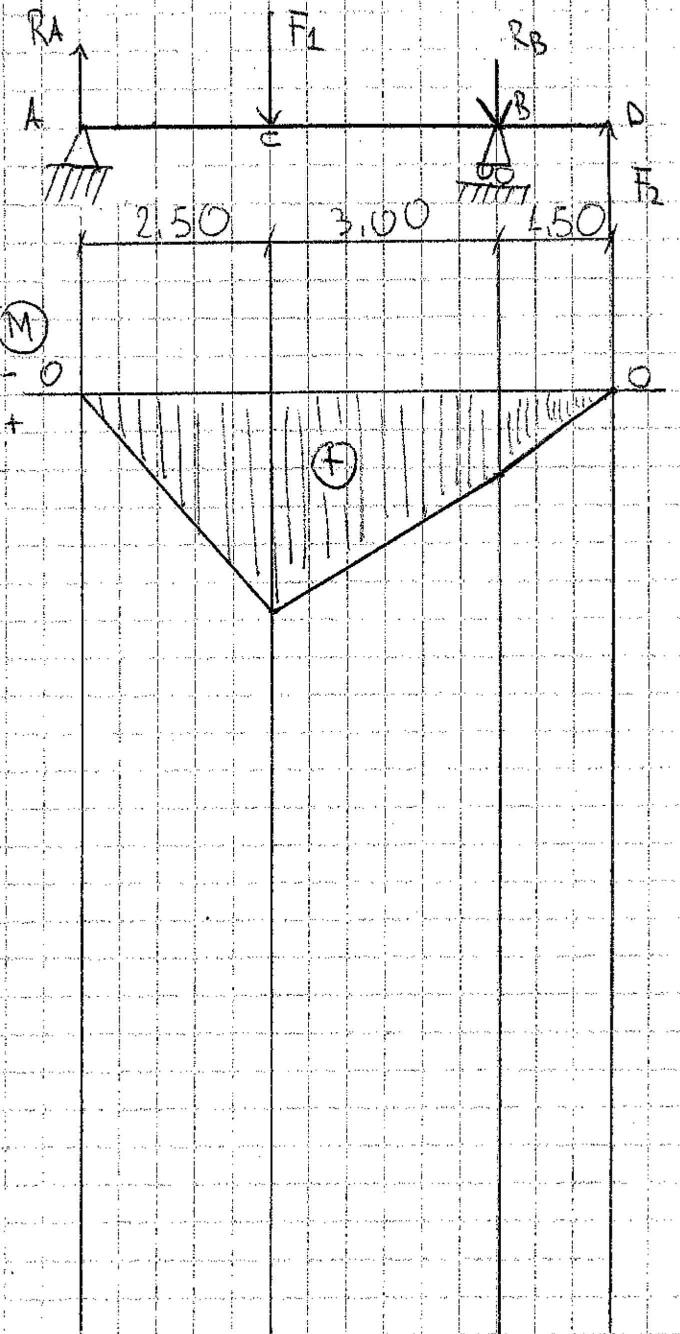
$N_A = H_A \Rightarrow 10$ KN ; $N_B = H_A - F_2 \Rightarrow 0$ KN

$T_A = R_A \Rightarrow 11$ KN

$T_C = R_A - q \cdot a \Rightarrow 5$ KN

$T_D = R_A - q \cdot a - F_1 \Rightarrow 0$ KN

DIAGRAMMA DEI MOMENTI



$R_A = 2,32$ KN

$R_B = -0,32$ KN

$F_1 = 3,50$ KN

$F_2 = 1,50$ KN

$M_{A(S)} = 0$

$M_{C(S)} = R_A \cdot 2,5 \Rightarrow 2,32 \cdot 2,5 = 5,8$

$M_{B(S)} = R_A \cdot 5,50 - 3,5 \cdot 3$

$2,32 \cdot 5,50 - 3,5 \cdot 3 = 2,26$

$M_{D(D)} = F_2 \cdot 0 = 0$

$M_{D(S)} = R_A \cdot 7 - F_1 \cdot 4,5 - 0,32 \cdot 1,5 \Rightarrow 0$

ACCIAIO

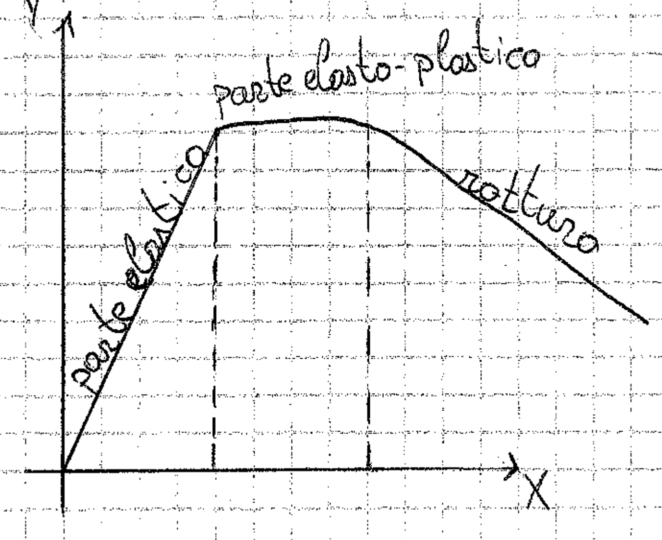
L'acciaio è una lega composta principalmente da ferro e carbonio, quest'ultimo in percentuale non superiore al 2,06%, oltre a tale limite le proprietà del materiale cambiano e la lega assume la denominazione di ghisa.

