**Problema)** Assegnati i punti A=(-2,3), B=(4,-1), P=(3,4), risolvere i seguenti quesiti:

1. Determinare a distanza **AB**.
2. Determinare le coordinate del punto medio **M** del segmento AB.
3. Determinare le coordinate del baricentro **G** del triangolo ABP.
4. Verificare che il triangolo APB è isoscele.
5. Determinare l’area del triangolo APB.
6. Determinare l’equazione della retta **r** passante per A e per B.
7. Determinare l’equazione della retta **s** passante per P e perpendicolare alla retta **r**.
8. Determinare l’equazione della retta **t** passante per P e parallela alla retta **r**.
9. Verificare che il punto di intersezione tra la retta **r** e la retta **s** coincide con il punto **M**.
10. Verificare che l’altezza **PM** del triangolo APB coincide con la distanza del punto **P** dalla retta **r**.

**S O L U Z I O N E**

1. **distanza AB** =$\sqrt{\left(x\_{A}-x\_{B}\right)^{2}+\left(y\_{A}-y\_{B}\right)^{2}}=\sqrt{\left(-2-4\right)^{2}+\left(3+1\right)^{2}}=\sqrt{\left(-6\right)^{2}+\left(4\right)^{2}}=\sqrt{36+16}=\sqrt{52}=\sqrt{4∙13}=2\sqrt{13};$
2. $M=\left(\frac{x\_{A}+x\_{B}}{2};\frac{y\_{A}+y\_{B}}{2}\right)=\left(\frac{-2+4}{2};\frac{3-1}{2}\right)=\left(1,1\right)$**;**
3. $G=\left(\frac{x\_{A}+x\_{B}+x\_{P}}{3};\frac{y\_{A}+y\_{B}+y\_{P}}{3}\right)=\left(\frac{-2+4+3}{3};\frac{3-1+4}{3}\right)=\left(\frac{5}{3},2\right)$
4. Se il triangolo APB è isoscele allora due lati saranno uguali; il lato AB è stato determinato al precedente punto 1., pertanto, occorrerà determinare le misure dei lati AP e BP: $AP=\sqrt{\left(x\_{A}-x\_{P}\right)^{2}+\left(y\_{A}-y\_{P}\right)^{2}}=\sqrt{\left(-2-3\right)^{2}+\left(3-4\right)^{2}}=\sqrt{\left(-5\right)^{2}+\left(-1\right)^{2}}=\sqrt{25+1}=\sqrt{26}; BP=\sqrt{\left(x\_{B}-x\_{P}\right)^{2}+\left(y\_{B}-y\_{P}\right)^{2}}=\sqrt{\left(4-3\right)^{2}+\left(-1-4\right)^{2}}=\sqrt{\left(1\right)^{2}+\left(-5\right)^{2}}=\sqrt{1+25}=\sqrt{26};$ essendo AP uguale a BP, il triangolo APB è isoscele.
5. Nel triangolo isoscele l’altezza relativa alla base è anche mediana, pertanto l’altezza non è altro che la mediana **PM**; quindi, $ PM=\sqrt{\left(x\_{M}-x\_{P}\right)^{2}+\left(y\_{M}-y\_{P}\right)^{2}}=\sqrt{\left(1-3\right)^{2}+\left(1-4\right)^{2}}=\sqrt{\left(-2\right)^{2}+\left(-3\right)^{2}}=\sqrt{4+9}=\sqrt{13};$ l’area del triangolo APB è uguale a “(base per altezza)/2”, quindi: $Area=\frac{AB∙PM}{2}=\frac{2\sqrt{13}∙\sqrt{13}}{2}=\left(\sqrt{13}\right)^{2}=13;$
6. Utilizzando la formula della retta passante per due punti, $\frac{x-x\_{A}}{x\_{B}-x\_{A}}=\frac{y-y\_{A}}{y\_{B}-y\_{A}}$; se la retta deve passare per A e per B, allora: $\frac{x+2}{4+2}=\frac{y-3}{-1-3}; \frac{x+2}{6}=\frac{y-3}{-4};$ operando il prodotto in croce: $6∙\left(y-3\right)=-4∙\left(x+2\right); 6y-18=-4x-8; 4x+6y-10=0$equazione della retta passante per A e per B in forma implicita. $6y=-4x+10; y=-\frac{2}{3}x+\frac{5}{3};\left(forma esplicita\right).$
7. Equazione del fascio di rette di centro P: $y-y\_{p}=m\left(x-x\_{p}\right);y-4=m\left(x-3\right);$ dovendo essere perpendicolare alla retta r il coefficiente angolare dovrà essere pari a $+\frac{3}{2}$, quindi la retta **s** sarà: $y-4=\frac{3}{2}∙\left(x-3\right);y=\frac{3}{2}x-\frac{9}{2}+4; y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$**.**
8. Equazione del fascio di rette di centro P: $y-y\_{p}=m\left(x-x\_{p}\right);y-4=m\left(x-3\right);$ dovendo essere parallela alla retta r il coefficiente angolare dovrà essere pari a $-\frac{2}{3}$, quindi la retta **t** sarà: $y-4=-\frac{2}{3}∙\left(x-3\right);y=-\frac{2}{3}x+2+4; y=-\frac{2}{3}x+6$**.**
9. Per trovare le coordinate del punto di intersezione delle rette r ed s, basta porre a sistema le equazioni delle due rette: $\left\{\begin{array}{c}4x+6y-10=0\\y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}\end{array}\right. \left\{\begin{array}{c}4x+6∙\left(\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}\right)-10=0\\y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}\end{array}\right. \left\{\begin{array}{c}4x+9x-3-10=0\\y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}\end{array}\right.$

$ \left\{\begin{array}{c}13x-13=0\\y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}\end{array}\right. \left\{\begin{array}{c}x=\frac{13}{13}=1\\y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}\end{array}\right. \left\{\begin{array}{c}x=1\\y=\frac{3}{2}∙1-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=1 \end{array}\right.\left\{\begin{array}{c}x=1\\y=1 \end{array}\right.$il punto di intersezione delle due rette è proprio il punto **M**.

1. L’altezza del triangolo è stata già determinata al punto 5. e valeva $\sqrt{13}$, troviamo invece la distanza del punto P dalla retta r: $distanza=\frac{\left|ax\_{p}+bx\_{p}+c\right|}{\sqrt{a^{2}+b^{2}}}=\frac{\left|4∙3+6∙4-10\right|}{\sqrt{4^{2}+6^{2}}}=\frac{\left|12+24-10\right|}{\sqrt{16+36}}=\frac{26}{\sqrt{52}}=\frac{26}{2\sqrt{13}}=\frac{13}{\sqrt{13}}=\frac{13∙\sqrt{13}}{\sqrt{13}∙\sqrt{13}}=\frac{13∙\sqrt{13}}{13}=\sqrt{13}.$

