**I multipli e i divisori di un numero**

Se la divisione tra due numeri naturali *a* e *b* ha quoziente *q* e resto 0 si dice che:

*a* è divisibile per *b*

*a* è multiplo di *b*

*b* è divisore di *a*

Es.:

 quoziente = 2 e resto = 0

Possiamo dire che:

10 è divisibile per 5

10 è multiplo di 5

5 è divisore di 10

**Il minimo comune multiplo**

Si dice **minimo comune multiplo** di due o più di due numeri naturali il minore dei loro multipli comuni.

Esempio

Multipli comuni ai numeri 5 e 10 sono 10, 20, 30,….

Il m.c.m. (5,10) = 10

Ma come calcolare il minimo comune multiplo tra 28 e 96?

Si scompongono 28 e 96 in fattori primi (un numero si dice **primo** se è divisibile solo per se stesso e 1)



Il m.c.m. (28,96) = 25 **∙** 7 **∙** 3 = 32 **∙** 21 = 672

Regola

Il minimo comune multiplo si ottiene moltiplicando i fattori comuni e non comuni presi una sola volta con il massimo esponente.

**Le frazioni**

Abbiamo visto che in N la divisione esatta non è sempre possibile.

Per esempio se eseguiamo in N la divisione 5 : 2 otteniamo come quoziente 2 e resto 1.

Per ottenere il quoziente esatto occorre proseguire la divisione e introdurre i numeri con la virgola.

Inoltre le frazioni sono utili perché a differenza dei numeri naturali e dei numeri interi consentono di indicare una parte dell’intero.

Definizione

Dati due numeri naturali a e b, con b ≠ 0 si dice frazione il simbolo  che rappresenta il quoziente esatto della divisione tra *a* e *b.* Cioè 

Se consideriamo la frazione  il numero *a* si dice **numeratore** mentre il numero *b* si dice **denominatore**.

Una frazione si dice **propria** se il numeratore è minore del denominatore. Es. 

Una frazione si dice **impropria** se il numeratore è maggiore o uguale al denominatore. Es. 

Una frazione si dice **apparente** se il numeratore è multiplo del denominatore. Es. 

Due frazioni sono **equivalenti** se rappresentano la stessa quantità.

Ad esempio  di una torta e  di una torta rappresentano parti equivalenti di una torta.

**La proprietà invariantiva delle frazioni**

Se si moltiplica (o se si divide) sia il numeratore che il denominatore di una frazione per uno stesso numero (diverso da zero) si ottiene una nuova frazione equivalente

Questa proprietà è utile perché permette:

1. La semplificazione di una frazione
2. L’addizione e la sottrazione tra frazioni che non hanno lo stesso denominatore

**La semplificazione di una frazione**

Semplificare una frazione significa trasformarla in una frazione equivalente con il numeratore e il denominatore più piccoli.

Ad es. la frazione  si semplifica così ==

(abbiamo diviso per 2 sia il numeratore che il denominatore).

Quando una frazione non si può semplificare si dice **irriducibile**.Esempio

Ridurre ai minimi termini una frazione significa semplificarla fino a farla diventare irriducibile.

Es. ==

**Le operazioni con le frazioni**

**L’addizione e la sottrazione tra frazioni**

1. L’addizione e la sottrazione tra frazioni che hanno lo stesso denominatore è semplice.

Es.  è ovvio che di una torta equivalgono a cioè della torta.

1. L’addizione e la sottrazione tra frazioni che non hanno lo stesso denominatore.

Es. 

Dobbiamo fare in modo che le due frazioni abbiano lo stesso denominatore.

Come denominatore comune si sceglie il m.c.m. dei denominatori: m.c.m. (2, 5) = 10

Scriviamo delle frazioni equivalenti a quelle date con denominatore uguale a 10.

 

Quindi



**La moltiplicazione**

Il prodotto di due frazioni si ottiene moltiplicando i due numeratori e i due denominatori.

 

Prima di effettuare le moltiplicazioni è opportuno ridurre le frazioni ai minimi termini semplificando se possibile in croce.

 

Due frazioni si dicono **inverse** o **reciproche** se il loro prodotto è 1.

**La divisione**

Il quoziente di due frazioni si ottiene moltiplicando la prima frazione per l’inversa della seconda.

 

**L’elevamento a potenza**

La potenza di una frazione si ottiene elevando a potenza il numeratore e il denominatore.

  

Continuano a valere tutte le proprietà delle potenze viste in N e Z.

Ad es. la proprietà per cui la divisione tra due potenze con la stessa base è una potenza con la stessa base e per esponente la differenza degli esponenti.



Ma che significato dobbiamo attribuire ad una potenza con esponente intero negativo? Calcoliamo il quoziente in un altro modo:



Dobbiamo quindi concludere che  In generale: 

**Trasformazione delle frazioni in numeri decimali**

1. **Frazioni apparenti**

Dalle frazioni apparenti si ottengono numeri interi:

 

1. **Frazioni decimali** (sono le frazioni il cui denominatore è 10 oppure è una potenza di 10)

Dalle frazioni decimali si ottengono numeri decimali **finiti**:

 (si scrive il numeratore e partendo da destra si sposta la virgola di tanti posti quanti sono gli zeri del denominatore) 3,2 è formato da una **parte intera** 3 e da una **parte decimale** 2 formata da 2 decimi

 1,779 è formato da una **parte intera** 1 e da una **parte decimale** 779 formata da 7 decimi, da 7 centesimi e da 9 millesimi

1. **Frazioni** **non apparenti** e **non decimali**

Si possono dividere in due categorie:

Frazioni il cui denominatore scomposto in fattori primi contiene solo i fattori 2 e 5.

Queste frazioni utilizzando la proprietà invariantiva si possono trasformare in frazioni decimali e quindi danno origine a numeri decimali finiti.

 

Frazioni il cui denominatore scomposto in fattori primi non contiene né il fattore 2 né il fattore 5 oppure contiene il 2 o il 5, ma insieme ad altri fattori.

Dividendo il numeratore per il denominatore si ottengono numeri **decimali non finiti** o **illimitati** che si dicono periodici, perché nella parte decimale una cifra oppure un gruppo di cifre (detto **periodo**) si ripete all’infinito.

 il denominatore non contiene né il 2 né il 5

(**periodico semplice** perché il periodo 6 che si ripete all’infinito viene subito dopo la virgola)

 il denominatore 12 = 3 ∙ 22 non contiene solo il fattore 2

(**periodico misto** perché il periodo 6 non viene subito dopo la virgola, ma tra la virgola e il periodo ci sono altre cifre, che costituiscono l’**antiperiodo**)

**Trasformazione di un numero decimale finito in frazione**

Nel caso di un numero decimale finito, la frazione generatrice è la frazione decimale che ha per numeratore il numero scritto senza la virgola e per denominatore il numero 1 seguito da tanti zeri quante sono le cifre decimali.

  

Non esamineremo come trasformare un numero decimale illimitato nella frazione generatrice.