In base alla percentuale carbonio gli acciai si dividono in:

- extra dolci: carbonio compreso tra lo 0,05% e lo 0,15%
- dolci: carbonio compreso tra lo 0,15% e lo 0,25%
- semidolci: carbonio compreso tra lo 0,25% e lo 0,40%
- semiduri: carbonio tra lo 0,40% e lo 0,60%
- duri: carbonio tra lo 0,60% e lo 0,70%
- durissimi: carbonio tra lo 0,70% e lo 0,80%
- extraduri: carbonio tra lo 0,80% e lo 0,85%

Gli acciai dolci sono i più comuni e meno pregiati

Legno



ΔL = Variazione lunghezza

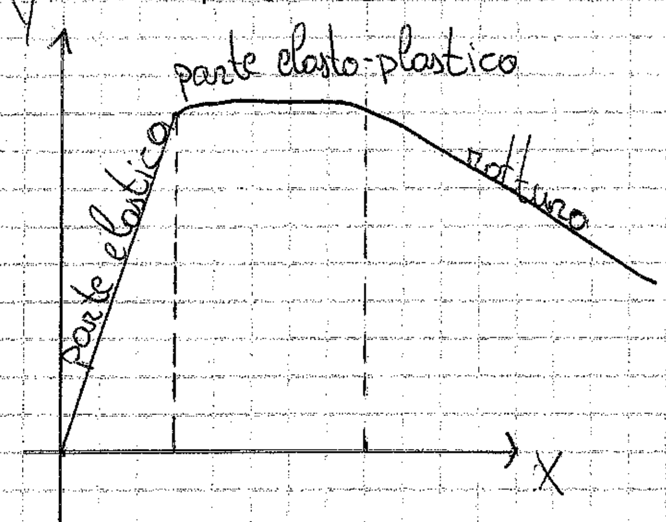
$$\Delta L = l_f - l_i$$

l_f = lunghezza finale

l_i = lunghezza iniziale

$$\Delta L\% = \frac{l_f - l_i}{l_i} \cdot 100$$

Calcestruzzo



$$\frac{F}{A} = \sigma$$

F = forza

A = applicata a una sezione del corpo

σ = sigma : tensione

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

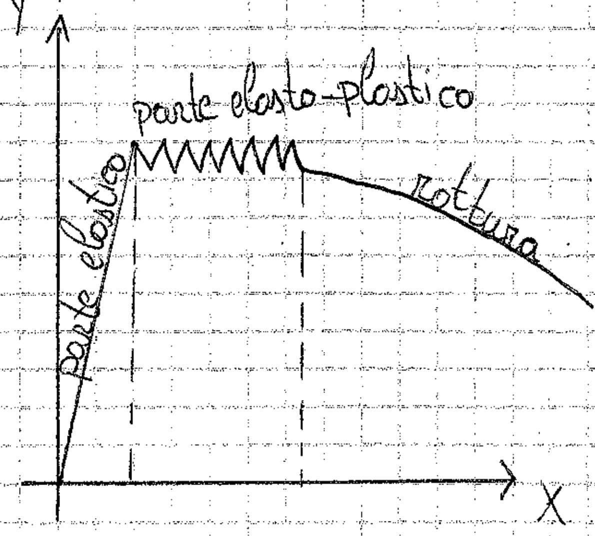
ε = epsilon => deformazione del corpo

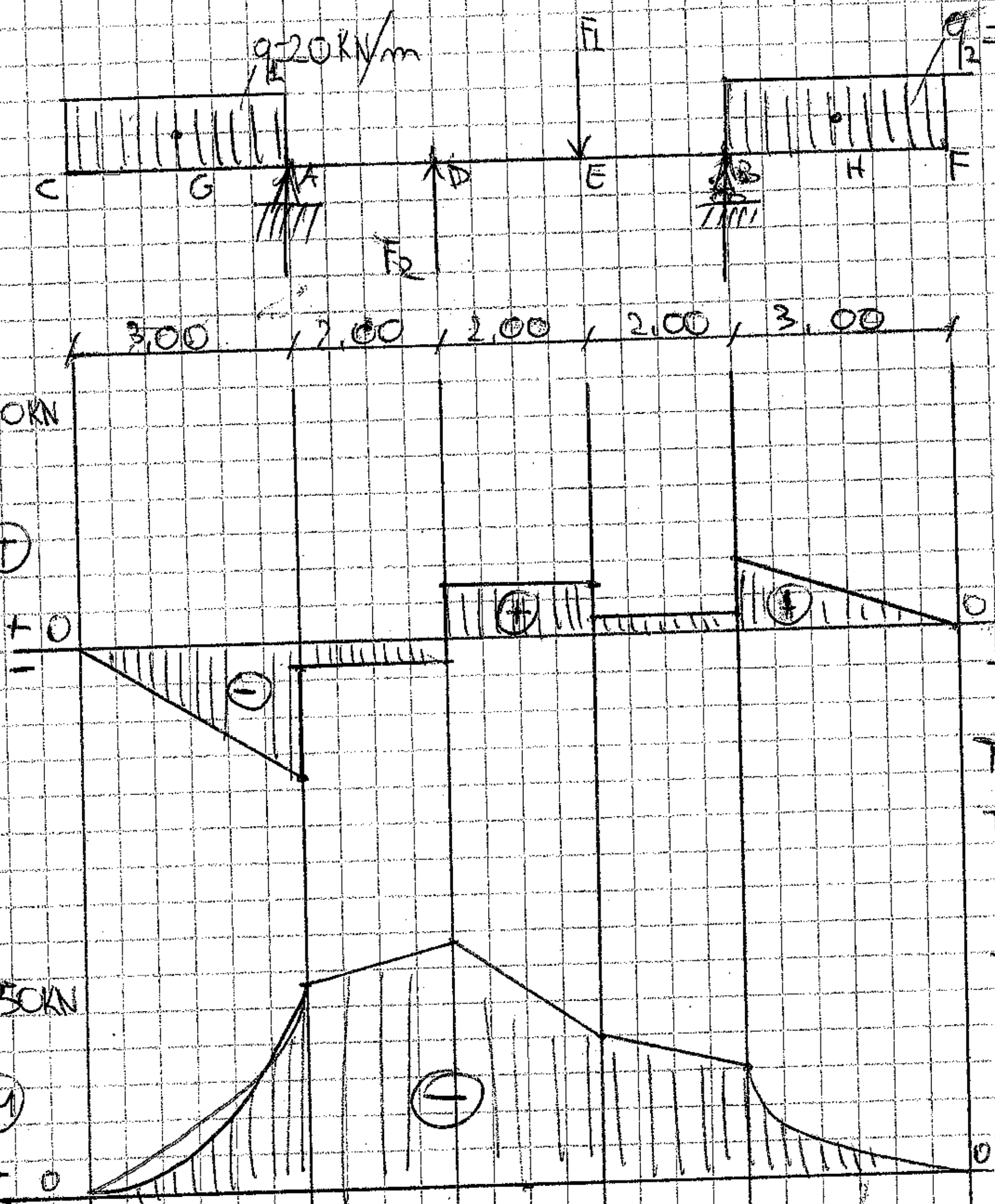
E => modulo di elasticità materiale

LEGGE DI HOOKE

L'allungamento subito da un corpo elastico è direttamente proporzionale alla forza ad essa applicata.

