

## DISEQUAZIONI IRRAZIONALI- esercizi svolti

1. Determinare le soluzioni della seguente disequazione irrazionale

$$\sqrt{2x+7} \leq x+1$$

La disequazione è del tipo:  $\sqrt{A(x)} \leq B(x)$

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 & \rightarrow & \text{(garantisce l'esistenza della radice)} \\ B(x) > 0 & \rightarrow & \text{(La radice è sempre positiva perciò non} \\ & & \text{può essere di una quantità negativa)} \\ [\sqrt{A(x)}]^2 \leq [B(x)]^2 & \rightarrow & \text{(si eleva al quadrato primo e secondo membro)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+7 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \\ 2x+7 \leq x^2+2x+1 \end{cases} ; \begin{cases} x \geq -\frac{7}{2} \\ x \geq -1 \\ x^2-6 \geq 0 \end{cases} ; \begin{cases} x \geq -\frac{7}{2} \\ x \geq -1 \\ x \leq -\sqrt{6} \quad x \geq \sqrt{6} \end{cases}$$

La soluzione è:  $S : x \geq \sqrt{6}$

2. Determinare le soluzioni della seguente disequazione irrazionale

$$x+1 < \sqrt{x-1}$$

$$\sqrt{x-1} > (x+1)$$

$$\sqrt{A(x)} > B(x)$$

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} B(x) > 0 \\ A(x) > [B(x)]^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x+1 < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x+1 > 0 \\ x-1 > (x+1)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x < -1 \end{cases} \cup \begin{cases} x > -1 \\ x-1 > x^2+2x+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x < -1 \end{cases} \cup \begin{cases} x > -1 \\ x^2+x+2 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x < -1 \end{cases} \cup \begin{cases} x > -1 \\ \emptyset \end{cases}$$

$S : \emptyset$



3. Determinare le soluzioni della seguente disequazione irrazionale

$$x + \sqrt{x^2 + 2x - 3} > 0$$

$$\sqrt{x^2 + 2x - 3} > -x$$

$$\begin{cases} x^2 + 2x - 3 \geq 0 \\ -x < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} -x > 0 \\ x^2 + 2x - 3 > x^2 \end{cases}$$

$$(x + 3)(x - 1)$$

$$\begin{cases} x \leq -3 & x \geq 1 \\ x > 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x < 0 \\ x > +\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$S_1 : x \geq 1 \quad S_2 : \emptyset \quad \rightarrow \quad S_{TOT} : x \geq 1$$

4. Determinare le soluzioni della seguente disequazione irrazionale

$$\sqrt{\frac{x^2 - 1}{2 + x}} < \sqrt{x}$$

$$\begin{cases} (1) \quad \frac{x^2 - 1}{2 + x} \geq 0 \rightarrow \text{garantisce l'esistenza della prima radice} \\ (2) \quad x \geq 0 \rightarrow \text{garantisce l'esistenza della seconda radice} \\ (3) \quad \frac{x^2 - 1}{2 + x} < x \end{cases}$$

$$(1) \quad \frac{x^2 - 1}{2 + x} \geq 0$$

$$\begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ 2 + x > 0 \end{cases} ; \begin{cases} x \leq -1 & x \geq 1 \\ x > -2 \end{cases}$$

$$S_1 : (-2; -1] \cup [1; +\infty)$$



$$(3) \frac{x^2 - 1}{2 + x} < x$$

$$\frac{x^2 - 1}{2 + x} - x < 0 \rightarrow \frac{x^2 - 1 - 2x - x^2}{2 + x} < 0 \rightarrow \frac{-2x - 1}{2 + x} < 0$$

$$\begin{cases} -2x - 1 > 0 \\ 2 + x > 0 \end{cases}; \begin{cases} x < -\frac{1}{2} \\ x > -2 \end{cases}$$

$$S_3: (-\infty; -2) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$$

$$\begin{cases} (-2; -1] \cup [1; +\infty) \\ [0; +\infty) \\ (-\infty; -2) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right) \end{cases}$$

$$S: x \geq 1$$