Acciaio





$F_1 = 20\ KN$

$F_2 = 50\ KN$

$R_A = 73,84\ KN$

$R_B = 34,16\ KN$

$Q_1 = 90\ KN$

$Q_2 = 48\ KN$

$T_C = 0$

$T_{A(s)} = -Q_1 = -90\ KN$

$T_{(D)s} = -Q_1 + R_A =$

$-90 + 73,84 = -16,16\ KN$

$T_{(E)s} = F_1 - R_B + Q_2$

$20 - 34,16 + 48 = 33,83\ KN$

$T_{E(D)} = -R_B + Q_2$

$-34,16 + 48 = 13,84\ KN$

$T_{B(D)} = Q_2 = 48\ KN$

$T_F = 0$

$M_C = 0$

$M_G = -\left(q_1 \cdot 1,5 \cdot \frac{1,5}{2}\right) = -33,75\ KN \cdot m$

$M_A = -(q_1 \cdot 3 \cdot 1,5) = -135\ KN \cdot m$

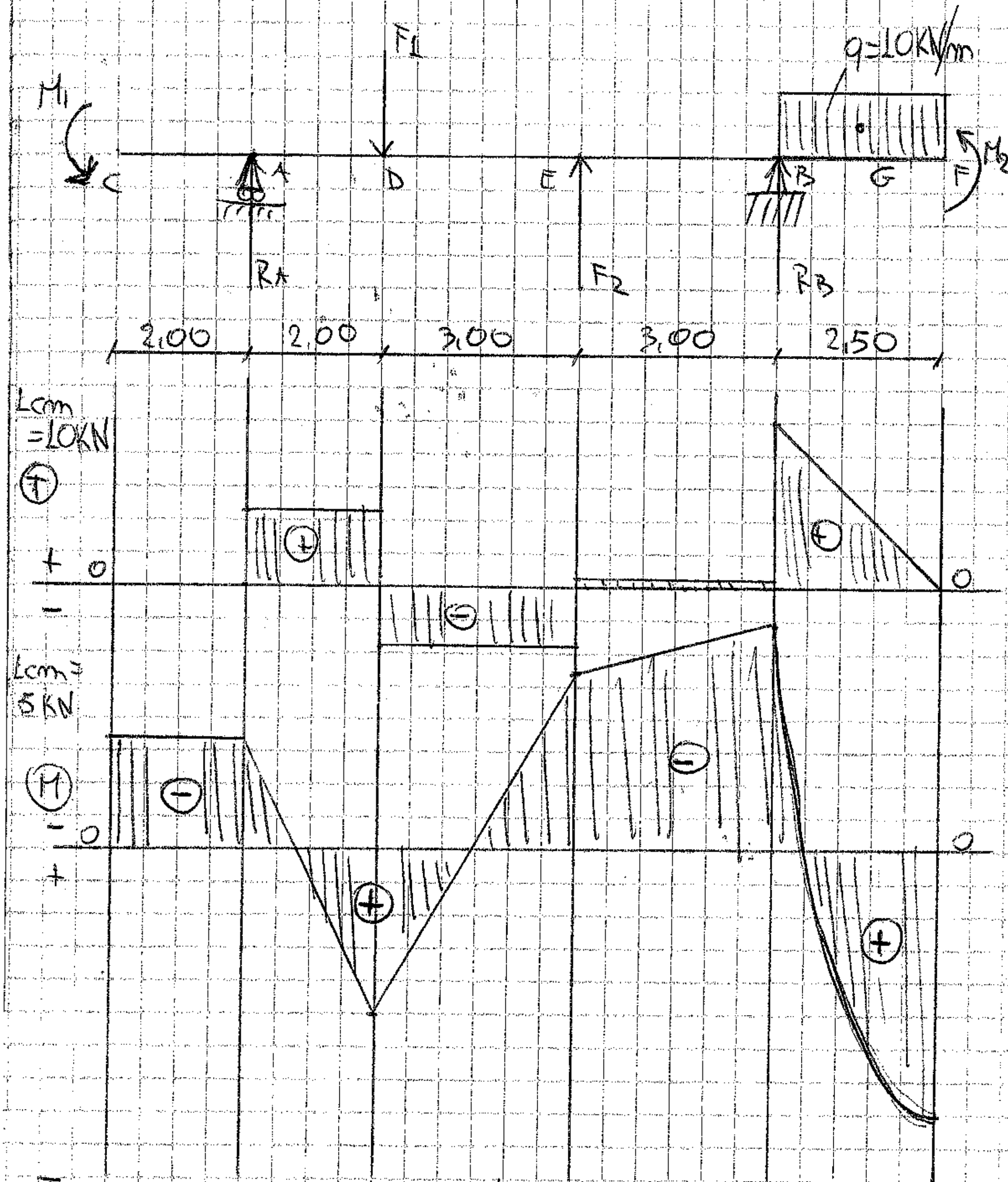
$M_D = -Q_1 \cdot (1,5 + 2) + R_A \cdot 2 = -167,32\ KN\ m$

$M_E = R_B \cdot 2 - Q_2 \cdot (3,5) = -99,68\ KN \cdot m$

$M_B = -Q_2 \cdot 1,5 = -72\ KN\ m$

$M_H = -q_2 \cdot 1,5 \cdot \frac{1,5}{2} = -18\ KN \cdot m$

$M_F = 0$



$Q = 25$ KN

$R_A = 10,84$ KN

$R_B = 24,16$ KN

$M_1 = 8$ KN

$M_2 = 20$ KN

$F_1 = 10$ KN

$F_2 = 10$ KN

$T_C = 0$

$T_{A(s)} = R_A = 10,84$ KN

$T_{D(s)} = -R_A - F_1 = -9,16$ KN

$T_{E(D)} = -R_B + Q = +0,84$ KN

$T_{B(s)} = Q \Rightarrow 25$ KN

$T_F = 0$

$M_C = -M_1 = -8$ KN·m

$M_A = -M_1 = -8$ KN·m

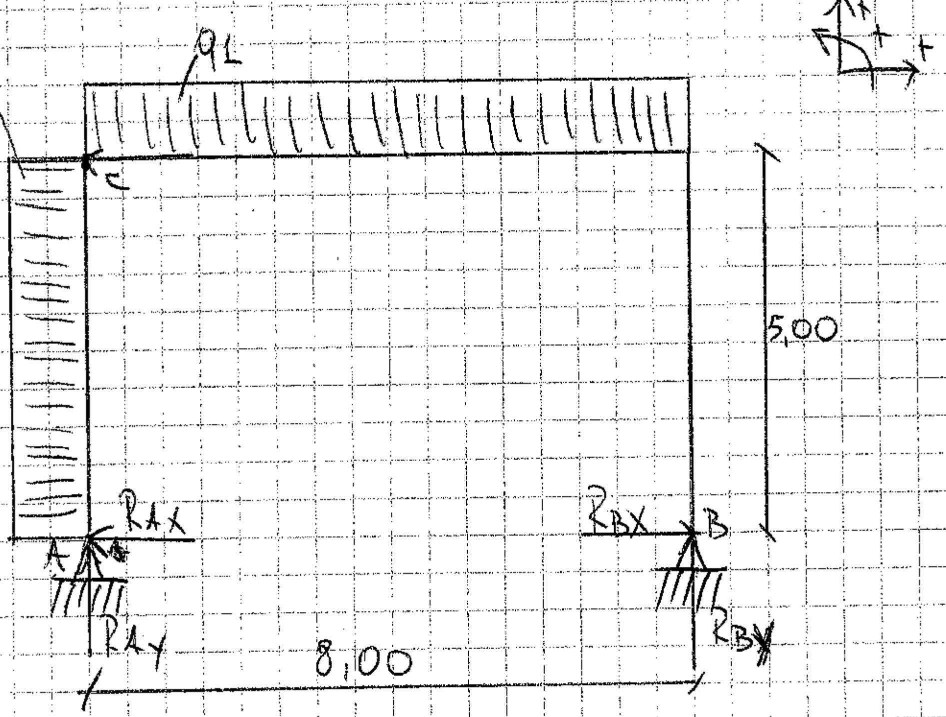
$M_D = -M_1 + R_A \cdot 2 = 13,68$ KN·m

$M_E = R_B \cdot 3 - Q \cdot (3 + 1,25) - M_2 = -13,77$ KN·m

$M_B = -Q \cdot 1,5 + M_2 = +17,5$ KN·m

$M_G = -\left(q \cdot 1,5 \cdot \frac{1,5}{2}\right) + M_2 = -8,75$

$M_F = M_2 = 20$ KN



$q_1 = 14\,kN/m$

$q_2 = 5\,kN/m$

$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma M_A = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -R_{AX} + q_2 \cdot 5 + R_{BX} - R_{CX} = 0 \\ R_{AY} + R_{CY} - R_{BY} - q_1 \cdot 8 = 0 \\ \cancel{R_{AX} \cdot 0} + \cancel{R_{AY} \cdot 0} - q_2 \cdot 5 \cdot 2{,}5 - R_{BY} \cdot 8 - q_1 \cdot 8 \cdot 4 + R_{CY} \cdot 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_{AX} = q_2 \cdot 5 + R_{BX} \\ R_{AY} = R_{BY} + q_1 \cdot 8 \\ R_{BY} = \dfrac{-q_2 \cdot 5 \cdot 2{,}5 - q_1 \cdot 8 \cdot 4}{8} \end{cases} \quad \begin{cases} R_{BY} = -62{,}25\ KN \\ R_{AY} = 49{,}75\ KN \\ R_{AX} = 13{,}4\ KN \end{cases}$$

Equazione ausiliaria

$$\Sigma M_C = 0 \Rightarrow -R_{BY} \cdot 8 + R_{BX} \cdot 5 - q_1 \cdot 8 \cdot 4 = 0$$

$$R_{BX} = \frac{R_{BY} \cdot 8 + q_1 \cdot 8 \cdot 4}{5} =$$

$$= \frac{-63{,}25 \cdot 8 + 14 \cdot 8 \cdot 4}{5}$$

$$= -11{,}6\ KN$$

TRAZIONE e COMPRESSIONE

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{N}{b \cdot h}$$

σ = sigma

σ = trazione o compressione

$$\sigma^{(-)} = \frac{N}{A} = \frac{N}{b \cdot h}$$

$\sigma = \frac{N}{A}$ TRAZIONE $\quad \sigma = -\frac{N}{A}$ COMPRESSIONE

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \sigma \text{ ammissibile}$$

FLESSIONE

La flessione è la sollecitazione che produce una curvatura sulla trave allungando le fibre inferiori e accorciando quelle superiori

$$\sigma = \frac{M}{I} \cdot y(max)$$

$$Y = \frac{h}{2}$$

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

I = momento d'inerzia

Y = distanza massima delle fibre dall'asse neutro

$$\sigma = \frac{M}{\frac{b \cdot h^3}{12}} \cdot \frac{h}{2} \rightarrow \frac{M \cdot 12}{b \cdot h^{3}} \cdot \frac{h}{2}$$

$$= \frac{M}{\frac{b \cdot h^2}{6}}$$

$$\frac{b \cdot h^2}{6} = W$$

W = modulo di resistenza sezione

$$\sigma = \frac{M}{W}$$

LEGGE DI HOOKE

adimensionale

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \longrightarrow \frac{N}{A} = E \cdot \frac{\Delta l}{l} \qquad \varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

$$N/mm^2 = N/mm^2 \cdot \text{-----} \qquad \Delta l = \frac{N/A}{E} \cdot l \qquad \frac{\Delta l}{l} = \frac{N/A}{E}$$

MPa

mega pascal

Pa = Pascal

Misura la pressione

È il rapporto di una forza che insiste su una superficie

$$Pascal = \frac{P}{A} \begin{array}{l} \leftarrow \text{pascal} \\ \leftarrow \text{area} \end{array}$$

$$1\,MPa = \frac{1N \cdot 10^6}{1\,m^2} = Kg/cm^2 = \frac{10}{100} = N/mm^2$$

$$\frac{1N}{1m^2} \cdot 10^6 = \frac{1N}{1mm^2 \cdot \cancel{10^6}} \cancel{10^6}$$

$1 N/mm^2$

$1 Kg/cm^2 = 0{,}1\ N/mm^2$

$1\,MPa = 1\,N/mm^2$

$10\,Kg/cm^2 = 1\,N/mm^2$

$10\,MPa = 10\,N/mm^2$

Calcolare l'allungamento di una barra di ferro del Ø di 10 mm di lunghezza 2 m soggetta a un carico assiale di trazione

$F = 40\ KN$

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$A = \frac{10^2 \cdot 3{,}14}{4} = \frac{100 \cdot 3{,}14}{4}$$

$$= 78{,}5\ mm^2$$

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$\frac{F}{A} = E \cdot \frac{\Delta l}{l}$$

$$\Delta l = \frac{F}{E \cdot A} \cdot l$$

$$\Delta l = \frac{40 \cdot 10^3\ N}{210 \cdot 10^3\ \frac{N}{mm^2} \cdot 78{,}5\ mm^2} \cdot 2 \cdot 10^3\ mm = 4{,}85\ mm$$

TAGLIO

$\tau \Rightarrow$ (TAU)

$$\tau = \frac{T \cdot S}{I \cdot b} \Rightarrow \frac{3}{2}\frac{T}{A}$$

T = taglio

S = momento ~~d'inerzia~~ statico

I = momento d'inerzia

b = spessore sezione trave

$$S = \left(b \cdot \frac{h}{2}\right) \cdot \frac{h}{4} \Rightarrow \frac{b \cdot h^2}{8}$$

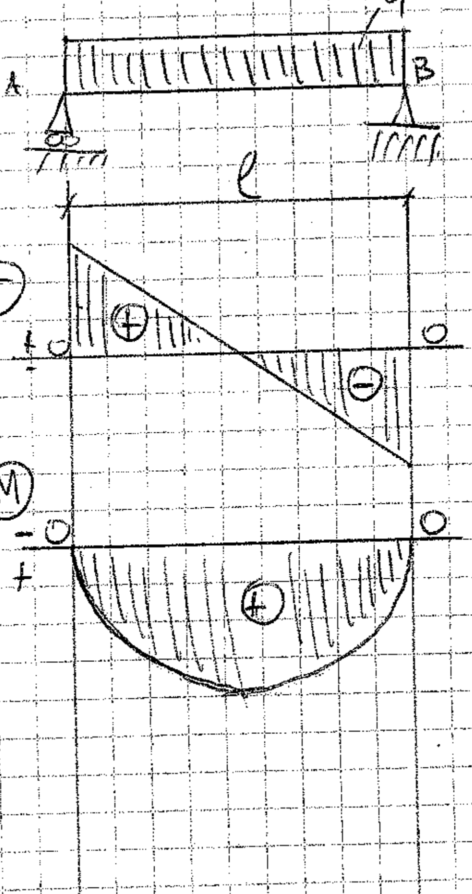
$$I = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$\tau = \frac{T \cdot \cancel{b} \cdot \cancel{h^2} \cdot \cancel{12}^{3}}{\cancel{8}_{2} \cdot b \cdot \cancel{h^3} \cdot \cancel{b}} = \frac{3}{2}\frac{T}{b \cdot h} \Rightarrow \frac{3}{2}\frac{T}{A}$$

Solo per travi ~~quad~~ con sezione quadrata o rettangolare

FORMULA DI VON MIES

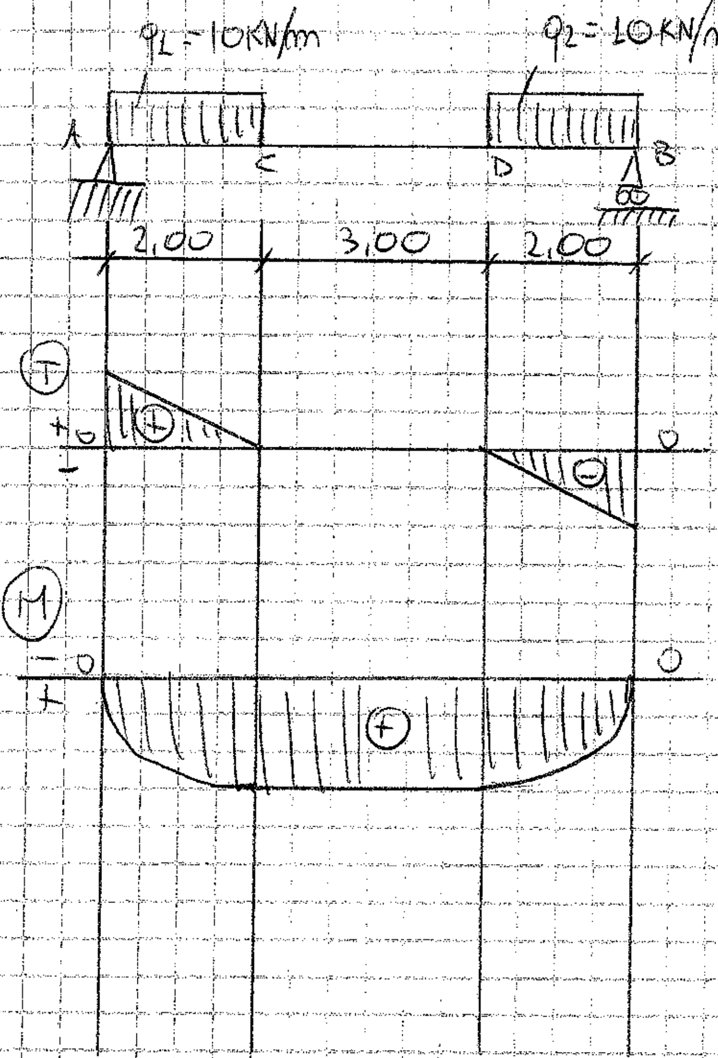
$$\sigma_{ideale} = \sqrt{\sigma_{am}^2 + 3\tau} \leq \sigma_{materiale}$$



$R_A = R_B \Rightarrow q \cdot \frac{l}{2}$

$M_{max} = \frac{1}{8} q \cdot l^2$

F3



$Q_1 = Q_2 = q \cdot 2 = 10 \cdot 2 = 20\ KN$

TRAVE IN LEGNO

$A = ?$

$R_A = R_B \Rightarrow q \cdot 2$

$R_A = R_B \Rightarrow 20\ KN$

$M_A = 0$

$M_{C(s)} = R_A \cdot 2 - q_1 \cdot 2 \cdot 1 \Rightarrow$

$40 - 20 \Rightarrow 20\ KN \cdot m$

$M_{D(d)} = R_B \cdot 2 - q_2 \cdot 2 \cdot 1 \Rightarrow 40 - 20$

$= 20\ KN$

$M_B = 0$

$T_{max} = 20\ KN$

$M_{max} = 20\ KN$

σ rottura legno $= 20\ N/mm^2$

$$\sigma_{am} = \frac{30}{20} = 6{,}66\ N/mm^2$$

$$\frac{b}{h} = 0{,}7$$

$$\sigma = \frac{M}{W}$$

$$W = \frac{M}{\sigma} = \frac{20 \cdot 10^3\ N\ \cancel{mm}\ 10^3}{6{,}66\ N/mm^2} = 3{,}03 \cdot 10^6\ mm^3$$

$3{,}03 \cdot 10^3\ cm^3$

$3030\ cm^3$

$b = 20$

$h = 32$

$$W = \frac{b h^2}{6} = \frac{20 \cdot 32^2}{6} = 3413{,}33 > 3030\ cm^3$$

$$\sigma_p = \frac{20 \cdot 10^3 \cdot 10^3\ N/mm}{3413{,}33 \cdot 10^3\ mm^3} = 5{,}85\ N/mm^2$$

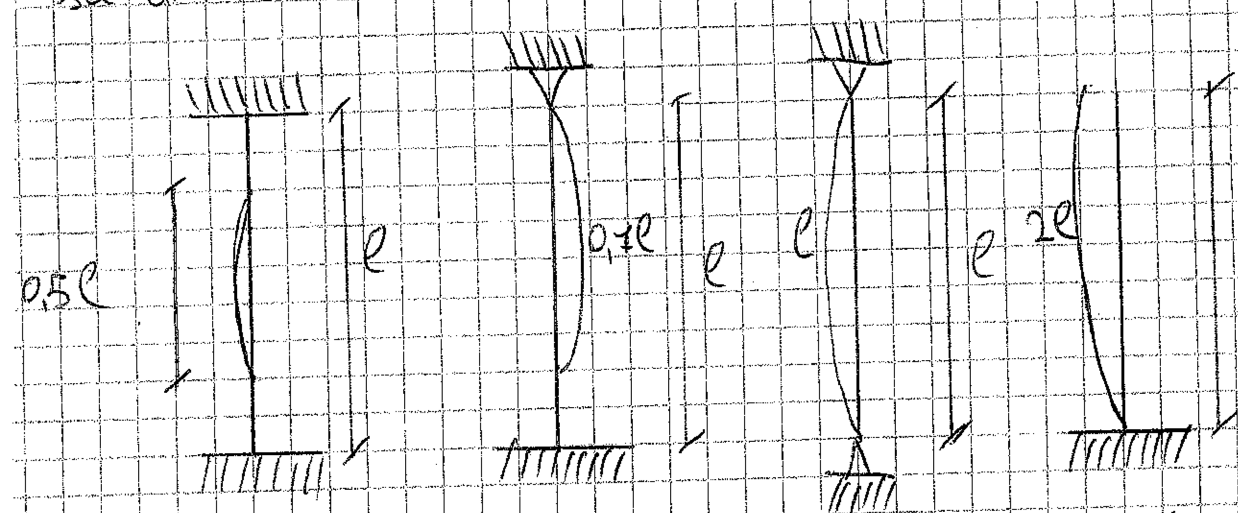
$\sigma_{prog.} < \sigma_{am}$

$5{,}85 < 6{,}66$

CARICO DI PUNTA

Una dimensione minima di un pilastro deve essere inferiore o uguale a 14 volte rispetto all'altezza del pilastro.

Il carico di punta è quel fenomeno che genera una tensione di compressione con una instabilità laterale su un elemento edilizio.



PIANO TERRA

PIANO INTERMEDIO

$l_i = 0,5l$ $\quad$ $l_i = 0,7l$ $\quad$ $l_i = l$ $\quad$ $l_i = 2l$

l_i = lunghezza libera di inflessione

i = raggio d'inerzia

λ = snellezza

$$\lambda = \frac{l_i}{i_{min}}$$

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}} \ (mm)$$

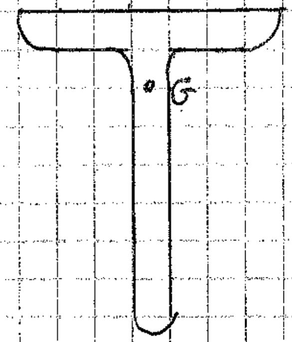
$$\sigma = \frac{N}{A}\,\omega \quad \text{omega}$$

$\omega > 1$

Esercizio

$M = -6{,}50\ KN \cdot m$

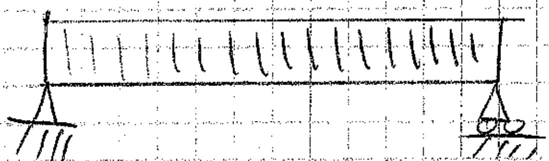
$\sigma = 160\ N/mm^2$



$\sigma = \frac{M}{W}\ (N/mm^2)$

$$W = \frac{6{,}5 \cdot 10^3\ N \cdot 10^3\ mm}{160\ N/mm^2} = 4 \cdot 10^4\ mm^3 = 40\ cm^3$$

$T = 120 \qquad W_{120} = 42\ cm^3$



TRAVE HE

$l = 4{,}50\ m$

$q = 25\ KN/m$

$\sigma = 160\ N/mm^2$

$$M_{max} = \frac{1}{8} q \cdot l^2 = \frac{1}{8} \cdot 25 \frac{KN}{m} (4{,}5)^2 m = 63{,}28\ KN \cdot m$$

$$\sigma = \frac{M}{W} = \sigma = \frac{63{,}28\ 10^3 N \cdot 10^3\ mm}{160\ N/mm^2} = 0{,}395 \cdot 10^6\ mm^3$$

$39{,}5\ 10^4\ mm^3$

$395\ cm^3$

$W_{395 cm^3} \Rightarrow HE = 160$

TRAVE IPE 180

$l = 4{,}50\ m$

$\sigma = 160\ N/mm^2$

$P_{max} = ?$

ω = coefficiente moltiplicatore dei carichi

$$\sigma = \frac{P_{max}}{A} \cdot \omega$$

$$\lambda = \frac{l_i}{i_{min}} \rightarrow \lambda = \frac{450\ cm}{2{,}05\ cm} = 219{,}51$$

$A = 23{,}9\ cm^2$

$\omega_{219{,}51} = 5{,}98$

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{100{,}85\ cm^4}{23{,}9\ cm^2}} = 2{,}05\ cm$$

$$P_{max} = \frac{\sigma \cdot A}{\omega}$$

$$P_{max} = \frac{160\ N/mm^2 \cdot 2390\ mm^2}{5{,}98} = 63{,}46\ KN$$

INTERPOLAZIONE LINEARE

λ	ω
10	1,02
20	1,05
30	1,15
40	1,20
50	1,25

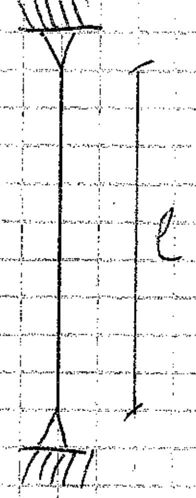
$\lambda = 36$

$$X = \frac{(\omega_{mag} - \omega_{min}) \cdot (\lambda_x - \lambda_{min})}{(\lambda_{max} - \lambda_{min})}$$

$$X = \frac{(1{,}20 - 1{,}15) \cdot (36 - 30)}{(40 - 30)} = 0{,}03$$

è il valore da aggiungere

$$\lambda_{36} = 1{,}15 + 0{,}03 = 1{,}18$$



Trave in legno

$A = 16 \cdot 16 \ cm$

$l = 5,00 \ m$

$P = 40 \ KN$

$\sigma_{max} = 7 \ N/mm^2$

$$\sigma = \frac{N}{A} \omega$$

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}} = \sqrt{\frac{5461,33 \ cm^4}{256 \ cm^2}} = 4,61 \ cm$$

$$\lambda = \frac{l}{i_{min}} \Rightarrow \frac{500 \ cm}{4,61 \ cm} = 108,45$$

$$A = \frac{N \cdot \omega}{\sigma} = \frac{40 \cdot 10^3 N \cdot 7,41}{7 \ N/mm^2} = 42342,85 \ mm^2 \Rightarrow 205,71 \ mm$$

$$\lambda = 108,45$$

$$X = \frac{(\omega_{max} - \omega_{min}) \cdot (\lambda_x - \lambda_{min})}{(\lambda_{max} - \lambda_{min})} =$$

$$= \frac{7,62 - 6,30) \cdot (108,45 - 100)}{(110 - 100)} = 1,11$$

$$\lambda_{108,45} = 6,30 + 1,11 = 7,41$$